

مجموعه: به دسته ای از اشیاء و یا آدم ها که مشخص باشند مجموعه میگویند و آن اشیاء و یا آدم ها را اعضای مجموعه میگویند.

نکته: ممکن است اعضای مجموعه هیچگونه ارتباط خاصی باهم نداشته باشند به عنوان مثال مجموعه $\{پلوتون، سعدی، حافظ، ۲، ۴\}$ که هیچ ارتباط خاصی باهم ندارند.

برای نمایش مجموعه، کافی است اعضایش را بین دو " $\{ \}$ " بنویسیم. و بین عضوهایش هم " \in " و " \notin " می گذاریم تا باهم قاطی نشود. البته هر مجموعه ای را هم نمیتوان بانوشتن عضوهایش مشخص کرد. مثلاً مجموعه Q اعداد گویا، مجموعه Q^c اعداد گنگ و مجموعه R اعداد حقیقی چون اعضایش به هم متصل هستند یا نزدیک به هم هستند و نمی توان اعضای آنها را جدا جدا نوشت. ونحوه \in نمایش آنها که به گونه ای دیگر است که بعداً به آن خواهیم پرداخت. و مجموعه های دیگر که تعداد عضوهایشان زیاد است به صورت زیر نمایش داد.

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$W = \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$$

نکته: برای نشان دادن عضو بودن از نماد \in و برای نشان دادن عضو نبودن \notin و مجموعه \emptyset را که هیچ عضوی ندارد را تهی میگوییم و با نماد \emptyset یا $\{\}$ نشان می دهیم.

مثال: مجموعه های زیر را نشان دهید:

اعداد طبیعی یک رقمی (د) اعداد زوج (ج) اعداد فرد (ب) اعداد اول (الف)

مثال: درستی یا نادرستی هر کدام از عبارات های زیر را بیان کنید:

الف) $\{a\} \in \{a, b\}$

ب) $\pi \in Q$

ج) $0 \notin Z$

د) $0 \in N$

مثال: کدام یک از مجموعه های زیر تهی است؟

الف) مجموعه $\frac{4}{5}$ و $\frac{3}{5}$ گویا بین (ب) مجموعه $\frac{4}{5}$ و $\frac{3}{5}$ اعداد اول زوج (ج) مجموعه $\frac{4}{5}$ و $\frac{3}{5}$ اعداد کمتر از یک

د) مجموعه اعداد طبیعی بین ۲ و ۱۲ که بر ۱۳ بخش پذیر باشد.

تست: کدام یک از مجموعه های زیر یک مجموعه \emptyset است؟

۱) $\{0\}$ ۲) مجموعه $\{ \}$ ۳) $\{ \emptyset \}$ ۴) مجموعه اعداد اول بین ۲۴ و ۲۸

مثال: کدامیک از عبارات های زیر نمایش گر یک مجموعه است؟

الف) سه عدد زوج متوالی (ب) یک عدد فرد اول (ج) عدد زوج اول (د) سن افراد یک خانوار
 تساوی مجموعه ها: دو مجموعه وقتی با هم مساوی اند که اعضای آنها با هم برابر و مساوی باشند. البته باید توجه داشت که اگر مجموعه ای عضو تکراری داشته باشد با حذف عضو تکراری مجموعه تغییری نمیکند و به همین دلیل است که در مجموعه ها بهتر است عضو تکراری را ننویسیم.

مثال: درستی موارد زیر را بررسی کنید.

مجموعه ی اعداد زوج کمتر از $8 = \{2, 4, 6, 8\}$ (الف)

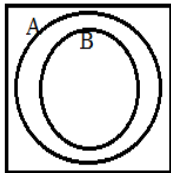
مجموعه ی اعداد زوج کمتر از $8 = \{0, 2, 4, 6\}$ (ب)

مجموعه اعداد اول یک رقمی $= \{1, 3, 5, 7\}$ (ج)

$\{\emptyset\} = \emptyset$ (د)

مثال: اگر $A = \{x \text{ و } 3 \text{ و } 2\}$ و $B = \{y \text{ و } 2 \text{ و } 1\}$ باشد x و y را چنان بیان کنید که A با B مساوی باشند.

ب) دو مجموعه $A = \{7 \text{ و } y\}$ و $B = \{3 \text{ و } x \text{ و } y\}$ با هم مساوی اند مقدار $2xy$ را بیابید.



