

مهندس ۱ دوم دبیرستان  
رشته ریاضی فیزیک، علوم تجربی  
پانچ کامل مسائل کتاب درسی

مؤلف: محمد حسین مصلحی  
دبیر رسمی آموزش و پرورش اصفهان

سوال  
[www.soeal.ir](http://www.soeal.ir)

*Email* : [info.soeal@gmail.com](mailto:info.soeal@gmail.com)      *phone* : ۰۹۳۹۷۵۶۱۴۰۴

هرگونه انتشار بدون تغییر در صفحات مجاز است.

## فهرست مطالب :

در صفحه	طرح مسائلی	در صفحه	طرح مسائلی
۲۷	دو تمرین صفحه ۸۹ و ۹۰	۴	صفحه ۱۲
۲۸	صفحه ۹۰	۷	صفحه ۲۳
۳۰	صفحه ۹۶	۱۳	صفحه ۳۳
۳۱	صفحه ۱۰۴	۱۴	صفحه ۳۴
۳۳	صفحه ۱۱۶	۱۶	صفحه ۵۰
۳۴	صفحه ۱۲۲	۱۹	صفحه ۶۳
۳۵	صفحه ۱۲۷	۲۵	صفحه ۷۴
۳۶	صفحه ۱۳۵	۲۶	صفحه ۸۱
۳۷	صفحه ۱۴۳		

## سخن آغازین

درود بر آنها که در مقابل ظلم سکوت و ذلت بار اختیار نکردند.  
درود بر معلم که بزرگترین سرمایه هر جامعه در اختیار اوست.  
درود بر دانش آموز، تنها امید بر آینده ای روشن.

این کتاب الکترونیکی پیشگویی است به حضور فرزندان ایران زمین.

اما چرا حل المسائل؟

- ۱- استفاده برقی دانش آموزان از حل المسائل واقعیتی غیر قابل انکار است.
- ۲- باید دانش آموز را آگاه کرد که استفاده از حل المسائل آفرین راه است نه اولین کار.
- ۳- نویسندگان حل المسائل ها گاهی از روشهای میانبر و تستی برای حل مسائل استفاده کرده و معلم مزبور متهم به بد درس دادن و پیچیده کردن حل مساله می گردد.. پاسنهای موجود در این کتاب مبتنی بر روش کتاب است.
- ۴- برقی دانش آموزان به دلایلی تمام کلاسها را حضور نداشته و جوابهای صعب سوالات را در اختیار ندارند و یا دبیر فرصت حل تمام مسائل را پیدا نمی کند. به دلایلی که برقی از آنها ذکر شد بر آن شدیم، پاسخ مسائل کتاب درسی را در اختیار قرار دهیم. تلاش بر این است در ویرایشهای بعدی مطالب و تمریناتی به این کتاب افزوده گردد.

مشتاقانه پذیرای نظرات و انتقادات شما هستیم.

محمد حسین مصلحی

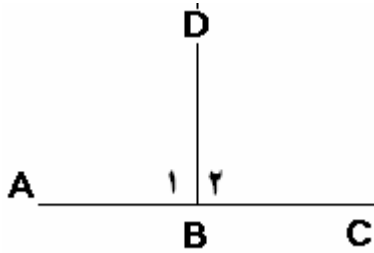
دبیر رسمی آموزش و پرورش اصفهان

مهر ماه ۹۱

آدرس سایت [www.soel.ir](http://www.soel.ir)

آدرس پست الکترونیکی [info.soel@gmail.com](mailto:info.soel@gmail.com)

شماره همراه جهت تماس (sms) 09397561404



$$\begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow 2\hat{B}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = 90^\circ - 1$$

$$QP = PS \text{ اضلاع مربع} \quad -2$$

متساوی الساقین  $\Delta QPT$   $PS = PT \Rightarrow QP = PT \Rightarrow \Delta QPT$  مثلث متساوی الاضلاع

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta XKJ : KX = KJ \text{ متساوی الاضلاع} \\ \text{مربع} \quad KJML : KJ = KL \Rightarrow KX = KY \Rightarrow \Delta KXY \\ \Delta KLY : KL = KY \text{ متساوی الاضلاع} \end{array} \right. \quad -3 \text{ متساوی الساقین}$$

-4 دو زاویه  $\angle RQS$  ,  $\angle LKM$  مکمل زوایای  $\angle RQP$  ,  $\angle LKI$  هستند و طبق ق زوایای مکمل با هم برابرند.

$$x + y = 90^\circ \Rightarrow (180^\circ - x) + (180^\circ - y) = 360^\circ - (x + y) = 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ \quad -5$$

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ x = y \end{cases} \Rightarrow 2x = 180 \Rightarrow x = 90 = y \quad \text{(الف) } -6$$

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ x = 2y \end{cases} \Rightarrow 3y = 180 \Rightarrow y = 60, x = 2y = 2(60) = 120 \quad \text{(ب)}$$

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ x = ny \end{cases} \Rightarrow (n+1)y = 180 \Rightarrow y = \frac{180}{n+1}, x = n\left(\frac{180}{n+1}\right) \quad \text{(پ)}$$

$$-7 \text{ شکل سمت چپ: } x + 110^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 70^\circ \quad 70^\circ + 60^\circ + z = 180^\circ \Rightarrow z = 50^\circ$$

$$y = x = 70^\circ$$

شکل سمت راست:  $JK \parallel MQ \Rightarrow z = 35^\circ, y = 100^\circ, 35^\circ + 100^\circ + \hat{L} = 180^\circ \Rightarrow \hat{L} = 45^\circ$

$$\Rightarrow y = 100^\circ, x = y \Rightarrow x = 100^\circ \text{ و } x + \hat{L} + z = 180 \Rightarrow 100 + 45 + z = 180 \Rightarrow z = 35$$

۸- دو شعاع نور  $AB$ ،  $CD$  موازیند و همپنین آینه های  $PQ$ ،  $RS$  نیز موازی قرار داده شده اند،  
 $\hat{QBC} = \hat{RCB}$ ،  $\hat{PBC} = \hat{SCB}$ ،  $\hat{ABC} = \hat{DCB}$ ،  $\hat{ABQ} = \hat{DCR}$  بنابراین

۹- بالا سمت چپ:  $\hat{K} + 110 = x$ ،  $140 + \hat{K} = 180 \Rightarrow \hat{K} = 40$ ،  $y + 110 = 180 \Rightarrow y = 70$ ،  $140 + \hat{K} = 180 \Rightarrow \hat{K} = 40$ ،  $\hat{K} + 110 = x$   
 $\Rightarrow x = 40 + 110 = 150$

بالا سمت راست:  $115 = 90 + x \Rightarrow x = 25$ ،  $\hat{UQT} = 180 - (90 + 50) = 40$

$y = 180 - \hat{UQT} - x \Rightarrow y = 180 - 40 - 25 = 115$

پایین سمت چپ:  $x = 30 + 40 = 70$ ،  $x + y + 60 = 180$

$\Rightarrow 70 + y + 60 = 180 \Rightarrow y = 50$

پایین سمت راست:  $BF \parallel CE$ ،  $AD$  قاطع  $\Leftarrow x = 35$ ،  $\hat{IBG} = y$ ،  $\hat{IBG} + x + 65 = 180$

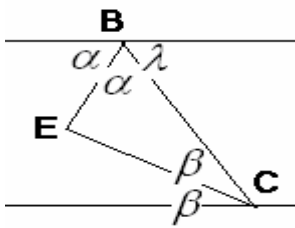
$\Rightarrow y + 35 + 65 = 180 \Rightarrow y = 80$

$$\begin{cases} \text{ق زوایای مکمل} & \hat{ACD} + \hat{C} = 180^\circ \\ \text{ق مجموع زوایای مثلث} & \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = \hat{ACD} \quad - 10$$

۱۱- هر دو قسمت الف و ب از قضیه زوایای مکمل به دست می آید چون زوایای مکمل زوایای فرض هستند.

۱۲- از  $D$  به  $B$  وصل می کنیم.  $\hat{EAB} = \hat{B}_1 + \hat{D}_1$  خارجی،  $\hat{FCB} = \hat{B}_2 + \hat{D}_2$  خارجی،

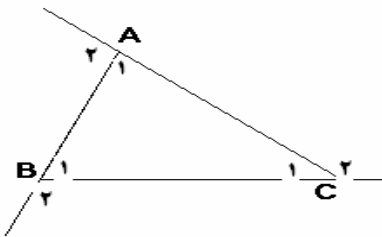
$$\Rightarrow \hat{EAB} + \hat{FCB} = (\hat{B}_1 + \hat{B}_2) + (\hat{D}_1 + \hat{D}_2) \Rightarrow \hat{EAB} + \hat{FCB} = \hat{B} + \hat{D}$$



$$\begin{cases} 2\alpha + \lambda = 180^\circ & \text{نیم صفحه} \\ \lambda = 2\beta & \text{ق خطوط موازی} \end{cases} \Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$$

مجموع زوایای مثلث  $\hat{E} = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

-۱۳



$$A_2 + B_2 + C_2 = 180^\circ - \hat{A}_1 = 180^\circ - \hat{B}_1 + 180^\circ - \hat{C}_1 =$$

$$540^\circ - (\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1) = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$$

-۱۴

۱۵- استدلال استقرائی بر اساس مشاهده و تجربه است ولی در استدلال استنتاجی نتیجه گیری به کمک قواعد منطقی و فرضیات صحیح می باشد مثل اندازه گیری مجموع زوایای مثلث (استقرائی) یا اثبات آنکه مجموع زوایای مثلث ۱۸۰ درجه است (استنتاجی).

