<u>توابع خواص ونامعادله</u>

<u>توابع چند جمله ای</u>

درتابع g=f(x)بهxمتغیر مستقل وبهgمتغیر وابسته گوییم یابه عبارتی اعضادامنه را متغیرمستقل واعضابردرا متغیر وابسته گوییم.

نکته:بزرگ ترین توان متغیر مستقل رادرجه تابع گوییم.

مثال:درهریک ازتوابع زیر توابع چند جمله ای متغیر مستقل وابسته و درجه چند جمله ای را تعیین کنید

الف) $f(x)=3x^2+4x+3$ ب) $g(x)=3x+3$ ج) $k(x)=4x+\frac{5}{6x}$ د) $f(b)=2b^2+3b$

ه) $k(a)=\frac{1}{2}a^3+\frac{a}{3}+3$ و) $g(b)=\frac{b^2+3b}{5}$ ز) $L(r)=2r^5+3r^3+\sqrt{7}$

ح) $h(x)=\sqrt{2}x$ ط) $h(r)=2\sqrt{r}+3r+4$

مثال:تابع مساحت دایره ای باشعاعrمشخص کنید.سپس متغیر مستقل ووابسته راتعیین کنید.

مثال:تابع حجم کره ای با شعاع rرا مشخص کنید وسپس متغیر مستقل و وابسته را تعیین کنید.

توابع همانی:اگر دامنه وبردیک تابع برابرباشدوهرعضودامنه دقیقابه همان عضو دربرد نظیر شود آن تابع راهمانی گوییم وضابطه ی ان به صورت f(x)=xیاg=xمی باشد.

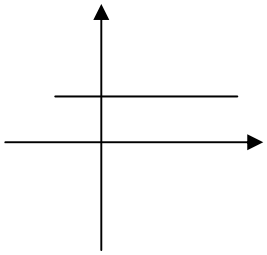
(مجموعه ای از زوج مرتب ها که مولفه ی اول هرزوج برابر مولفه ی دوم آن است.)

نکته:تابع همانی تابع یک به یک بوده که نمودار ان همان نیمساز ناحیه اول وسوم یانقاطی روی این نیمسازمی باشد.

تابع ثابت:تابعی که برد آن شامل یک عضو است یعنی هرعضو دامنه رابه همان یک عضو ازبرد نظیر می کند وضابطه آن به صورت f(x)=kیاg=kکه درآن kیک عددحقیقی ثابت است ونمودار آن به صورت یک خط موازی محورxیانقاطی روی آن خط است.

مثال: تابع ثابت وهمانی را درهر مورد تعیین کنید سپس وضعیت یک به یک بودن دامنه وبرد هر یک راتعیین کنید.

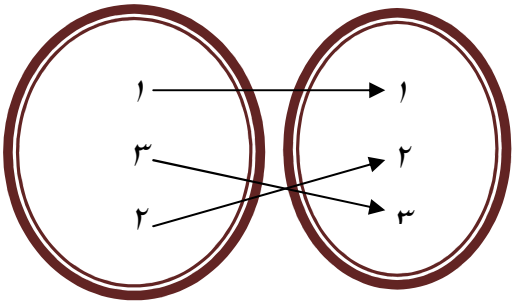
الف)



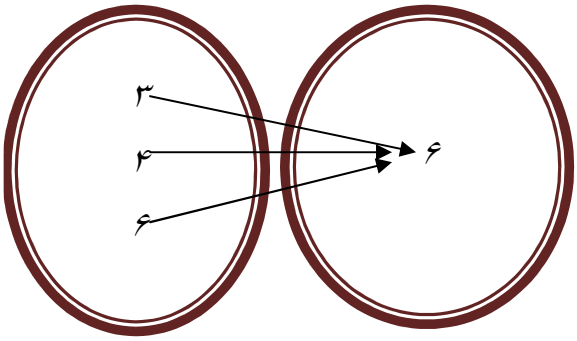
ب)

x	5	10	15
g	5	10	15

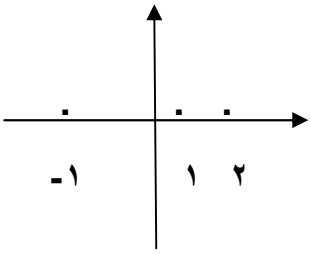
ج)



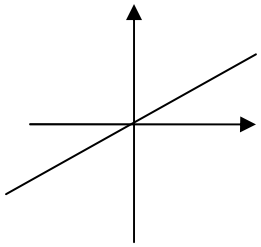
د)



ه)

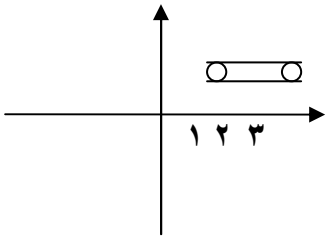


و)



ز)$\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$

ح)



مثال:اگرfتابع همانی باشد مقادیر a,b,cرابیابید.

