

مهندسه ۱ دوم دبیرستان
رشته ریاضی فیزیک، علوم تجربی
پانچ کامل مسائل کتاب درسی

مؤلف: محمد حسین مصلحی
دبیر رسمی آموزش و پرورش اصفهان



Email : info@riazisara.com phone : ۰۹۱۳۱۰۰۶۶۵۲

هرگونه انتشار بدون تغییر در صفحات مجاز است.

فهرست مطالب :

در صفحه	طرح مسائلی	در صفحه	طرح مسائلی
۲۷	دو تمرین صفحه ۸۹ و ۹۰	۴	صفحه ۱۲
۲۸	صفحه ۹۰	۷	صفحه ۲۳
۳۰	صفحه ۹۶	۱۳	صفحه ۳۳
۳۱	صفحه ۱۰۴	۱۴	صفحه ۳۴
۳۳	صفحه ۱۱۶	۱۶	صفحه ۵۰
۳۴	صفحه ۱۲۲	۱۹	صفحه ۶۳
۳۵	صفحه ۱۲۷	۲۵	صفحه ۷۴
۳۶	صفحه ۱۳۵	۲۶	صفحه ۸۱
۳۷	صفحه ۱۴۳		

سخن آغازین

دروبر آنها که در مقابل ظلم سکوت و ذلت بار اختیار نکردند.
دروبر معلم که بزرگترین سرمایه هر جامعه در اختیار اوست.
دروبر دانش آموز، تنها امید بر آینده ای روشن.

این کتاب الکترونیکی پیشگویی است به حضور فرزندان ایران زمین.

اما چرا حل المسائل؟

- ۱- استفاده برقی دانش آموزان از حل المسائل واقعیتی غیر قابل انکار است.
- ۲- باید دانش آموز را آگاه کرد که استفاده از حل المسائل آفرین راه است نه اولین کار.
- ۳- نویسندگان حل المسائل ها گاهی از روشهای میانبر و تستی برای حل مسائل استفاده کرده و معلم مزبور متهم به بد درس دادن و پیچیده کردن حل مساله می گردد.. پاسنهای موجود در این کتاب مبتنی بر روش کتاب است.
- ۴- برقی دانش آموزان به دلایلی تمام کلاسها را حضور نداشته و جوابهای صعب سوالات را در اختیار ندارند و یا دبیر فرصت حل تمام مسائل را پیدا نمی کند. به دلایلی که برقی از آنها ذکر شد بر آن شدیم، پاسخ مسائل کتاب درسی را در اختیار قرار دهیم. تلاش بر این است در ویرایشهای بعدی مطالب و تمریناتی به این کتاب افزوده گردد.

مشثاقانه پذیرای نظرات و انتقادات شما هستیم.

محمد حسین مصلی

دبیر رسمی آموزش و پرورش اصفهان

مهر ماه ۹۱

www.riazisara.com

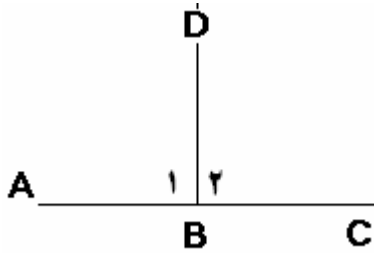
info@riazisara.com

۰۹۱۳۱۰۰۶۶۵۲

آدرس سایت

آدرس پست الکترونیکی

شماره همراه جهت تماس (sms)



$$\begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow 2\hat{B}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = 90^\circ - 1$$

$$QP = PS \text{ اضلاع مربع} \quad -2$$

متساوی الساقین ΔQPT $PS = PT \Rightarrow QP = PT \Rightarrow \Delta QPT$ مثلث متساوی الاضلاع

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta XKJ : \text{متساوی الاضلاع} \quad KX = KJ \\ \text{مربع} \quad KJML : KJ = KL \Rightarrow KX = KY \Rightarrow \Delta KXY \\ \Delta KLY : \text{متساوی الاضلاع} \quad KL = KY \end{array} \right. \quad \text{متساوی الساقین} \quad -3$$

۴- دو زاویه $\angle RQS$ ، $\angle LKM$ مکمل زوایای $\angle RQP$ ، $\angle LKI$ هستند و طبق ق زوایای مکمل با هم برابرند.

$$x + y = 90^\circ \Rightarrow (180^\circ - x) + (180^\circ - y) = 360^\circ - (x + y) = 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ \quad -5$$

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ x = y \end{cases} \Rightarrow 2x = 180 \Rightarrow x = 90 = y \quad \text{(الف)} \quad -6$$

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ x = 2y \end{cases} \Rightarrow 3y = 180 \Rightarrow y = 60, x = 2y = 2(60) = 120 \quad \text{(ب)}$$