$$\begin{cases} AB = AC \\ AS = AS \Rightarrow \Delta ABS \cong \Delta ASC \text{ (ض.ض.ض)} \Rightarrow \\ BS = SC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{S}_1 = \hat{S}_2 \end{cases} \quad \text{(الف) -۱}$$

$$\begin{cases} AE = EB \\ DE = EC \Rightarrow \Delta ADE \cong \Delta ABE \text{ (ض ; ض)} \Rightarrow \\ \hat{E}_1 = \hat{E}_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AD = BC \\ \hat{A} = \hat{B} \\ \hat{D} = \hat{C} \end{cases} \quad \text{(ب)}$$

$$\begin{cases} \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \Rightarrow \Delta BDC \cong \Delta ABC \text{ ( ; ض ; )} \Rightarrow \\ BC = BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CD = CA \\ BD = BA \\ \hat{D} = \hat{A} \end{cases} \quad \text{(پ)}$$

$$\text{الف) } ۱ \cong ۲ \text{ (ض ; ض) } \quad \text{ب) } ۱ \cong ۳ \text{ ( ; ض ; )}$$

$$\text{الف) } \hat{B} = \hat{J} \Rightarrow \Delta PBY \cong \Delta RSJ \text{ (ض ; ض ; )} \quad \text{ب) } MS = XP \Rightarrow \Delta DMS \cong \Delta XPQ \text{ (ض ض ض)}$$

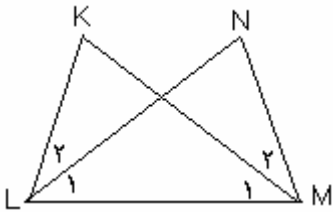
$$\begin{matrix} PS \text{ وسط } M \\ RQ \text{ وسط } M \\ \text{متقابل به رأس} \end{matrix} \begin{cases} MP = MS \\ MR = MQ \Rightarrow \Delta MPQ \cong \Delta MRS \text{ (ض ز ض)} \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{cases} \quad \text{-۴}$$

$$\begin{matrix} \text{فرض مساله} \\ \text{مشترک} \\ \text{فرض مساله} \end{matrix} \begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AP = AP \Rightarrow \Delta APC \cong \Delta BPC \text{ (ض ز ض)} \Rightarrow BP = PC \Rightarrow \Delta PBC \\ AC = AB \end{cases} \quad \text{-۵}$$

$$\begin{matrix} PQ \parallel ST, PT \text{ قاطع} \\ \text{متقابل به رأس} \\ PT \text{ وسط } R \end{matrix} \begin{cases} \hat{P} = \hat{T} \\ \hat{R}_1 = \hat{R}_2 \Rightarrow \Delta PQR \cong \Delta RST \text{ (ز ض ز)} \Rightarrow RQ = RS \\ PR = RT \end{cases} \quad \text{-۶}$$

$$\begin{array}{l} \text{فرض مساله} \\ \text{فرض مساله} \\ \text{مشترک} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} PQ = QR \\ PS = SR \\ QS = QS \end{array} \right. \Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta RQS (\text{ض ض ض}) \Rightarrow \hat{Q}_1 = \hat{Q}_2 \quad -۷$$

$$\begin{array}{l} \square \text{نتیجه} \\ \text{مشترک} \\ \text{فرض} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \hat{Q}_1 = \hat{Q}_2 \\ QT = QT \\ QP = QR \end{array} \right. \Rightarrow \Delta PQT \cong \Delta RQT (\text{ض ز ض}) \Rightarrow PT = RT$$



$$\begin{array}{l} \square \text{نتیجه} \\ \text{فرض مساله} \\ \text{مشترک} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \hat{L}_1 = \hat{M}_1, \hat{L}_2 = \hat{M}_2 \Rightarrow \hat{L}_1 + \hat{L}_2 = \hat{M}_1 + \hat{M}_2 \Rightarrow \hat{L} = \hat{M} \\ \hat{M} = \hat{L} \\ \hat{L}_1 = \hat{M}_1 \Rightarrow \Delta KML \cong \Delta NML (\text{ز ض ز}) \\ LM = LM \end{array} \right. \Rightarrow KL = NM \quad -۸$$

$$AE = AC, DC = BE \Rightarrow AE + EB = AC + CD \Rightarrow AB = AD \quad \square \quad -۹$$

$$\begin{array}{l} \square \text{نتیجه} \\ \text{فرض} \\ \text{مشترک} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} AB = AD \\ AC = AE \Rightarrow \Delta ADE \cong \Delta ABC (\text{ض ض ض}) \Rightarrow BC = DE \\ \hat{A} = \hat{A} \end{array} \right.$$

$$\text{الف) } AC = CD \Rightarrow \hat{D} = x, \text{ خارجی } \hat{ACB} = x + x = 2x \quad -۱۰$$

$$AB = AC \Rightarrow \hat{ACB} = \hat{B} = 70^\circ \Rightarrow 2x = 70^\circ \Rightarrow x = 35^\circ$$

$$\begin{array}{l} \text{قائم} \\ \text{فرض (ب)} \\ \text{مشترک} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \hat{S}_1 = \hat{S}_2 \\ PS = SR \Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta RQS \Rightarrow \hat{R} = \hat{P} = 50^\circ, 50^\circ + 90^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 40^\circ \\ QS = QS \end{array} \right.$$



پ)  $KL = KM \Rightarrow \hat{KML} = \hat{L} = 30^\circ$  ,

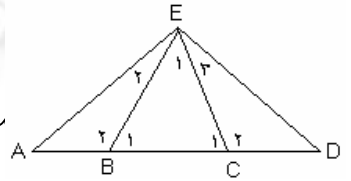
$LKM$  مثلث خارجی برای  $M\hat{K}J = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$  ,  $MK = MJ \Rightarrow M\hat{K}L = M\hat{J}K = 60^\circ$

$LMJ$  مثلث خارجی  $x = \hat{J} + \hat{L} = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

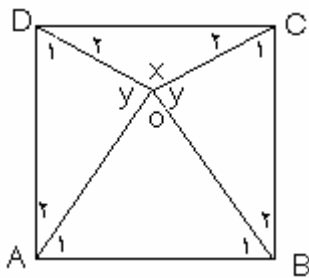
۱۱-  $\Delta BEC$  متساوی الاضلاع  $\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1 = \hat{E}_1 = 60^\circ \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{C}_2 = 120^\circ$

$\Delta AEB$  ,  $\Delta DCE \Rightarrow 2\hat{A} = 60^\circ \Rightarrow \hat{A} = 30^\circ = \hat{D}$

$\Rightarrow \hat{BEC} = 60^\circ$  ,  $\hat{ABE} = 120^\circ$  ,  $\hat{EAB} = 30^\circ$  متساوی الساقین



$\hat{A}_1 + \hat{E} + \hat{ADE} = 180^\circ \Rightarrow 30^\circ + 2\hat{E} = 180^\circ \Rightarrow \hat{E} = 75^\circ = \hat{ADE}$  ,  $\hat{BCD} = 2\hat{BCA} = 2(75^\circ) = 150^\circ$  -۱۲

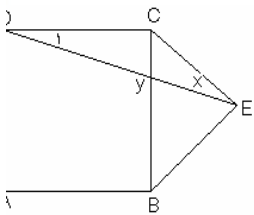


۱۳- (الف)

$\hat{A}_1 = 60^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = 30^\circ$  ,  $AO = AD \Rightarrow y = \hat{D}_1$

$y + \hat{D}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \Rightarrow 2y + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow y = 75^\circ$

$\hat{AOB} + 2y + x = 360^\circ \Rightarrow 60^\circ + 150^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x = 150^\circ$



$DC = CB = CE \Rightarrow \Delta DCE$  متساوی الساقین  $\Rightarrow \hat{E} = \hat{D}_1 = x$  (ب)

$\hat{E} + \hat{D}_1 + \hat{DCE} = 180^\circ \Rightarrow 2x + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2x = 30^\circ$

$\Rightarrow x = 15^\circ$  ,  $x + y + \hat{BCE} = 180^\circ \Rightarrow 15^\circ + y + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow y = 105^\circ$

۱۴- ق زوایای مکمل  $AB = AC \Rightarrow \hat{ABC} = \hat{ACB} \Rightarrow \hat{ABE} = \hat{ACD}$

$$\begin{cases} \hat{ABE} = \hat{ACD} \\ AB = AC \\ BE = CD \end{cases} \Rightarrow (\text{ض ض ض}) \Delta ABE \cong \Delta ACD \Rightarrow AE = AD$$

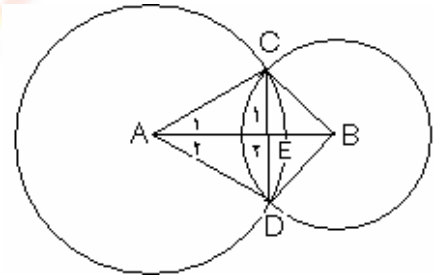


$$QT = QR \Rightarrow \widehat{QTR} = \widehat{QRT} , \text{ ق زاویه ی مکمل } \Rightarrow \widehat{TRS} = \widehat{PTQ} \quad \square \quad -15$$

$$\square \text{ طبق } \begin{cases} \widehat{TRS} = \widehat{PTQ} \\ \text{فرض} \left\{ \begin{array}{l} TQ = RS \\ TR = PT \end{array} \right. \Rightarrow \Delta PQT \cong \Delta TRS (\text{ض ض ض}) \Rightarrow PQ = TS \\ \text{فرض} \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \text{شعاع دایره} \\ \text{شعاع دایره} \\ \text{مشترک} \end{array} \begin{cases} AC = AD = R \\ BC = BD = r \\ AB = AB \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta ADB (\text{ض ض ض}) \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{ADB} \quad -16$$

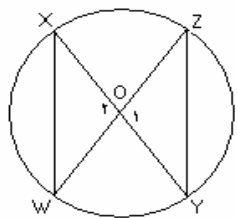
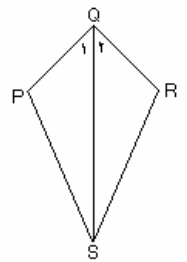
$$\Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 , \begin{cases} \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \\ AC = AD \Rightarrow \Delta AEC \cong \Delta ADE \\ AE = AE \end{cases}$$



$$\Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{E}_2 , \widehat{E}_1 + \widehat{E}_2 = 180^\circ \Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{E}_2 = 90^\circ , CE = ED$$

پس  $AB$  هم عمود بر  $DC$  هم آنرا نصف می کند.