F={(a,2)(3.b)(b+1,c)}

مثال:اگریک تابع ثابت باشد حاصل/a+b/,{$(4,b^2-2b)$,(-1,3),(-1,a+4)}رابیابید.

نکته:تابع ثابت تابعی یک به یک نیست تنهادرحالتی که دامنه آن تنها یک عضو داشته باشد که نشان دهنده ی یک نقطه بوده یک به یک خواهد بود.{(6,2)}

نکته:توابع درجه یک وصفر (تابع ثابت)راتوابع خطی گوییم که تابع ثابت وهمانی حالت خطی ازآن است.

توابع قدرمطلق:تابعی که هر مقدار دردامنه را به قدرمطلق آن دربرد نظیر می کندکه به صورت$f(x)=/x/$یا$g=(x)$نمایش می دهند.

(درحالت کلی تابعی است که اعدادنامنفی راتغییرنمی دهد واعداد منفی رامثبت می کند.)

همان طور که ازروی نمودار تابع مشخص استدامنه ی آنrوبرد آن اعداد نامنفی می باشد.

توابع گویا(کسری):توابعی هستند که به صورت $f(x)=\frac{\text{چندجمله}}{\text{چندجمله}}$ درانگونه توابع چون به صورت کسری هستند xهانمی توانند اعدادی بپذیرند که مخرج راصفر کنند بنابراین توابع گویا دارای دامنه زیر می باشد.{ریشه مخرج}-R

مثال:دامنه توابع کسری زیر را بیابید.

الف)$f(x)=\frac{3}{x}$ ب)$f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2x-10}$ ج)$g(x)=\frac{5x^3+7x^2}{x^2-9}$

د)$f(x)=\frac{6x+1}{7}$ ه)$k(x)=\frac{4x}{x^2+9}$ و)$f(x)=\frac{x}{x^2+3x+2}$

نکته:چنان چه یک تابع ثابت شوداول دامنه آن راتعیین می کنیم سپس ساده می کنیم.

توابع رادیکالی:توابعی مانند $\sqrt{x}$که متغیر زیررا دیکال نوشته شده است یادرحالت کلی توابعی که درصورت ساده نشدن متغیر زیر رادیکال دارند.

دامنه توابع رادیکالی: ۱.توابع رادیکالی بافرجه فرد: برای تعیین توابع رادیکالی بافرجه فرد کافیست رادیکال رانادیده بگیریدوفقط به تعیین دامنه عبارت زیر رادیکال بپردازید.

توابع رادیکالی بافرجه ی زوج: زیررادیکال بافرجه ی زوج نباید منفی باشدپس برای تعیین دامنه کافی است عبارت زیررادیکال رابزرگتریامساوی قرارمیدهیم وپس معادله ی حاصل راحل می کنیم.

مثال:دامنه ی توابع زیرراتعیین کنید؟

الف)$Fx=\sqrt[3]{3x^2+3x+1}$ ب)$g(h)=\sqrt{x}$ ج)$y=\sqrt[3]{\frac{3x+1}{2x+1}}$

د)$h(x)=\sqrt[5]{\frac{2x-3}{x^{2-1}}}$ ه)$y=\sqrt{x-4}$ و)$n(x)=\sqrt[5]{m}$ ز)$t(x)=\sqrt[3]{x}$

نکته :عبارت رادیکالی درمخرج کسرقراربگیردزیررادیکال رابایدبزرگترازصفرقراردهیم چون مخرج کسر وزیررادیکال نمی تواندعددمنفی باشد.

نکته:درعبارت های کسری که صورت ومخرج نیازبه تعیین دارد.دامنه ی صورت ومخرج راجداگانه تعیین میکنیم وسپس بین ان هااشتراک میگیریم

مثال:دامنه توابع زیر راتعیین کنید؟

الف) $m(z)=\frac{3x^2+1}{\sqrt{2x-1}}$ ب) $z(a)=\frac{2x}{\sqrt{2x-4}}$ ج) $a(m)=\frac{1}{\sqrt[3]{2x+3}}$

مثال:دامنه توابع زیر رابدست آورید.