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ x = ny \end{cases} \Rightarrow (n+1)y = 180 \Rightarrow y = \frac{180}{n+1}, x = n\left(\frac{180}{n+1}\right) \quad \text{(پ)}$$

۷- شکل سمت چپ: $x + 110^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 70^\circ$ $70^\circ + 60^\circ + z = 180^\circ \Rightarrow z = 50^\circ$

$$y = x = 70^\circ$$

شکل سمت راست: $JK \parallel MQ \Rightarrow z = 35^\circ, y = 100^\circ, 35^\circ + 100^\circ + \hat{L} = 180^\circ \Rightarrow \hat{L} = 45^\circ$

$$\Rightarrow y = 100^\circ, x = y \Rightarrow x = 100^\circ \text{ و } x + \hat{L} + z = 180 \Rightarrow 100 + 45 + z = 180 \Rightarrow z = 35$$

۸- دو شعاع نور AB ، CD موازیند و همچنین آینه های PQ ، RS نیز موازی قرار داده شده اند،
 $\hat{QBC} = \hat{RCB}$ ، $\hat{PBC} = \hat{SCB}$ ، $\hat{ABC} = \hat{DCB}$ ، $\hat{ABQ} = \hat{DCR}$ بنابراین

۹- بالا سمت چپ: $\hat{K} + 110 = x$ ، $140 + \hat{K} = 180 \Rightarrow \hat{K} = 40$ ، $y + 110 = 180 \Rightarrow y = 70$ ،
 $\Rightarrow x = 40 + 110 = 150$

بالا سمت راست: $115 = 90 + x \Rightarrow x = 25$ ، $\hat{UQT} = 180 - (90 + 50) = 40$

$y = 180 - \hat{UQT} - x \Rightarrow y = 180 - 40 - 25 = 115$

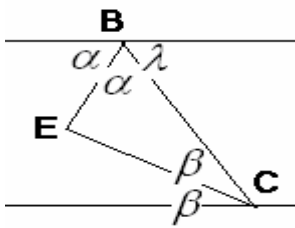
پایین سمت چپ: $x = 30 + 40 = 70$ ، $x + y + 60 = 180$
 $\Rightarrow 70 + y + 60 = 180 \Rightarrow y = 50$

پایین سمت راست: $BF \parallel CE$ ، AD قاطع $\Leftarrow x = 35$ ، $\hat{IBG} = y$ ، $\hat{IBG} + x + 65 = 180$ ،
 $\Rightarrow y + 35 + 65 = 180 \Rightarrow y = 80$

۱۰- $\begin{cases} \text{ق زوایای مکمل} & \hat{ACD} + \hat{C} = 180^\circ \\ \text{ق مجموع زوایای مثلث} & \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = \hat{ACD}$

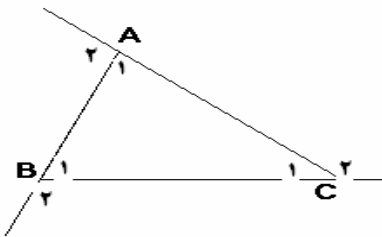
۱۱- هر دو قسمت الف و ب از قضیه زوایای مکمل به دست می آید چون زوایای مکمل زوایای فرض هستند.

۱۲- از D به B وصل می کنیم. $\hat{EAB} = \hat{B}_1 + \hat{D}_1$ خارجی، $\hat{FCB} = \hat{B}_2 + \hat{D}_2$ خارجی،
 $\Rightarrow \hat{EAB} + \hat{FCB} = (\hat{B}_1 + \hat{B}_2) + (\hat{D}_1 + \hat{D}_2) \Rightarrow \hat{EAB} + \hat{FCB} = \hat{B} + \hat{D}$



$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} 2\alpha + \lambda = 180^\circ & \text{نیم صفحه} \\ \lambda = 2\beta & \text{ق خطوط موازی} \end{cases} \Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \\
 & \hat{E} = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \quad \text{مجموع زوایای مثلث}
 \end{aligned}$$

-۱۳



$$\begin{aligned}
 A_2 + B_2 + C_2 &= 180^\circ - \hat{A}_1 = 180^\circ - \hat{B}_1 + 180^\circ - \hat{C}_1 = \\
 &= 540^\circ - (\hat{A}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1) = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ
 \end{aligned}$$

-۱۴

۱۵- استدلال استقرائی بر اساس مشاهده و تجربه است ولی در استدلال استنتاجی نتیجه گیری به کمک قواعد منطقی و فرضیات صحیح می باشد مثل اندازه گیری مجموع زوایای مثلث (استقرائی) یا اثبات آنکه مجموع زوایای مثلث ۱۸۰ درجه است (استنتاجی).