$$\begin{array}{l} \text{قطر } QS \text{ نیمساز:} \\ \text{فرض مساله} \\ \text{مشترک} \end{array} \begin{cases} \widehat{Q}_1 = \widehat{Q}_2 \\ PQ = QR \Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta QRS (\text{ض ض ض}) \Rightarrow PS = RS \\ QS = QS \end{cases} \quad -17$$



$$\begin{array}{l} \text{شعاع دایره} \\ \text{شعاع دایره} \\ \text{متقابل به رأس} \end{array} \begin{cases} OX = OY = r \\ OZ = OW = r \Rightarrow \Delta OXW \cong \Delta ZOY (\text{ض ض ض}) \Rightarrow XW = ZY \\ \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 \end{cases} \quad -18$$

$$PC \text{ عمود منصف } \begin{cases} AC = CB \\ \widehat{C}_1 = \widehat{C}_2 = 90^\circ \Rightarrow \Delta PCA \cong \Delta BPC \Rightarrow PA = PB \\ PC = PC \end{cases} \quad \text{مشترک} \quad -۱۹$$

$$BP \text{ نیمساز } \begin{cases} \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \\ E, F \text{ پای عمود} \\ \widehat{E} = \widehat{F} = 90^\circ \Rightarrow \Delta BPE \cong \Delta BPF \\ BP = BP \end{cases} \quad \text{مشترک} \quad -۲۰$$

$\Rightarrow PE = PF$  (وتر و یک زاویه)

$$PS \text{ میانه } \begin{cases} QS = SR \\ PS = PS \Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta PRS \\ PQ = PR \end{cases} \quad \text{مشترک} \quad -۲۱ \text{ (الف ب)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{P}_1 = \widehat{P}_2 \\ \widehat{S}_1 = \widehat{S}_2 = 90^\circ \end{cases} \quad \text{(وتر و یک ضلع)}$$

فرض مسأله

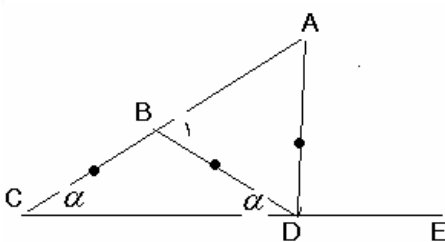
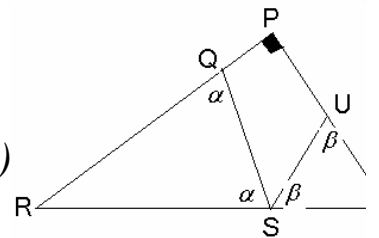
(پ) در مثلث متساوی الساقین، نیمساز زاویه بین دو ساق، ارتفاع، میانه و عمود منصف نیز هست.

-۲۲ با توجه به تساوی اجزاء داریم

$$\begin{cases} \widehat{R} + 2\alpha = 180 \\ \widehat{T} + 2\beta = 180 \end{cases} \Rightarrow \widehat{R} + \widehat{T} + 2(\alpha + \beta) = 360$$

$$\Rightarrow 90 + 2(\alpha + \beta) = 360 \Rightarrow \alpha + \beta = 135, \quad \widehat{QSU} = 180 - (\alpha + \beta)$$

$$\Rightarrow \widehat{QSU} = 180 - 135 = 45$$



$$BC = BD \Rightarrow \widehat{C} = \widehat{D} = \alpha, \quad \widehat{B}_1 = 2\alpha, \widehat{B}_2 = \widehat{A} \quad -۲۳$$

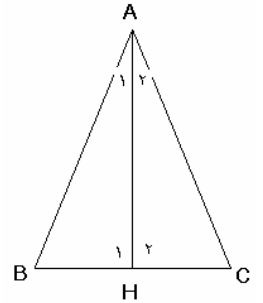
$$\Rightarrow \widehat{A} = 2\alpha, \quad \widehat{ADE} = \widehat{A} + \widehat{C} = 2\alpha + \alpha = 3\alpha$$

$$\Rightarrow \widehat{ADE} = 3\widehat{ACE}$$

$\widehat{ADE}$  خارجی برای مثلث  $ABC$  است.

$$\begin{cases} \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \\ \widehat{E} = \widehat{F} = 90^\circ \Rightarrow \Delta BPE \cong \Delta BPF \\ BP = BP \end{cases}$$

۲۴- نیمساز زاویه A را رسم می‌کنیم.



$$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2, \widehat{B} = \widehat{C} \Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2, \begin{cases} \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 \\ \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \Rightarrow \Delta ABH \cong \Delta ACH \text{ (زض)} \\ AH = AH \end{cases}$$

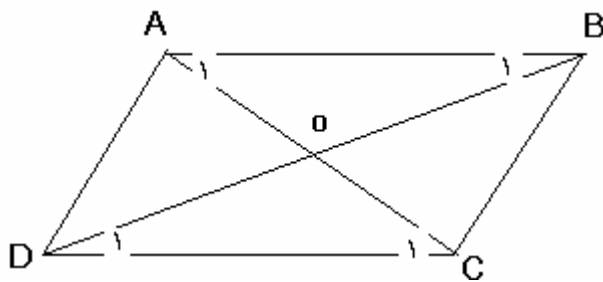
$\Rightarrow AB = AC \Rightarrow \Delta ABC$  متساوی الساقین

www.azizisara.com

تمرین ۱ قضیه خطوط موازی-همنهشتی دو مثلث در حالت دو ضلع و زاویه بین-تعریف همنهشتی

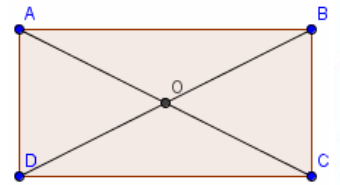
تمرین ۲  $\left. \begin{array}{l} \square \quad AB \parallel DC \Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{D}_1 \\ \square \quad AC \text{ قاطع}, AB \parallel DC \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 \end{array} \right\}$

و طبق نتیجه کتاب در متوازی الاضلاع، اضلاع روبرو مساویند پس  $AB = DC$   $\square$   
 بنابراین  $OA = OC$ ،  $OB = OD$   $\square$  و  $\square \Rightarrow \triangle ABO \cong \triangle DCO$  (ز ض ز)  $\square$



تمرین ۳ مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است پس قطرهای همرا نصف می کنند ولی

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{D} = \widehat{C} = 90 \\ AD = BC \Rightarrow (\text{ض ز ض}) \triangle ADC \cong \triangle BDC \Rightarrow AC = DB \\ DC = DC \end{array} \right.$$

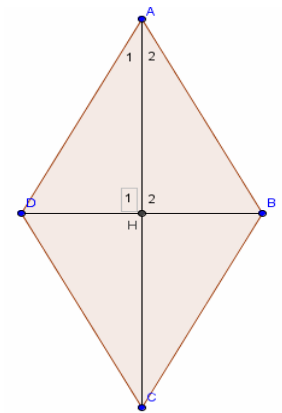


تمرین ۴

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{لوزی} \quad AB = AD \\ \text{لوزی} \quad BC = DC \Rightarrow \triangle ADC \cong \triangle ABC (\text{ض ض ض}) \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \\ \text{مشترک} \quad AC = AC \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \\ AD = AB \Rightarrow \triangle AHD \cong \triangle AHB (\text{ض ز ض}) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = 90 \\ DH = HB \end{array} \right. \\ AH = AH \end{array} \right.$$

به روش مشابه می توان ثابت کرد  $AH = HC$



۱- فم ساره : الف، ب، پ، ت، ج      فم ساره بسته : ب، پ، ت، ج

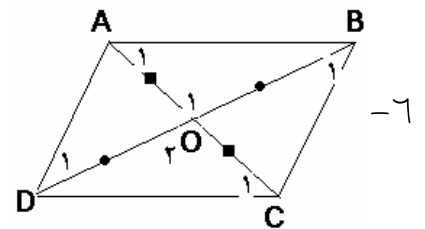
۲- چند ضلعی : ب، ت، ث، ج      مربع : ب، ج      غیر مربع : ت، ث

۴- الف) شکل الف مسئله ۱      ب) شکل پ مسئله ۱

۵- الف) قطر  $\diamond$  (ب)  $9 = \frac{6(6-3)}{2}$       پ)  $20 = \frac{8(8-3)}{2}$

به طور کلی برای  $n$  ضلعی تعداد قطرهای برابر  $\frac{n(n-3)}{2}$  است.

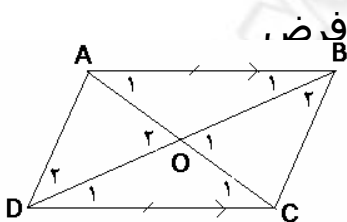
الف) 
$$\begin{cases} OA = OC \\ OB = OD \Rightarrow \Delta OAB \cong \Delta ODC \text{ (ض ض ض)} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow AB \parallel DC \quad \square \end{cases}$$



به همین ترتیب ثابت می شود  $\hat{D}_1 = \hat{B}_1$  پس  $\square AD \parallel BC$

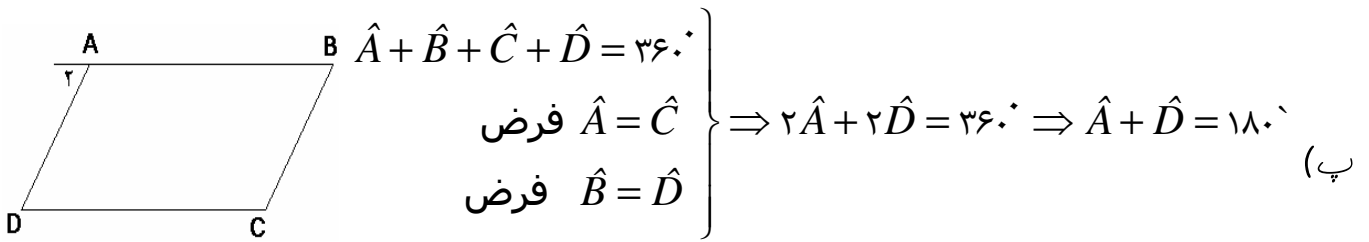
$\square, \square \Rightarrow ABCD$  متوازی الاضلاع

ب) 
$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DC, \text{ مورب } AC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AB \parallel DC, \text{ مورب } BD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ AB = DC \end{array} \right\} \Delta AOB \cong \Delta DOC \text{ (ض ض ز)} \Rightarrow \begin{cases} OA = OC \quad \square \\ OB = OD \quad \square \end{cases}$$



طبق  $\square$  چون قطرهای هم را نصف کرده اند، چهارضلعی متوازی الاضلاع است

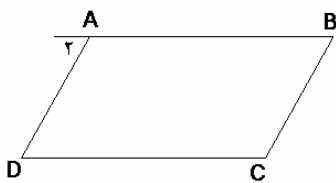




$$\hat{A} + \hat{A}_r = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_r = \hat{D}$$

پس طبق عکس ق خطوط موازی  $AB \parallel DC$ .