الف) $v(a)=\frac{\sqrt[4]{x+3}}{x+1}$ ب) $m(z)=\frac{\sqrt{x}}{x}$ ج) $h(x)=\frac{\sqrt{z+2}}{\sqrt[4]{z-2}}$

نامعادله وتعیین علامت:منظورازتعیین علامت یک عبارت جبری این است که مشخص کنیم این عبارت درچه دامنه ای ازاعدادحقیقی مثبت ودرچه فاصله ای ازاعدادحقیقی منفی ودرچه نقاطی صفراند.

۱-تعیین علامت معادله ی درجه اول:برای تعیین علامت یک عبارت درجه اول به شکل کلی$ax+b(a\neq0)$ کافی است ابتداعبارت رامساوی صفرقراردهیم وریشه ی ان را به دست اوریم وسپس به صورت زیر عمل میکنیم:

$ax+b=0\rightarrow ax=-b\rightarrow x=\frac{b}{a}$

x	$-\infty$		$+\infty$
g	aموافق		موافق a

مثال:عبارت های زیرراتعیین علامت کنید؟

الف) $y=2x+4$ ب) $y=-2x+6$ ج) $y=\sqrt{2}\ x+1$ د) $y=4x+8$

مثال:معادله ی$4x+8\geq0$راباکمک تعیین علامت حل کنید؟

مثال:دامنه ی تابع $f(x)=\sqrt{2x-1}$ رابه کمک تعیین علامت بیابیدوبه صورت بازه نمایش دهید؟

۲-تعیین علامت عبارت های به فرم درجه اول (ضرب یاتقسیم):دراین حالت کافی است ریشه ی هریک ازعبارت های درجه اول راجداگانه به دست اوریم سپس آنهارادریک جدول به ترتیب ازکوچک به بزرگ نوشته وهرعبارت درجه اول راجداگانه تایین علامت کنیم.علامت های حاصل هرستون رادرهم ضرب کنیم تاعبارت کلی تعیین علامت شود.

مثال: عبارت های زیرراتعیین علامت کنید؟

الف) y=(2x+1)(-x+7) ب) $y=\frac{x+1}{2x-1}$ ج) y=(2x-1)(x-4) د) $y=\frac{2x-1}{x-4}$

مثال:نامعادله های $\frac{x}{3x+3}$و(x-1)(x-2) ≥ 0 راحل کنید؟

مثال:دامنه ی توابع زیررابه کمک تعیین علامت بیابیدوبه صورت بازه نمایش دهید؟

الف) $y(x)=\sqrt{-(x-1)(x-3)}$ ب) $\sqrt{\frac{x+3}{x-1}}$

عنوان:تعیین علامت عبارات درجه دوم:دراین حالت بعدازتعیین علامت a,b,cدلتارابدست می آوریم که بابدست آمدن دلتاهای زیر داریم:

حالت اول:$\Delta > 0$ حالت دوم:$\Delta = 0$ حالت سوم:$\Delta < 0$

مثال:عبارات زیر راتعیین علامت کنید.

الف) $g=6x^2-8x+2$ ب) $x=x^2-8x+16$ ج) $f=x^2-x+5$

د) $m=x^2-x+1$ ه) $z=-3x^2+9x^2-2$ و) $a=2x^2-3x+1$

مثال:نامعادلات زیر راحل کنید.

الف) $g=6x^2-8x+2<0$ ب) $f=x^2-x+1>0$

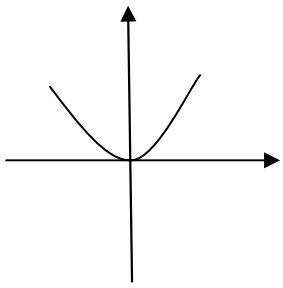
مثال:دامنه توابع زیر رابیابید وبه صورت بازه نمایش دهید.

الف) $x=\sqrt{x^2+x+5}$ ب) $g=\sqrt{x^2-7x+10}$ ج) $j=\sqrt[2]{2x+5}$

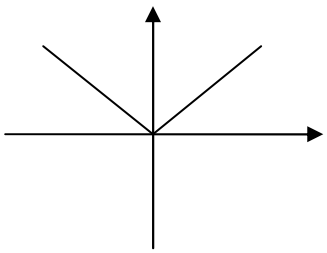
د) $k=\sqrt[4]{-x+4}$ ه) $r=\sqrt{\frac{3x+1}{2x+1}}$ و) $d=\sqrt{\frac{x^2-x+5}{-x^2+x+1}}$ ز) $s=\frac{\sqrt{3x+1}}{2x+1}$

انتقال:رسم یک تابع به کمک تابعی دیگر را انتقال نمودار تابع گوییم.