زیر مجموعه:

فرض کنیم A و B دو مجموعه باشند اگر هر عضو B عضو A هم باشد (یعنی هر چه در مجموعه B

داخل مجموعه A هم باشد) می گوئیم B زیر مجموعه A است و مینویسیم $B \subset A$

زیر مجموعه بودن را با نماد (\subset) و زیر مجموعه نبودن را با نماد $(\not\subset)$ نشان میدهیم لذا زمانی

B زیر مجموعه A نیست که عضوی در B باشد که در A یافت نشود.

مثال: درستی یا نادرستی عبارات های زیر را بررسی کنید.

الف) $\{1\} \subset \{1, 2\}$

ب) $\{1, 2\} \subset \{1\}$

ج) $\{2, 3, 4\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$

د) $\{\{1\}\} \subset \{1, 2\}$

ه) $1 \subset \{1, 2\}$

مثال: اگر $A \subset \emptyset$ باشد چه نتیجه ای در مورد A میتوان گرفت: نتیجه میگیریم که A هم \emptyset است.

نکات: ۱- تهی زیرمجموعه ی هر مجموعه ای هست ۲- هر مجموعه زیرمجموعه ی خودش است ۳- برای نوشتن زیرمجموعه های یک مجموعه کافی است با خود مجموعه شروع کنیم و با حذف یکی یکی تعداد اعضای آن، تمام زیرمجموعه های آن مجموعه را بنویسیم تا به مجموعه ی تهی برسیم. ۴- تعداد زیرمجموعه های هر مجموعه برابر است با 2^n به توان تعداد عضوهای آن مجموعه.
مثال: رابطه ی بین مجموعه ها N و W و Q و Z و R را مینویسید.

$N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$

مثال: زیرمجموعه های مجموعه های زیر را بنویسید.

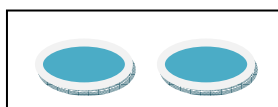
$$B = \{2, 4, 5\} \text{ و } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{2, 4, 5\} \quad \{2, 4\} \text{ و } \{2, 5\} \text{ و } \{4, 5\} \text{ و } \{2\} \text{ و } \{4\} \text{ و } \{5\} \text{ و } \emptyset \quad 2^3 = 8$$

$$A = \{1, 2\} \text{ و } \{1\} \text{ و } \{2\} \text{ و } \emptyset \quad 2^2 = 4$$

مثال: فرض کنیم A, B, C ... و $A \cap B$ و $A \cap C$ و $B \cap C$ کدام جمله درست است؟

الف) $A \cap C$ ب) $A \cap B$ ج) $A \cap C$



$A \cup B$

اجتماع مجموعه ها: با فرض مجموعه بودن A و B

اگر همه ی عضوهای A و همه ی عضوهای B را با هم در مجموعه ای بریزیم مجموعه حاصل را اجتماع A و B و با نماد \cup نشان میدهیم. البته بهتر است که عضوهای مشترک را فقط یکبار بنویسیم.

مثال: اگر $A = \{-1, 2, 5\}$ و $B = \{1, 5, 7\}$ و $C = \{9\}$ باشد هر یک از مجموعه های زیر را مشخص کنید.

۱- الف) $B \cup A$ ب) $C \cup B$ ج) $C \cup A$

د) $A \cup B \cup C$

ج) $B \cap C$

ب) $A \cap C$

۲- الف) $A \cup B$



اشتراک مجموعه ها:

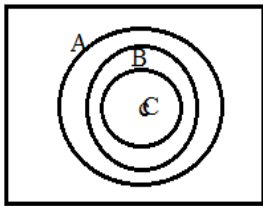
اشتراک A و B شامل همه ی عضوهای است که هم در A هستند و هم در B که با نماد $A \cap B$ نمایش میدهیم.

نکته: در حالت کلی ممکن است دو یا چند مجموعه ای را که میخوانیم از آنها اشتراک بگیریم با هم عضو مشترکی نداشته باشند در این صورت اشتراک آنها را با \emptyset نشان میدهیم که به آنها مجموعه ی مجزا یا جدا از هم میگوییم.

مثال: اگر $A = \{1, 2\}$ و $B = \{1, 2, 3\}$ و $C = \{1, 2\}$ باشند هر یک از مجموعه های زیر را مشخص کنید:

الف) $B \subset A$ ب) $C \subset A$ ج) $C \subset B$ د) $C \subset B \subset A$

در نمودار روبه رو عبارت های $A \cup B$ و $A \cup B \cup C$ و $A \cap B \cap C$ را هاشور بزنید.



