

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۳/۲۰	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	۱۴۴ لیتر آب میوه، ۴۵ لیتر شیر و ۶۳ لیتر دوغ در شیشه‌هایی با حجم یکسان بسته بندی شده اند. حد اقل تعداد شیشه‌ها را بیابید؟ (گنجایش شیشه‌ها را بر حسب لیتر، عدد طبیعی فرض کنید).	۰/۷۵
۲	در دنباله‌ی هندسی نامتناهی زیر، مجموع تمام جملات را بیابید. $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$	۰/۷۵
۳	معادله‌ی $\sqrt{1-x} - 1 = x^2 - 2x$ را با روش هندسی حل کنید.	۱
۴	جاهای خالی را با عبارات ریاضی مناسب پر کنید: الف) مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $\frac{x}{x-3} + \frac{3}{x-1} = 5$ برابر است با ب) اگر $x \leq 1$ باشد، ضابطه‌ی تابع $y = x-3 + x-1 $ بدون استفاده از قدر مطلق برابر است با ج) تابع زیر در بازه‌ی صعودی اکید و در بازه‌ی نزولی اکید و در بازه‌ی ثابت است. د) اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $cx^2 + bx + a = 0$ برابرند با و ($c \neq 0$)	۲/۲۵
۵	در زیر، نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است. با استفاده از انتقال، ابتدا نمودار تابع $y = f(x-3)$ را رسم کرده و سپس نمودار تابع $y = -2f(x-3)$ را رسم کنید. 	۱/۲۵
۶	الف) تابع $f \circ g$ را به صورت زوج‌های مرتب بنویسید. ب) دامنه‌ی تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید. اگر $f(x) = \sqrt{x-3}$ و $g = \{(0, 4), (3, 2), (5, 6)\}$ دو تابع باشند:	۱

ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۳/۲۰	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۷	ثابت کنید تابع $f(x) = (x-2)^2$, $x \geq 2$ وارون پذیر است سپس ضابطه ی وارون آن را بنویسید.	۱
۸	سینوس زاویه ی $22/5^\circ$ را حساب کنید.	۱
۹	کلیه ی جواب های معادله ی $2 \cos^2 x - \cos x = 0$ را تعیین کنید.	۱/۲۵
۱۰	مقدار $\cos(\tan^{-1} \frac{3}{4})$ را حساب کنید.	۰/۷۵
۱۱	حد توابع زیر را در صورت وجود، محاسبه کنید:	۲/۲۵
	الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-16}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} (x-[x])$ ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$	
۱۲	مقدار a را طوری بیابید که تابع زیر در $x=1$ پیوسته شود.	۱
	$f(x) = \begin{cases} a - x-1 & x \geq 1 \\ \frac{x^2-1}{x-1} & x < 1 \end{cases}$	
۱۳	نمودار تابعی را رسم کنید که در یک همسایگی راست 2 تعریف شده باشد ولی در هیچ همسایگی چپ 2 تعریف نشده باشد و در این نقطه حد داشته باشد.	۰/۷۵
۱۴	معادله ی خط قائم بر نمودار تابع $f(x) = 2x^3 - x$ را در نقطه ای به طول 1 واقع بر منحنی به دست آورید.	۱/۲۵
۱۵	مشتق بگیرید: (ساده کردن الزامی نیست)	۲/۷۵
	الف) $y = (x^2 + \frac{1}{x})$ ب) $y = 3(2x-5)^4 + \sqrt[3]{x}$ ج) $y = \frac{\sin \sqrt{x}}{1+x^2}$	
۱۶	آیا تابع $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در صفر مشتق پذیر است؟ (دلیل خود را توضیح دهید)	۱
۲۰	جمع	«موفق باشید»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۲۰
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	$\left. \begin{aligned} 144 &= 3^2 \times 2^4 \\ 45 &= 3^2 \times 5 \\ 63 &= 3^2 \times 7 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{م.م.ب} = 3^2 \text{ (۰/۵) و تعداد شیشه‌ها} = 2^4 + 5 + 7 = 28 \text{ (۰/۲۵)}$	۰/۷۵
---	--	------

۲	$\text{مجموع تمام جملات} = \frac{a}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} \text{ (۰/۵)} = \frac{1}{\frac{2}{3}} \text{ (۰/۲۵)}$	۰/۷۵
---	--	------

۳	$f(x) = \sqrt{1-x}, \quad g(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ <p>جواب‌های معادله: $A(0, 1)$ (۰/۲۵) , $B(1, 0)$ (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۵)</p>	۱
---	---	---