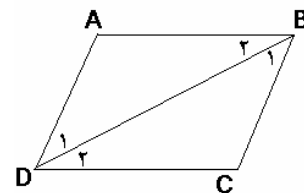
به همین ترتیب می توان ثابت کرد  $AD \parallel BC$  بنابراین  $ABCD$  متوازی الاضلاع است.



و طبق عکس ق خطوط موازی

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{A}_r = 180^\circ \\ \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_r = \hat{D}$$

$AB \parallel DC$  به همین ترتیب پس  $AD \parallel BC$  متوازی الاضلاع

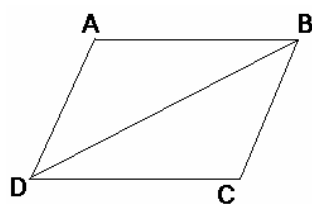


(ث)

$$\left. \begin{array}{l} AD = BC \\ AB = DC \\ BD = BD \end{array} \right\} \text{ض ض ض} \Rightarrow \triangle ABD = \triangle BDC \Rightarrow \begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow AC \parallel BD \\ \hat{B}_2 = \hat{D}_2 \Rightarrow AB \parallel DC \end{cases} \Rightarrow ABCD \text{ متوازی الاضلاع}$$

$$\triangle ABD \cong \triangle DBC, DB = DB \Rightarrow \hat{A} = \hat{C}, \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = \hat{D}_1 + \hat{D}_2 \Rightarrow \hat{B} = \hat{D}$$
 (ج)

پس طبق قسمت (پ) چون دو زاویه مقابل در  $ABCD$  مساویند،



بنابراین چهار ضلعی متوازی الاضلاع است.

$$S = \frac{1}{2}h(2h) = h^2 \quad -1$$

$$\text{قاعده} = 2x \quad \text{ارتفاع} = x \quad -2$$

$$S = \frac{1}{2}(2x)(x) = 36 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow \text{قاعده} = 2x = 12$$

$$\text{عرض} = a \quad \text{و} \quad \text{طول} = 5a \quad -3$$

$$S = a(5a) = 1440 \Rightarrow 5a^2 = 1440 \Rightarrow a^2 = 288 \Rightarrow a = 12\sqrt{2}$$

$$\text{طول} = 5a = 5(12\sqrt{2}) = 60\sqrt{2}$$

$$S = 4(Lh) + L^2 \Rightarrow S = 4(4 \times 5) + 4^2 = 80 + 16 = 96 \quad -4$$

$$\text{قاعده} = x \quad \text{و} \quad S = \frac{1}{2}x(12) = 36 \Rightarrow 6x = 36 \Rightarrow x = 6 \quad -5$$

$$S = \frac{1}{2}(x \times x) = 40 \Rightarrow x^2 = 80 \Rightarrow x = 4\sqrt{5} \quad \text{طول ساق} \quad -6$$

$$XZ = a \quad YZ = b \Rightarrow BC = 2b, \quad AC = 2a, \quad \frac{S_{ABC}}{S_{XYZ}} = \frac{\frac{1}{2}(2b)(2a)}{\frac{1}{2}(b)(a)} = 4 \quad -7$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{XYZ}} = \frac{\frac{1}{2}(nb)(na)}{\frac{1}{2}(b)(a)} = n^2 \quad -8$$



۹- مساحت مثلث پایین - مجموع مساحت مربع ها = مساحت سایه زده شده

$$\Rightarrow S = (5^2 + 4^2 + 3^2) - \frac{1}{2}(5+4+3)(5) \Rightarrow S = (25+16+9) - 30 = 50 - 30 = 20$$

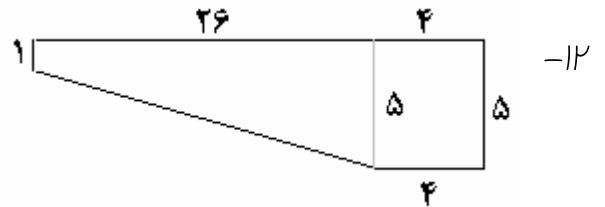
$$MN = NQ \text{ و ارتفاع مثلثها برابر و } \Rightarrow \frac{S_{MNP}}{S_{NQP}} = \frac{\frac{1}{2}MN \times h}{\frac{1}{2}NQ \times h} = 1 \Rightarrow S_{MNP} = S_{NQP} \quad -10$$

$$\text{الف) } 2QN = NM \Rightarrow \frac{S_{PNM}}{S_{PNQ}} = \frac{\frac{1}{2}MN \times h}{\frac{1}{2}NQ \times h} = \frac{NM}{NQ} = \frac{2NQ}{NQ} = 2 \quad -11$$

$$\text{ب) } N'M = N'N = NQ \Rightarrow \frac{S_{PQN}}{S_{PN'M}} = \frac{\frac{1}{2}NQ \times h}{\frac{1}{2}N'M \times h} = \frac{NQ}{N'M} = 1 \Rightarrow S_{PQN} = S_{PN'M}$$

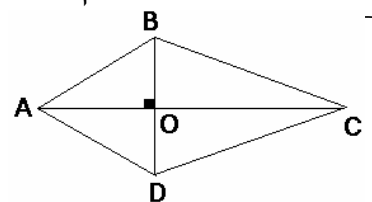
$$\text{پ) } QM = 3NN' \Rightarrow \frac{S_{PQM}}{S_{PNN'}} = \frac{\frac{1}{2}QM \times h}{\frac{1}{2}NN' \times h} = \frac{QM}{NN'} = \frac{3NN'}{NN'} = 3$$

$$S = \frac{1}{2}(5+1)(26) + (4 \times 5) = 78 + 20 = 98$$



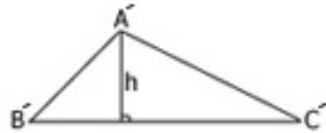
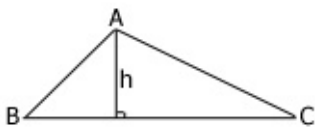
$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = \frac{1}{2}(AC \times OB) + \frac{1}{2}(AC \times OD) = \frac{1}{2}AC(OB + OD) \quad -12$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \times BD$$

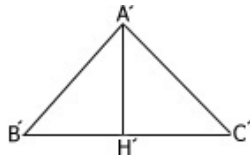
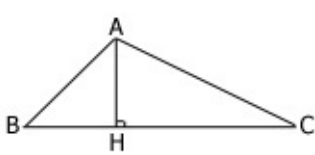


$$-۱۴ \quad \text{مساحت کف استخر} = ۹ \times ۶ = ۵۴ \quad \text{و} \quad \text{مساحت کاشی} = ۰/۵ \times ۰/۵ = ۰/۲۵$$

$$\text{تعداد کاشی} = \frac{۵۴}{۰/۲۵} = \frac{۵۴}{\frac{۱}{۴}} = ۵۴ \times ۴ = ۲۱۶ \Rightarrow \text{هزینه} = ۳۵۰ \times ۲۱۶ = ۷۵۶۰۰$$

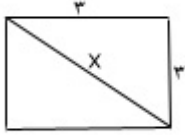


$$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2} BC \times h}{\frac{1}{2} B'C' \times h} = \frac{BC}{B'C'} \quad -۱۵$$



$$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2} BC \times AH}{\frac{1}{2} B'C' \times A'H'} = \frac{AH}{A'H'} \quad -۱۶$$

۱۷ - الف بر اساس اصل ۱ ، ب بر اساس اصل ۲ ، پ بر اساس اصل ۴ می باشد.



$$-۱) \text{ الف) } x^2 = 9 + 9 \Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{ب) } x^2 = 5^2 + 5^2 \Rightarrow x^2 = 50 \Rightarrow x = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

$$\text{پ) } x^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow x^2 = 2a^2 \Rightarrow x = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

$$-۲) \text{ الف) } d^2 = a^2 + b^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34 \Rightarrow d = \sqrt{34}$$

$$\text{ب) } d^2 = a^2 + b^2 = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65 \Rightarrow d = \sqrt{65}$$

$$\text{پ) } d^2 = (3r)^2 + (5r)^2 = 9r^2 + 25r^2 = 34r^2 \Rightarrow d = r\sqrt{34}$$

$$\text{ت) } d^2 = (4r)^2 + (7r)^2 = 16r^2 + 49r^2 = 65r^2 \Rightarrow d = r\sqrt{65}$$

$$-۳) \text{ } x^2 = 144 \Rightarrow x = 12 \Rightarrow \text{قطر مربع} = x\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

$$-۴) \text{ اضلاع } x, 2x, S = \frac{1}{2}(2x)(x) = 72 \Rightarrow x^2 = 72 \Rightarrow x = 6\sqrt{2}, 2x = 12\sqrt{2}$$

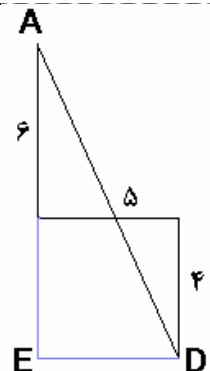
$$\text{وتر} = a \Rightarrow a^2 = (6\sqrt{2})^2 + (12\sqrt{2})^2 = 72 + 288 \Rightarrow a^2 = 360 \Rightarrow a = 6\sqrt{10}$$

$$-۵) \text{ الف) } PA_1^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow PA_1 = \sqrt{2}$$

$$\text{ب) } PA_2^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 = 2 + 1 = 3 \Rightarrow PA_2 = \sqrt{3} \quad \text{پ) } PA_3 = \sqrt{4}, PA_n = \sqrt{n+1}$$

$$-۶) \text{ } AE^2 + ED^2 = AD^2 \Rightarrow (6+4)^2 + 5^2 = AD^2 = 100 + 25 = 125$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$