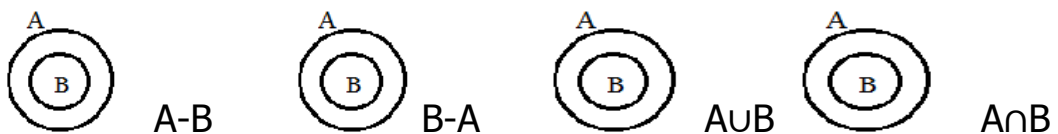
نکته: اگر برای دو مجموعه A, B داشته باشیم $B \subset A$ آنگاه: $A \cup B = A$ $A \cap B = B$

تفاضل مجموعه ها: در تفاضل $A - B$ که تفاضل B از A نامیده میشود شامل عضو هایی از A است که در B نیستند. یعنی کافی است اعضای B را از مجموعه A خارج کنیم تا به مجموعه $A - B$ برسیم.

مثال: اگر $A = \{1, 2, 3, 5\}$ و $B = \{2, 5, 6\}$ باشد حاصل عبارت های زیر را تعیین کنید؟

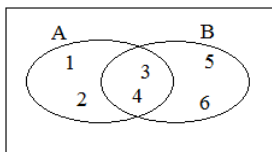
الف) $A \cup B$ ب) $A \cap B$ ج) $A - B$ د) $B - A$

مثال: عبارت های زیر را روی نمودار هاشور بزنید

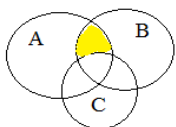


مجموعه های متناهی و نامتناهی: مجموعه های که تعداد اعضای آنها محدودند و قابل شمارش هستند را مجموعه ی متناهی میگوییم. و مجموعه ای که اعضای آنها قابل شمارش نیستند و آنها ندارند را مجموعه ی نامتناهی میگوییم

مثال: با توجه به شکل پاسخ دهید. الف: $A \cup B$ ب: $A \cap B$



مثال: محدوده ی سایه زده شده را به کمک اعمال روی مجموعه ها نمایش دهید.



مثال: متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه های زیر را مشخص کنید.

۱) مجموعه اعداد طبیعی ۲) مجموعه سیارات منظومه شمسی ۳) مجموع ستاره ها

۴) مجموعه مورچگان زمین ۵) مجموعه اعداد حقیقی ۶) $W - N$

نکته: مجموعه تهی متناهی است و تعداد اعضای آن صفر است.

مشخص کردن مجموعه ها: برای نمایش مجموعه ها با نماد ریاضی بهتر است که به صورت زیر عمل کنیم.

{ویژگی به کاررفته | صورت کلی عضوها}: حالت اول $\{2, 4, 6, 8, \dots\} = \{2k | k \in \mathbb{N}\}$

{رابطه ای که عضوها در آن صدق کند | عددهایی که میتوانند در رابطه قرار بگیرند}: حالت دوم
مانند مجموعه اعداد حقیقی منفی $\{x \in \mathbb{R} | x < 0\}$

مثال: هر یک از مجموعه های زیر را با نماد ریاضی بیان کنید.

الف) مجموعه اعداد حقیقی مثبت

ب) مجموعه اعداد طبیعی فرد

ج) $\left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}\right\}$

د) $\{4, 9, 16, 25\}$

ه) مجموعه اعداد حقیقی بین ۱ و ۲

و) $\left\{\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{5}, \frac{2}{6}\right\}$

ز) $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$

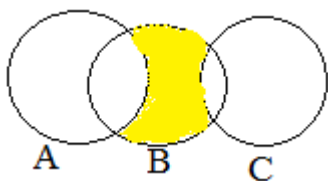
مثال: اعضای هر یک از مجموعه های زیر را مشخص کنید.

الف) $\{x^2 | x \in \mathbb{Z}\}$ ب) $\{2k-1 | k \in \mathbb{N}\}$

ج) $\left\{\frac{2}{k} | k \in \mathbb{Z}, k < 3\right\}$ د) $\left\{\frac{x^2}{x+1^2} | x \in \mathbb{Z}, 1 < x < N\right\}$

ه) $\{x \in \mathbb{Z} | |x| = 3\}$ و) $\left\{\frac{x+2}{x+1} | x \in \mathbb{N}, N < 4\right\}$

فعالیت: الف) محدوده سایه زده شده را به کمک اعمال روی مجموعه ها نمایش دهید



ب) اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$ و $B = \{4n - 1 | n \in A\}$ و $B \subset A$ آنگاه B چند عضو دارد؟

با تشکر از دبیر مربوطه: آقای حسام قاضی