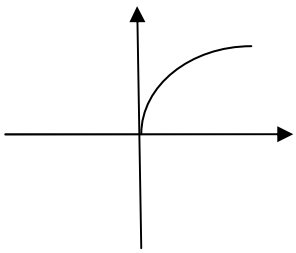
G=x^2



G =$|x|$



G=$\sqrt{x}$



رسم نمودار یک تابع باکمکانتقال:اگرنمودار تابعg=f(x)و0 <aمعلوم باشد برای رسم نمودار توابع به کمک انتقال به صورت زیر عمل می کنیم.

قانون اول:برای رسم نمودار g=f(x-a)کافیست نمودارg=f(x)را به اندازه aواحد درجهت مثبت محورxها انتقال دهیم. ۲/برای رسم نمودار g=f(x+a)کافیست نمودار g=f(x) رابه اندازه aواحد درجهت منفی محور xهاانتقال دهیم.۳/برای رسم نمودار g=f(x)+aکافیست نمودار g=f(x)رابه اندازه aواحد درجهت مثبت محورgهاانتقال دهیم.۴/برای رسم نمودار g=f(x)-aکافیست نمودار g=f(x)رابه اندازه aواحد درجهت منفی محورgها انتقال دهیم.۵/برای رسم نمودارg=f(-x)کافیست قرینه نمودارg=f(x)نسبت به محورgهابدست آورید.۶/برای رسم نمودارg=-f(x)کافیست قرینه نمودارg=f(x)نسبت به محورxهابه دست آید.۷/برای رسم نمودارg=kf(x)۱:> k >0 نمودار به محورxهانزدیک می شودیاازمحورgهادورمی شود.۲:k>1نمودارازمحورxهادورمی شودیابه محورgهانزدیک می شود.۸/برای رسم نمودارg=f(kx)مانندحالت قبل عمل می کنیم.

مثال:بادرنظرگرفتن نمودار g=$|x|$وg=$\sqrt{x}$وg=x^2ابتدانمودارهای زیررا رسم کنیدسپس به تعیین دامنه وبرد بپردازید.

الف)g=$|x|+1$ ب)z=$|x|-2$ ج)m=$(x-2)^2$ د)(g=$\sqrt{x+4}$

ه)f=$\sqrt{x+1}$+3 و)a=$2x^2$ ز)s=$-\sqrt{x}$ ح)d=$\frac{1}{2}x^2$

ط)q=$\sqrt{-x+1}$ -2 ک)k=$\left|\frac{1}{2}x\right|$ گ)$h(x)=(2x)^2$ ل)w=$|-x|$

مثال:نمودارتوابع زیر رابه کمک انتقال رسم کنید.

الف)g=$|x-3|$ ب)a=x^2+1 ج)s=$|x+2|+3$

د)z=$(x-2)^2+1$ ه)x=$\sqrt{x}$ و)m=x^2-2 ز)p=$\frac{1}{2}|x|$

ح) $b=(\frac{1}{2}x)^2$ ط) $h=-2\sqrt{-x+1}-2$

نکته:برای تعیین دامنه حالت های زیر راداریم:

۱/عبارت کسری$\frac{\text{صورت}}{\text{مخرج}}$ و$0\neq$مخرج

۲/عبارت رادیکالی: ۱:فرجه زوج/رادیکال حذف می شود , ۲:فرجه فرد/$0\geq$عبارت زیر رادیکال

نکته:برای تعیین دامنه مواقعی از تعیین علامت استفاده می کنیم که اولاعبارت به صورت نامساوی ($\geq,\leq$)باشد و ثانیا عبارت مورد نظر درجه دوم یا کسری باشد.

مثال:دامنه توابع زیر رامحاسبه کنید.

الف) $x=\frac{2x-4}{x+9}$ ب) $h=\frac{\sqrt{x+1}}{x}$ ج) $m=\frac{\sqrt{z+2}}{\sqrt{z-2}}$ د) $z=\sqrt{\frac{z+2}{z-2}}$

ه) $a=\sqrt{x^2-8x+16}$ و) $g=\sqrt{\frac{2x-3}{\sqrt{-x+7}}}$

نکته: برای تعیین دامنه هایی که صورت ومخرج را جداگانه به دست آورده ایم بین ناحیه های به دست آمده اشتراک می گیریم که این اشتراک برابر ناحیه ی کوچک تر خواهد بود (اشتراک ناحیه بازº وناحیه بسته با،همیشه باز خواهد بود.)و درجدول های تعیین علامت بین ناحیه های خواسته شده اجتماع می گیریم که همیشه برابر ناحیه بزرگ تر خواهد شد.(اجتماع ناحیه بسته وباز نیز همیشه بسته است.)

نام دبیرمربوطه:*آقای حسام قاضی*