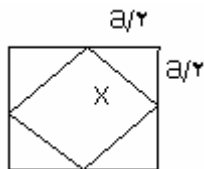
$$7 - \text{اضلاع مثلث قائم الزویه} = 2x, 3x \Rightarrow S = \frac{1}{2}(2x)(3x) \Rightarrow 3x^2 = 27$$

$$\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{اضلاع زاویه قائمه} = 2(3), 3(3) = 6, 9 \Rightarrow a^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117 \Rightarrow a = 3\sqrt{13}$$

$$8 - \text{اضلاع قائمه} = 4x, 5x \Rightarrow S = \frac{1}{2}(4x)(5x) = 320 \Rightarrow 10x^2 = 320 \Rightarrow x^2 = 32 \Rightarrow x = 4\sqrt{2}$$

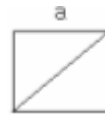
$$\text{اضلاع زاویه قائمه} = \{4(4\sqrt{2}), 5(4\sqrt{2})\} = \{16\sqrt{2}, 20\sqrt{2}\}$$



۹- اگر طول ضلع مربع بزرگ  $a$  و ضلع مربع کوچک  $x$  باشد،

$$x^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{2a^2}{4} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow \frac{S'}{S} = \frac{x^2}{a^2} = \frac{\frac{a^2}{2}}{a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow S' = \frac{1}{2}S$$

$$10 - \text{اگر ضلع مربع } a \text{ باشد،} \quad a\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \Rightarrow a = 8 \quad S = a^2 = 8^2 = 64$$



۱۰- اگر ضلع مربع  $a$  باشد،

$$11 - PQ^2 + (12-8)^2 = 30^2 \Rightarrow PQ^2 + 16 = 900 \Rightarrow PQ^2 = 884 \Rightarrow PQ = \sqrt{884} = 2\sqrt{221}$$

$$12 - \text{الف)} \begin{cases} AQ^2 = a^2 + b^2 \\ DQ^2 = a^2 + c^2 \end{cases} \Rightarrow AQ^2 + DQ^2 = 2a^2 + b^2 + c^2, \quad AQ^2 + DQ^2 = AD^2$$

$$\Rightarrow AD^2 = 2a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow AD = \sqrt{2a^2 + b^2 + c^2}$$

$$AD = BC = (b+c) \Rightarrow AD^2 = (b+c)^2 = b^2 + c^2 + 2bc$$

$$AD^2 = 2a^2 + b^2 + c^2 \quad \text{از طرفی طبق (الف) می دانیم}$$



$$\Rightarrow b^2 + c^2 + 2bc = 2a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow 2a^2 = 2bc \Rightarrow a^2 = bc$$

پس

۱۳- قاعده BH از مثلث ABH را به اندازه ی خود ادامه می دهیم و به A وصل می کنیم.

$$\begin{cases} AH = AH \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 \\ BH = HC \end{cases} \text{ ض ض ض } \Rightarrow \Delta ABH \cong \Delta AHC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 3^\circ \Rightarrow \hat{A} = 6^\circ$$

بنابر این مثلث ABC متساوی الاضلاع است. پس  $2BH = AB$  ،  $BC = 2BH$  ،  $BC = AB$

۱۴- در مثلث متساوی الاضلاع ، نیمساز هر زاویه نقش میانه ، عمود منصف و ارتفاع هم دارد پس

$$AB = AC \Rightarrow NB = MC , \begin{cases} NB = MC \\ \hat{N} = \hat{M} = 90^\circ \\ \hat{B}_1 = \hat{C}_1 = 30^\circ \end{cases} \text{ ض ض ض } \Rightarrow \Delta ONB \cong \Delta OMC$$

$\Rightarrow ON = OM , \hat{B}_1 = 30^\circ$

به همین ترتیب  $\frac{OB}{ON} = 2$  ،  $ON = OM \Rightarrow \frac{OB}{OM} = 2$  ،  $\frac{OC}{ON} = 2$

طبق مسئله ۱۳  $\Delta ONB$  :

$$\begin{cases} \Delta ACP : PC^2 = AC^2 - AP^2 \\ \Delta BCP : PC^2 = BC^2 - PB^2 \Rightarrow 2PC^2 = AB^2 - (AP^2 + PB^2) \\ \Delta ABC : AB^2 = AC^2 + BC^2 \end{cases}$$

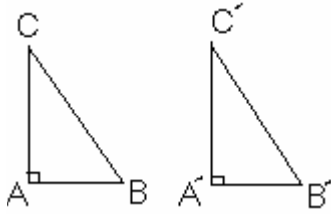
-۱۵

$$= (AP + PB)^2 - (AP^2 + BP^2) = AP^2 + PB^2 + 2AP \times PB - AP^2 - PB^2$$

$$\Rightarrow 2PC^2 = 2AP \times PB \Rightarrow PC^2 = AP \times PB$$

$$\text{ب) } AC^2 = AP^2 + PC^2 = AP^2 + AP \times PB = AP(AP + PB)$$

$$AP \times AB \Rightarrow AC^2 = AP \times AB$$



$$\text{فرض } \begin{cases} BC = B'C' \\ AB = A'B' \\ \hat{A} = \hat{A}' = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta A'B'C' \text{ مکمل} \quad -16$$

(اثبات)

$$\begin{cases} BC^2 = AB^2 + AC^2 \\ B'C'^2 = A'B'^2 + A'C'^2 \Rightarrow AC = A'C' \\ BC = B'C', AB = A'B' \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta A'B'C' \text{ ض ض ض}$$

$$\text{۳۰} \quad \begin{array}{c} \triangle \\ \text{۳۰} \end{array} \quad x^2 = 30^2 + 25^2 = 900 + 625 \Rightarrow x^2 = 1525 \Rightarrow x = \sqrt{1525} = 5\sqrt{61} \quad -17$$

$$AF = 10, AD = AF, AG = GD, AD^2 = AG^2 + GD^2$$

$$\text{الف) } \Rightarrow 10^2 = 2AG^2 \Rightarrow AG^2 = 50, S_{AGD} = \frac{1}{2} AG \times GD = \frac{1}{2} AG^2 \quad -18$$

$$S_{ADG} = \frac{1}{2} (50) = 25$$

$$CE = 18, DE = x \Rightarrow x + \frac{x}{2} = 18 \Rightarrow x = 12, AG = y \Rightarrow 2y^2 = 12^2$$

ب)

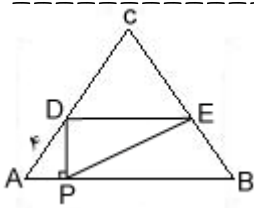
$$y^2 = 36, S_{AGD} = \frac{1}{2} AG \times GD = \frac{1}{2} AG^2 = \frac{1}{2} y^2 = \frac{1}{2} (36) = 18$$

$$BD = 3\sqrt{2}, \quad 2BH^2 = BD^2 \Rightarrow 2BH^2 = 18 \Rightarrow BH = 3 = HD \Rightarrow AD = 6$$

پ)  $AG = y \Rightarrow 2y^2 = 36 \Rightarrow y^2 = 18, \quad S_{AGD} = \frac{1}{2} AG \times GD = \frac{1}{2} AG^2$   
 $= \frac{1}{2} y^2 = \frac{1}{2} (18) = 9$

ت)  $S_{BCDH} = 49 = HD^2 \Rightarrow HD = 7 \Rightarrow AD = 14, \quad AG = y \Rightarrow 2y^2 = 196$   
 $y^2 = 98, \quad S_{AGD} = \frac{1}{2} AG \times GD = \frac{1}{2} AG^2 = \frac{1}{2} y^2 = \frac{1}{2} (98) = 49$

ث)  $S_{AGDEF} = 27 = 3S_{AGD} \Rightarrow S_{AGD} = 9$



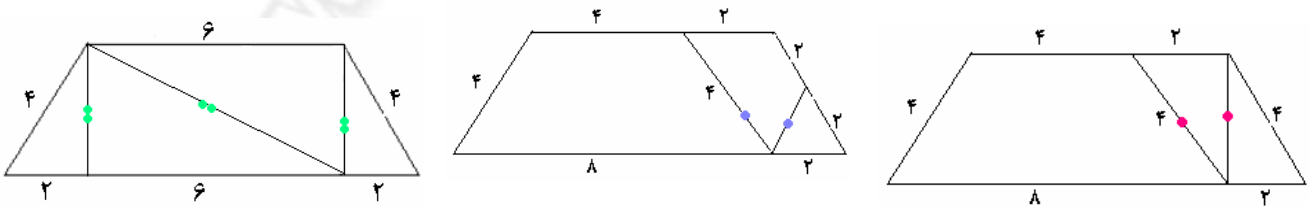
الف)  $\hat{A} = 30^\circ \Rightarrow AP = \frac{1}{2} AD \Rightarrow$

$AP = 2, \quad DP^2 = 4^2 - 2^2 = 12 \Rightarrow DP = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

-۱۹

ب)  $PE^2 = DE^2 + DP^2 = 6^2 + 12 = 36 + 12 = 48 \Rightarrow PE = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

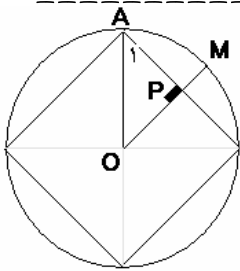
پ) روی  $DE$ ،  $E$  واحد جدا کرده و به موازات  $BE$  رسم می کنیم و قطر مرسوم از  $E$  را رسم کرده تا در مثلث باقیمانده را روی زوزنقه حاصل قرار می دهیم. (دو برش)  
 اگر زوزنقه افیر را دو قسمت کنیم (سه برش)



$$\text{الف) } a^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow 2x^2 = a^2 \Rightarrow x^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{2} \quad -۲۰$$

$$\text{مربع} = 2x + a = 2\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right) + a = a(\sqrt{2} + 1)$$

$$\text{ب) } 2x + a = 10 \Rightarrow a(\sqrt{2} + 1) = 10 \Rightarrow a = \frac{10}{\sqrt{2} + 1} \quad \text{و محیط هشت ضلعی } p = 8a = \frac{80}{\sqrt{2} + 1}$$



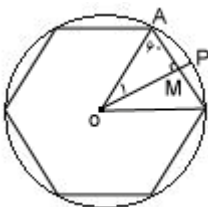
$$\hat{A}_1 = 45^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} = 45^\circ \Rightarrow OM = AM$$

$$\text{الف) } OM^2 + AM^2 = R^2 = 1 \Rightarrow 2OM^2 = 1 \Rightarrow OM = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad -۲۱$$

$$\text{ب) } MP = OP - OM = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{ب) } AP^2 = MP^2 + AM^2 = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{2} - \sqrt{2} + \frac{1}{2} = 2 - \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AP = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$$