۴	<p>الف) $\left\{ 4, \frac{3}{2} \right\}$ (۰/۵) مجموعه جواب</p> <p>ب) $y = 4 - 2x$ (۰/۵)</p> <p>ج) صعودی اکید: $[0, 2]$ (۰/۲۵) نزولی اکید: $[5, +\infty)$ (۰/۲۵) ثابت: $[2, 5]$ (۰/۲۵)</p> <p>د) $\frac{1}{\alpha}$ (۰/۲۵) , $\frac{1}{\beta}$ (۰/۲۵)</p>	۲/۲۵
---	--	------

۵	<p>$y = f(x-3)$ (۰/۵)</p> <p>$y = -2f(x-3)$ (۰/۷۵)</p>	۱/۲۵
---	--	------

ادامه در صفحه ی دوم

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۲۰
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	الف) $f \circ g = \{(0, 1), (5, \sqrt{3})\}$ (۰/۵) ب) $D_f = \{3, 5\}$ (۰/۵) g	۱
۷	$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow (x_1 - 2)^2 = (x_2 - 2)^2 \xrightarrow{(\cdot/\sqrt{5})} (x_1 - 2) = (x_2 - 2) \Rightarrow x_1 = x_2$ (۰/۲۵) ۱ $y = (x - 2)^2 \Rightarrow \sqrt{y} = (x - 2) \Rightarrow \sqrt{y} + 2 = x$ (۰/۲۵) $x = \sqrt{y} + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x} + 2$ (۰/۲۵)	۱
۸	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \Rightarrow \cos 45^\circ = 1 - 2\sin^2 22.5^\circ$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - 2\sin^2 22.5^\circ$ (۰/۲۵) \Rightarrow ۱ $2\sin^2 22.5^\circ = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin^2 22.5^\circ = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sin 22.5^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$ (۰/۲۵)	۱
۹	$\cos x (2\cos x - 1) = 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \text{ (۰/۲۵)} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (۰/۲۵)} \\ 2\cos x - 1 = 0 \text{ (۰/۲۵)} \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$	۱/۲۵
۱۰	$\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = \alpha \rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{4}$ (۰/۲۵) $\cos\left(\tan^{-1}\frac{3}{4}\right) = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{9}{16}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{25}{16}}} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5}$ (۰/۵)	۰/۲۵
۱۱	الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{(x - 4)(x + 4)} \times \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x - 4)}{(x - 4)(x + 4)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{1}{8 \times 4} = \frac{1}{32}$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} (x - [x]) = 3 - 3 = 0$ (۰/۵) ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x}$ (۰/۲۵) $= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{(\cos x - \sin x)} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ (۰/۵)	۲/۲۵

ادامه در صفحه ی سوم

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۲۰
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۲	<p>شرط پیوستگی: $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$ (۰/۲۵)</p> <p>حد راست: $\lim_{x \rightarrow 1^+} (a - x - 1) = a$ (۰/۲۵)</p> <p>حد چپ: $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = 2$ (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">} $\rightarrow a = 2$ (۰/۲۵)</p>	
۱۳	رسم نمودار با شرط های خواسته شده (۰/۷۵)	۰/۷۵
۱۴	<p>$f(1) = 2(1)^3 - 1 = 1$ (۰/۲۵) $y' = 6x^2 - 1$ (۰/۲۵)</p> <p>$m = -\frac{1}{f'(1)} = -\frac{1}{5}$ (۰/۲۵) $y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 1 = -\frac{1}{5}(x - 1)$ (۰/۵)</p>	۱/۲۵
۱۵	<p>الف) $y' = 3x^2 - \frac{1}{x^3}$ (۰/۵)</p> <p>ب) $y' = 3 \times 2 \times 2 \times (2x - 5)^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{x^3}}$ (۰/۵)</p> <p>ج) $y' = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}\right)(1+x^2) - (2x) \left(\sin \sqrt{x}\right)}{(1+x^2)^2}$ (۰/۲۵)</p>	۲/۷۵
۱۶	<p>خیر (۰/۲۵) وجود ندارد (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin \frac{1}{x} - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$ (۰/۵)</p> <p>$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin \frac{1}{x} - 0}{x}$ (۰/۵)</p>	۱

همکاران محترم ضمن عرض خسته نباشید لطفاً به راه حل های صحیح غیر از راهنمای تصحیح به تناسب بارم را تقسیم کنید.

با تشکر طراحان