۲۲- زوایای شش ضلعی منتظم ۱۲۰ درجه است پس

$$\text{الف) } \hat{O}_1 = 30^\circ, \quad OA = 1 \Rightarrow AM = \frac{1}{2}, \quad OM = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ب) } , OP = 1 \Rightarrow MP = OP - OM = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ب) } AP^2 = AM^2 + MP^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + 1 + \frac{3}{4} - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AP^2 = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow AP = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$



$$\frac{10}{400} = \frac{x}{80} \Rightarrow x = \frac{10 \times 80}{400} = 2$$

-۱

$$\text{الف) } x = \sqrt{25 \times 4} = \sqrt{100} = 10$$

-۲

$$\text{ب) } x = \sqrt{6\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}} = \sqrt{36} = 6$$

$$\text{پ) } x = \sqrt{21 \times 7} = \sqrt{147} = 7\sqrt{3}$$

-۳ جمع در صورت (ت) جابجائی طرفین (پ) وارون دو نسبت (ب) طرفین وسطین (الف)

$$\text{الف) } \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x+y}{y+2} = \frac{1}{2}$$

-۴

$$\text{ب) } \frac{a+b+c+d}{2+3+4+5} = \frac{a}{2}$$

$$\text{پ) } \frac{12}{3} = \frac{x}{10}$$

$$\text{الف) } 4x = 24 \times 5 \Rightarrow x = \frac{24 \times 5}{4} = 30$$

-۵

$$\text{ب) } 7x = 540 - 3x \Rightarrow 10x = 540 \Rightarrow x = 54$$

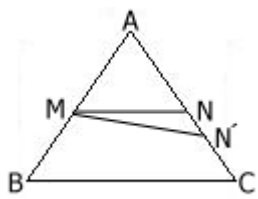
$$\text{پ) } x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$$

$$\text{ت) } 12x - 8 = 2x + 2 \Rightarrow 10x = 10 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{الف) } x = \frac{20 \times 9}{12} = 15, y = \frac{21 \times 12}{9} = 28$$

-۶

$$\text{ب) } x^2 = 5 \times 20 = 100 \Rightarrow x = \pm 10, y = \frac{20}{x} = \frac{20}{\pm 10} = \pm 2$$



تمرین : عکس ق تالس (مکمل)  $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow MN \parallel BC$  (فرض)

برهان خلف) اگر  $MN \parallel BC$  نباشد فودمان  $MN'$  را موازی  $BC$  رسم می کنیم.

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN'}{AC}$$

$$\text{فرض} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

پس  $AN = AN'$  که این غیر ممکن است بنابراین  $MN \parallel BC$ .

$$۱- \quad \text{الف) } \frac{OR}{RC} = \frac{WN}{NC} \quad \text{ب) } \frac{NW}{CW} = \frac{RO}{CO} \quad \text{پ) } \frac{EL}{RE} = \frac{UB}{RU} \quad \text{ت) } \frac{RU}{RB} = \frac{RE}{RL}$$

۲- دانش آموز اول در سمت راست عبارت، حالت جزء به کل را رعایت نکرده است.

$$\text{الف) } \frac{x}{4} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{5} \quad \text{ب) } \frac{x}{24} = \frac{15}{15+21} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \Rightarrow x = \frac{5 \times 24}{12} = 10$$

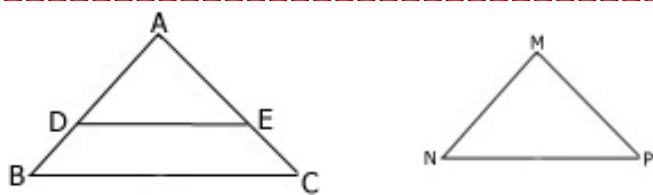
$$\text{پ) } \frac{2}{x} = \frac{4}{6+4} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow x = 5 \quad \text{ت) } \frac{x}{4} = \frac{16}{x} \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = 8$$

$$۴- \quad DE \parallel FG \quad \text{ق تالس و} \Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{AE}{EB} \quad \square$$

$$EF \parallel BC \quad \text{ق تالس و} \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AE}{EB} \quad \square, \square \Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{AF}{FC}$$

$$۵- \quad \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} \Rightarrow \frac{x}{x+7} = \frac{x-3}{x+1} \Rightarrow x^2 + x = x^2 + 4x - 21 \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

$$۶- \quad \text{ق تالس} \Rightarrow \frac{JA}{JL} = \frac{JH}{JN} \Rightarrow \frac{100}{JL} = \frac{60}{60+180} = \frac{60}{240} = \frac{1}{4} \Rightarrow JL = 4 \times 100 = 400$$



تمرین ۱ -

$$\text{فرض } \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MNP \text{ مکم}$$

اثبات ( روی  $AC, AB$ ، به اندازه  $MN, MP$  جدا می کنیم، تا نقاط  $E, D$  به دست آید.

$$\frac{MN}{AB} = \frac{MP}{AC}, \quad MN = AD, \quad MP = AE \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow DE \parallel BC \text{ عکس ق تالس و}$$

$$\Rightarrow \text{ق خطوط موازی} \Rightarrow \hat{D} = \hat{B}, \hat{E} = \hat{C}, \quad \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow DE = NP \Rightarrow \begin{cases} DE = NP \\ AD = MN \Rightarrow \text{ض ض ض } \Delta ADE \cong \Delta MNP \\ AE = MP \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{M} = \hat{A} \\ \hat{D} = \hat{N}, \hat{D} = \hat{B} \Rightarrow \hat{B} = \hat{N} \\ \hat{E} = \hat{P}, \hat{E} = \hat{C} \Rightarrow \hat{P} = \hat{C} \end{cases}$$

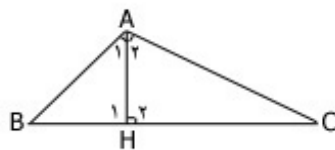
$$\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MNP$$

$$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow AH^2 = BH \times HC$$

$$\begin{cases} \hat{B} + \hat{A}_1 = 90^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 \end{cases} \Rightarrow \hat{B} = \hat{A}_2, \hat{H}_1 = \hat{H}_2$$

$$\Rightarrow \text{مالت دو زاویه} \Rightarrow \Delta ABH \sim \Delta AHC$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AH}{HC} = \frac{BH}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH \times HC$$



تمرین ۲ -

$$۱- \frac{۳}{۲} = \frac{۶}{۴} \neq \frac{۵}{۳} \Rightarrow \Delta ABC \neq \Delta EFG \quad \text{(الف)}$$

$$\text{ب) } \hat{H} = \hat{K} = ۹۰, \hat{D} = \hat{L} = ۳۰ \Rightarrow \Delta DHI \sim \Delta LKJ \quad \text{(حالت دو زاویه)}$$

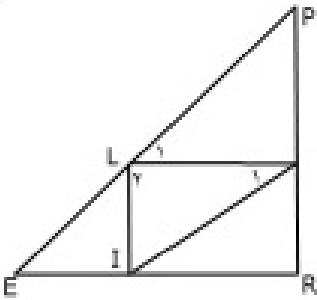
$$\text{پ) } \hat{N}_۱ = \hat{N}_۲, \{\hat{P}, \hat{M}\} \neq \{\hat{O}, \hat{Q}\} \Rightarrow \Delta MNP \neq \Delta NQO$$

$$\text{ت) } \hat{R} = \hat{U} = ۳۰, \hat{T}_۱ = \hat{T}_۲ = ۹۰ \Rightarrow \Delta RST \sim \Delta RTU \quad \text{(حالت دو زاویه)}$$

$$\text{ث) } \hat{A} = \hat{A}' = ۶۰, \hat{B} = \hat{B}' = ۶۰ \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \quad \text{(حالت دو زاویه)}$$

$$۲- L \parallel J \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{۴}{۱۲} = \frac{y}{۱۵} \Rightarrow y = ۵, x + y = ۱۵ \Rightarrow x = ۱۰$$

$$۳- \hat{E}_۱ = \hat{E}_۲ \text{ متقابل به اس, } \hat{O} = \hat{L} = ۹۰ \Rightarrow \Delta OEI \sim \Delta ELT \quad \text{(حالت دو زاویه)}$$



$$۴- \frac{PA}{AR} = \frac{PL}{LE} = ۱ \Rightarrow \text{عکس تالس } AL \parallel ER \Rightarrow \hat{L}_۱ = \hat{E}$$

$$\text{و به همین ترتیب } IL \parallel PR, AI \parallel PE \text{ پس } \hat{L}_۱ = \hat{A}_۱ \text{ بنابراین } \hat{A}_۱ = \hat{E}$$

$$\text{و به همین ترتیب } \hat{L}_۲ = \hat{R} \text{ بنابراین } \hat{L}_۲ = \hat{R} \Rightarrow \Delta ALI \sim \Delta PRE \text{ مساوی دو زاویه مساوی}$$

$$۵- \text{الف) } \frac{CB}{C'B'} = \frac{AC}{A'C'} \quad \text{ب) } \hat{B} = \hat{B}' \quad \text{پ) } \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'A'}{BA} \quad \text{ت) } \hat{C} = \hat{C}'$$

$$۶- \text{الف) } \Delta A'B'C' \sim \Delta ABC \text{ (حالت دو زاویه) } \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲, \hat{B} = \hat{B}' = ۹۰ \Rightarrow \text{(متقابل به اس)}$$

$$\text{ب) } \Rightarrow \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'B'}{AB} \Rightarrow \frac{۱/۸}{BC} = \frac{۳}{۲۰} \Rightarrow BC = \frac{۲۰ \times ۱/۸}{۳} = \frac{۳۶}{۳} \Rightarrow BC = ۱۲m$$

$$\hat{C} = \hat{BDE}, \hat{B} = \hat{B} \Rightarrow (\text{مالت دو زاویه}) \Delta BED \sim \Delta ABC \quad -۷$$

$$\Rightarrow \frac{BE}{AB} = \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{۲۴}{۴۸} = \frac{y}{۲۴} = \frac{۱۸}{x+۲۴} \Rightarrow y = \frac{۲۴ \times ۲۴}{۴۸} = ۱۲ \Rightarrow$$

$$y = ۱۲, \frac{۱۲}{۲۴} = \frac{۱۸}{x+۲۴} \Rightarrow x+۲۴ = ۳۶ \Rightarrow x = ۱۲$$

$$(\text{متقابل به اس}) \hat{C}_1 = \hat{C}_2, \hat{A} = \hat{O} = ۹۰^\circ \Rightarrow (\text{تساوی دو زاویه}) \Delta ABC \sim \Delta ODC \quad -۸$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{OC} = \frac{AB}{OD} \Rightarrow \frac{۲۵}{۶۰} = \frac{۱۵}{x} \Rightarrow x = \frac{۱۵ \times ۶۰}{۲۵} = ۳ \times ۱۲ = ۳۶$$

$$\frac{x}{x+۱۵۰۷۰۶۴۰۰} = \frac{۶/۴ \times ۱۰^۳}{۷ \times ۱۰^۵} = ۰/۰۰۹۱ \Rightarrow ۰/۹۹۰۹x = ۱۳۷۱۴۲۸/۲ \Rightarrow x = ۱۳۸۴۰۲۲/۸ \text{ km} \quad -۹$$

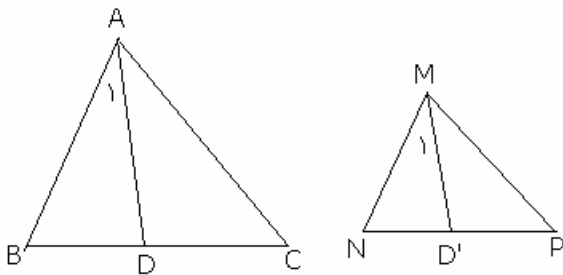


$$\left. \begin{array}{l} \hat{F} = \hat{C} = 45^\circ \\ \hat{E} = \hat{B} = 20^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta FDE \sim \Delta CAB \Rightarrow \frac{DF}{AC} = \frac{DR}{AP} \Rightarrow$$

-۱

$$\frac{6\sqrt{2}}{AC} = \frac{6}{2} \Rightarrow AC = \frac{12\sqrt{2}}{6} \Rightarrow AC = 2\sqrt{2}$$

$$\text{ب) } \frac{DR}{AP} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{DR}{4} = \frac{21}{15} \Rightarrow DR = \frac{4 \times 21}{15} = \frac{28}{5} = 5\frac{3}{5}$$



$$\Delta ABC \sim \Delta MNP \Rightarrow \frac{AD}{MD'} = \frac{AB}{MN}$$

-۲

نیمساز  $MD'$ ،  $AD$

(اثبات)

$$\Delta ABC \sim \Delta MNP \Rightarrow \hat{B} = \hat{N}, \hat{A} = \hat{M} \Rightarrow \frac{\hat{A}_1}{2} = \frac{\hat{M}_1}{2} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{M}_1$$

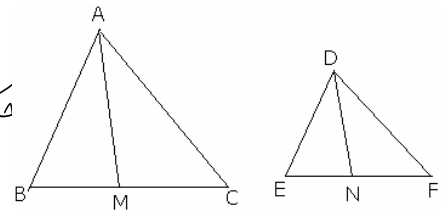
$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{M}_1 \\ \hat{B} = \hat{N} \end{array} \right. \Rightarrow \text{مالت دو زاویه} \Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta MND' \Rightarrow \frac{AD}{MD'} = \frac{AB}{MN}$$

$$\Delta ABD \sim \Delta EFG \Rightarrow \frac{BC}{FH} = \frac{AD}{EG} \Rightarrow \frac{x}{x-3} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4x - 12 = 3x \Rightarrow x = 12$$

-۳

$$\text{فرض } AM, DN, \Delta ABC \sim \Delta DEF \Rightarrow \frac{AM}{DN} = \frac{AB}{DE} \quad \text{مکمل}$$

-۴



$$\Delta ABC \sim \Delta DEF \Rightarrow \hat{B} = \hat{E}, \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{BC \div 2}{EF \div 2} \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BM}{EN}, \hat{B} = \hat{E} \Rightarrow$$

$$\Delta ABM \sim \Delta DEN \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AM}{DN}$$

$$\Delta DEF \sim \Delta GHI \Rightarrow \frac{GK}{DJ} = \frac{HI}{EF} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{20}{EF} \Rightarrow EF = \frac{40}{3} \approx 13\frac{1}{3}$$

-۵

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25} \quad -1$$

$$\frac{AB}{A'B'} = K, \quad \frac{S}{S'} = K^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow K = \frac{4}{5} = \frac{AB}{A'B'} \quad -2$$

$$\frac{S}{S'} = 11 = K^2 \Rightarrow K = \sqrt{11} \Rightarrow \frac{a}{a'} = \sqrt{11} \Rightarrow a = 7\sqrt{11} \quad -3$$

$$\frac{S}{S'} = K^2 = \frac{81}{121} \Rightarrow K = \frac{9}{11}, \quad \frac{P}{P'} = K \Rightarrow \frac{P}{P'} = \frac{9}{11} \quad -4$$

$$\frac{P}{P'} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9} = K, \quad \frac{S}{S'} = K^2 \Rightarrow \frac{50}{S'} = \left(\frac{5}{9}\right)^2 \Rightarrow S' = \frac{50 \times 81}{25} = 162 \quad -5$$

الف)  $\hat{E}_1 = \hat{E}_2, \hat{A} = \hat{B} \Rightarrow$  زاویه دو،  $\Delta AEC \sim \Delta BED \Rightarrow \frac{S_{ACE}}{S_{BDE}} = K^2 = \left(\frac{6}{8}\right)^2 = \frac{9}{16} \quad -6$

ب)  $\frac{AE}{EB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4AE = 3EB, AE + EB = 35 \Rightarrow AE = 15, EB = 20.$

$$\Rightarrow S_{BDE} = \frac{1}{2} BE \times DH = \frac{1}{2} \times 20 \times 8 = 80.$$

$EF \parallel BC \Rightarrow \hat{E} = \hat{B}, \hat{A} = \hat{A} \Rightarrow$  حالت دو زاویه،  $\Delta AEF \sim \Delta ABC \quad -7$

$$\Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \frac{1}{6} = K^2 \Rightarrow K = \sqrt{\frac{1}{6}}, \quad \frac{AH'}{AH} = K = \sqrt{\frac{1}{6}}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{P}{P'} \Rightarrow \frac{5}{a'} = \frac{5+8+11}{60} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5} \Rightarrow a' = \frac{25}{2} = 12.5 \quad -8$$

$$\frac{8}{b'} = \frac{2}{5} \Rightarrow b' = \frac{40}{2} = 20, \quad \frac{11}{c'} = \frac{2}{5} \Rightarrow c' = \frac{55}{2} = 27.5$$

$$(۱۴, ۹, ۷) \approx (۲۱, a, b) \Rightarrow \frac{۱۴}{۲۱} = \frac{۹}{a} = \frac{۷}{b} \Rightarrow a = \frac{۹ \times ۲۱}{۱۴} = ۱۳/۵, b = \frac{۷ \times ۲۱}{۱۴} = ۱۰/۵ \quad -۹$$

$$\Rightarrow P = a + b + ۲۱ = ۱۳/۵ + ۱۰/۵ + ۲۱ = ۴۵$$

$$\frac{s}{s'} = k^2, k = \frac{۱۴}{۷} = ۲ \Rightarrow \frac{s}{s'} = ۲^2 = ۴ \quad -۱۰$$

$$S_{ABC} = S_{ABH} + S_{ACH} \Rightarrow \frac{S_{ABH}}{S_{ABC}} + \frac{S_{ACH}}{S_{ABC}} = ۱, \hat{B} = \hat{B}, \hat{H} = \hat{A} \quad -۱۱$$

$$\Rightarrow \Delta ABH \sim \Delta ABC \Rightarrow \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = ۱ \Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$$

(۱) بنابر اصل ۲ مسامت

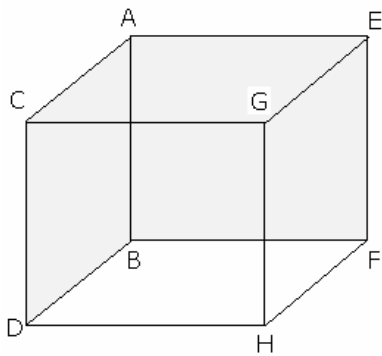
(۲) رابطه ۱، رابر مسامت مثلث  $ABC$  تقسیم می کنیم.

(۳) دو مثلث  $ACH$ ،  $ABH$  با مثلث  $ABC$  به حالت دو زاویه متشابهند.

(۴) نسبت مسافتها با مربع نسبت اضلاع برابر است.

(۵) دو طرف تساوی ۴، را در  $BC^2$  ضرب می کنیم.





۱-  $AB, CD, EF, GH$  بر دو صفحه  $ACGE, BDHF$  عمودند،

$DH, BF, CG, AE$  بر دو صفحه  $ACDB, GEFH$  عمودند،

$AC, EG, FH, BD$  بر دو صفحه  $CGHD, AEFB$  عمودند.

و ۲۴ زاویه قائمه تشکیل می شود که عبارتند از

$\angle CAE, \angle CAB, \angle EAB, \angle CDB, \angle HDB, \angle CDH, \dots$

۲- الف) خط بر تمام خطوط صفحه عمود است.

ب)  $\angle FOL, \angle FOR, \angle FOP, \angle DOR, \angle DOL, \angle DOP, \dots$

$$\left. \begin{array}{l} TX = TX \\ \angle TXA = \angle TXE = 90^\circ \\ TE = TA \end{array} \right\} \text{وتر و یک ضلع} \Rightarrow \Delta TEX \cong \Delta TAX \Rightarrow \angle TEX = \angle TAX \quad -3$$

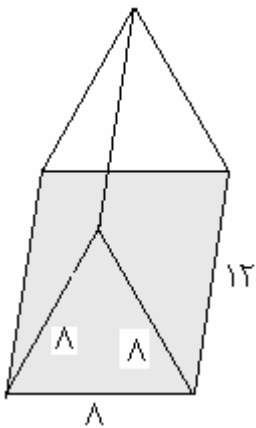
$$V = (\sqrt{2} \times \sqrt{3})\sqrt{5} = \sqrt{30} \quad -4$$

$$a\sqrt{3} = \sqrt{6} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}, \quad S = 6a^2 = 6(\sqrt{2})^2 = 12 \quad -5$$

$$۱- JK^2 = JN^2 + NK^2 = ۶^2 + ۶^2 = ۷۲ \Rightarrow JK = \sqrt{۷۲} = ۶\sqrt{۲} \quad \text{الف)}$$

$$\text{ب) } HN = a\sqrt{۳} = ۶\sqrt{۳}$$

$$۲- a\sqrt{۲} = ۱۰ \Rightarrow a = \frac{۱۰}{\sqrt{۲}} \Rightarrow a = ۵\sqrt{۲} \Rightarrow S = ۶a^2 = ۶(۵\sqrt{۲})^2 = ۶(۵۰) = ۳۰۰$$



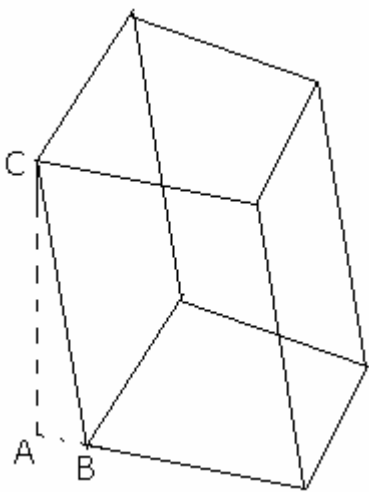
$$۳- S_1 = 3(8 \times 12) = 3(96) = ۲۸۸$$

$$\text{مساحت کل} = \text{مساحت دو قاعده} + \text{مساحت جانبی} = ۲۸۸ + ۲\left(\frac{\sqrt{۳}}{۴}\right)(۸)^2 = ۲۸۸ + ۳۲\sqrt{۳}$$

$$۴- \text{مساحت قاعده} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲} a^2 = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲} (۱۰)^2 = ۱۵۰\sqrt{۳}$$

$$\text{مساحت جانبی} = ۶(ah) = ۶(۱۰ \times ۸) = ۱۰۸۰$$

$$\text{مساحت کل} = \text{مساحت دو قاعده} + \text{مساحت جانبی} = ۱۰۸۰ + ۲(۱۵۰\sqrt{۳}) = ۱۰۸۰ + ۳۰۰\sqrt{۳}$$



۵- در هر مثلث قائمه الزویه مانند  $ABC$  طول ارتفاع از وتر

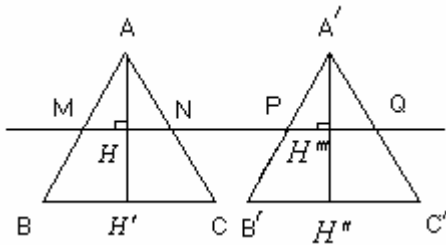
مثلث کوتاهتر است یعنی  $AC < BC$  پس ارتفاع از یال منشور کوتاهتر است.

$$(AC^2 + AB^2 = BC^2 \Rightarrow AC^2 < BC^2 \Rightarrow AC < BC)$$

۱- ثابت می‌کنیم اگر  $BC$  و  $B'C'$  برابر بوده و  $MQ$  موازی  $BC$  رسم شود آنگاه  $MN = PQ$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AH}{AH'}$$

همینطور  $\frac{PQ}{B'C'} = \frac{A'H''}{A'H''}$



ولی دو مثلث  $\Delta ABC$ ،  $\Delta A'B'C'$  دارای ارتفاعهای برابر

وقاعده‌های برابر اند پس  $MN = PQ$  بنابراین

طبق اصل کواپیری دو مثلث مساحت برابر دارند.

۲- الف)  $V = ۱۰ \times ۷ = ۷۰$       ب)  $V_B = V_A = ۷۰$

۳- الف)  $S = ۴ \times ۴ = ۱۶$  وجه جانبی  $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{۴^2 \sqrt{3}}{4} = ۴\sqrt{3}$

چون منشور قائم است ارتفاع و یال با هم برابر ۴ است ب)

ب)  $V = S \cdot h = ۴\sqrt{3} \times ۴ = ۱۶\sqrt{3}$

۴- الف)  $S_1 = ۲\pi r_1 h_1 = ۲\pi(۲)(۱) = ۴\pi$ ،  $S_2 = ۲\pi r_2 h_2 = ۲\pi(۱)(۲) = ۴\pi \Rightarrow S_1 = S_2$

ب)  $V_1 = \pi r_1^2 h_1 = \pi(۲)^2(۱) = ۴\pi$ ،  $V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \pi(۱)^2(۲) = ۲\pi \Rightarrow V_1 = ۲V_2$

۵- الف)  $S_{کل} = ۲\pi r(r+h) = ۲\pi(۵)(۵+۱۶) = ۱۰\pi(۲۱) = ۲۱۰\pi$

$$V = \pi r^2 h = \pi(۵)^2(۱۶) = ۴۰۰\pi$$

ب)  $V' - V = (۱۰ \times ۱۰ \times ۱۶) - ۴۰۰\pi = ۱۶۰۰ - ۴۰۰\pi$

۶- الف)  $\frac{S_2}{S_1} = \frac{۲\pi r_2 h_2}{۲\pi r_1 h_1} = \frac{۲h}{۱h} = ۲$

ب)  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi r_2^2 h_2}{\pi r_1^2 h_1} = \frac{۴h}{h} = ۴$

پ)  $V_2 - V_1 = ۴\pi h - \pi h = ۳\pi h$  فضای بین دو استوانه پ)

$$۱- V = ۲\left(\frac{۱}{۳}\pi(۴)^۲(۱۰)\right) = \frac{۳۲۰}{۳}\pi \quad \text{الف) سایه زده شده (الف)}$$

$$ب) V = \pi(۴)^۲(۲۰) - ۲\left(\frac{۱}{۳}\pi(۴)^۲(۱۰)\right) = ۳۲۰\pi - \frac{۳۲۰}{۳}\pi = \frac{۶۴۰}{۳}\pi$$

$$۲- \text{الف) } V = \frac{۱}{۳}\pi a^۲b \quad \text{ب) } V = \frac{۱}{۳}\pi(a)^۲(۲b) = \frac{۲}{۳}\pi a^۲b$$

$$\text{پ) } V = \frac{۱}{۳}\pi(۲a)^۲b = \frac{۴}{۳}\pi a^۲b \quad \text{ت) } V = \frac{۱}{۳}\pi(۲a)^۲(۲b) = \frac{۸}{۳}\pi a^۲b$$

$$۳- \text{الف) } \frac{V'}{V} = \frac{\frac{۱}{۳}\pi r^۲(۲h)}{\frac{۱}{۳}\pi r^۲h} = ۲ \Rightarrow V' = ۲V \quad \text{ب) } \frac{V'}{V} = \frac{\frac{۱}{۳}\pi(۲r)^۲h}{\frac{۱}{۳}\pi r^۲h} = ۴$$

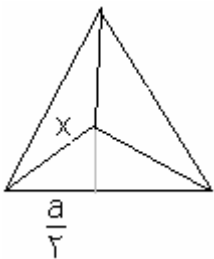
$$\text{الف) } \left(\frac{۱۴}{۲}\right)^۲ + h^۲ = ۲۵^۲ \Rightarrow h^۲ = ۶۲۵ - ۴۹ = ۵۷۶ \Rightarrow h = ۲۴, \quad \text{ب) } \left(\frac{a}{۲}\right)^۲ + h^۲ = h^۲ \quad -\varepsilon$$

$$, V = \frac{۱}{۳}a^۲h \Rightarrow V = \frac{۱}{۳}(۱۴)^۲(۲۴) = ۱۵۶۸$$

$$\text{ب) } \left(\frac{a}{۲}\right)^۲ + ۶^۲ = ۶/۵^۲ \Rightarrow \frac{a^۲}{۴} = ۶/۲۵ \Rightarrow a^۲ = ۲۵ \Rightarrow a = ۵$$

$$, V = \frac{۱}{۳}a^۲h = \frac{۱}{۳}(۵)^۲(۶) = ۵۰$$

$$\text{پ) } V = \frac{۱}{۳}a^۲h = \frac{۱}{۳}(۱)^۲(۱/۳) = ۰/۳۳$$



$$\cos ۳۰ = \frac{۲}{x} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow x = \frac{a}{\sqrt{۳}}, \quad h^۲ + x^۲ = a^۲ \Rightarrow$$

$$h^۲ = a^۲ - \frac{a^۲}{۳} = \frac{۲a^۲}{۳} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{۲}{۳}}a, \quad V = \frac{۱}{۳}\left(\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲\right)\left(\sqrt{\frac{۲}{۳}}a\right) = \frac{\sqrt{۲}}{۱۲}a^۳$$

$$\text{if } a = ۴/۵ \Rightarrow V = \frac{\sqrt{۲}}{۱۲}(۴/۵)^۳$$

$$۱- \text{الف) } S_1 = 4\pi(1)^2 = 4\pi, \quad S_2 = 4\pi(2)^2 = 16\pi$$

$$\text{ب) } V_1 = \frac{4}{3}\pi(1)^3 = \frac{4}{3}\pi, \quad V_2 = \frac{4}{3}\pi(2)^3 = \frac{32}{3}\pi$$

$$\text{پ) } \frac{S'}{S} = \frac{4\pi(2r)^2}{4\pi(r)^2} = 4 \Rightarrow S' = 4S$$

$$\text{ت) } \frac{V'}{V} = \frac{\frac{4}{3}\pi(2r)^3}{\frac{4}{3}\pi(r)^3} = 8 \Rightarrow V' = 8V$$

$$۲- \text{الف) } V = \frac{1}{2} \left( \frac{4}{3}\pi r^3 \right) = \frac{2}{3}\pi r^3 \quad \text{ب) } S = \frac{1}{2} (4\pi r^2) = 2\pi r^2$$

$$\text{پ) } S = 2\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$$

$$۳- \text{الف) } S = 4\pi(6400)^2 \quad \text{ب) } V = \frac{4}{3}\pi(6400)^3$$

$$۴- \text{الف) } S = 4\pi r^2 = 36\pi \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3 \quad \text{ب) } V = \frac{4}{3}\pi(3)^3 = 36\pi$$