$$\begin{cases} AB = AC \\ AS = AS \Rightarrow \Delta ABS \cong \Delta ASC \text{ (ض.ض.ض)} \\ BS = SC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{S}_1 = \hat{S}_2 \end{cases} \quad \text{الف) ۱-}$$

$$\begin{cases} AE = EB \\ DE = EC \Rightarrow \Delta ADE \cong \Delta ABE \text{ (ض ; ض)} \\ \hat{E}_1 = \hat{E}_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AD = BC \\ \hat{A} = \hat{B} \\ \hat{D} = \hat{C} \end{cases} \quad \text{ب) ۲-}$$

$$\begin{cases} \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \Rightarrow \Delta BDC \cong \Delta ABC \text{ (; ض ;)} \\ BC = BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CD = CA \\ BD = BA \\ \hat{D} = \hat{A} \end{cases} \quad \text{پ) ۳-}$$

$$\text{الف) ۲- } ۱ \cong ۲ \text{ (ض ; ض)} \quad \text{ب) ۳- } ۱ \cong ۳ \text{ (; ض ;)}$$

$$\begin{aligned} \text{الف) ۳- } \hat{B} = \hat{J} \Rightarrow \Delta PBY \cong \Delta RSJ \text{ (ض ; ض ;)} \\ \text{ب) } MS = XP \Rightarrow \Delta DMS \cong \Delta XPQ \text{ (ض ض ض)} \end{aligned}$$

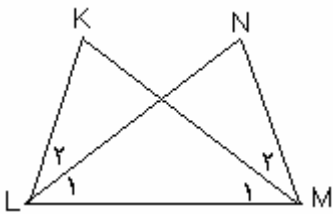
$$\begin{aligned} PS \text{ وسط } M & \left\{ \begin{array}{l} MP = MS \\ MR = MQ \Rightarrow \Delta MPQ \cong \Delta MRS \text{ (ض ز ض)} \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{array} \right. \quad \text{۴-} \\ RQ \text{ وسط } M & \\ \text{متقابل به رأس} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{فرض مساله} & \left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AP = AP \Rightarrow \Delta APC \cong \Delta BPC \text{ (ض ز ض)} \Rightarrow BP = PC \Rightarrow \Delta PBC \\ AC = AB \end{array} \right. \quad \text{۵-} \\ \text{مشترک} & \\ \text{فرض مساله} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PQ \parallel ST, PT \text{ قاطع} & \left\{ \begin{array}{l} \hat{P} = \hat{T} \\ \hat{R}_1 = \hat{R}_2 \Rightarrow \Delta PQR \cong \Delta RST \text{ (; ض ز)} \Rightarrow RQ = RS \\ PR = RT \end{array} \right. \quad \text{۶-} \\ \text{متقابل به رأس} & \\ PT \text{ وسط } R & \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} \text{فرض مساله} \\ \text{فرض مساله} \\ \text{مشترک} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} PQ = QR \\ PS = SR \\ QS = QS \end{array} \right. \Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta RQS (\text{ض ض ض}) \Rightarrow \hat{Q}_1 = \hat{Q}_2 \quad -۷$$

$$\begin{array}{l} \square \text{ نتیجه} \\ \text{مشترک} \\ \text{فرض} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \hat{Q}_1 = \hat{Q}_2 \\ QT = QT \\ QP = QR \end{array} \right. \Rightarrow \Delta PQT \cong \Delta RQT (\text{ض ز ض}) \Rightarrow PT = RT$$



$$\begin{array}{l} \square \text{ نتیجه} \\ \text{فرض مساله} \\ \text{مشترک} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \hat{L}_1 = \hat{M}_1, \hat{L}_2 = \hat{M}_2 \Rightarrow \hat{L}_1 + \hat{L}_2 = \hat{M}_1 + \hat{M}_2 \Rightarrow \hat{L} = \hat{M} \\ \hat{M} = \hat{L} \\ \hat{L}_1 = \hat{M}_1 \Rightarrow \Delta KML \cong \Delta NML (\text{ز ض ز}) \\ LM = LM \end{array} \right. \Rightarrow KL = NM \quad -۸$$

$$AE = AC, DC = BE \Rightarrow AE + EB = AC + CD \Rightarrow AB = AD \quad \square \quad -۹$$

$$\begin{array}{l} \square \text{ نتیجه} \\ \text{فرض} \\ \text{مشترک} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} AB = AD \\ AC = AE \Rightarrow \Delta ADE \cong \Delta ABC (\text{ض ض ض}) \Rightarrow BC = DE \\ \hat{A} = \hat{A} \end{array} \right.$$

$$\text{الف) } AC = CD \Rightarrow \hat{D} = x, \text{ خارجی } \hat{ACB} = x + x = 2x \quad -۱۰$$

$$AB = AC \Rightarrow \hat{ACB} = \hat{B} = 70^\circ \Rightarrow 2x = 70^\circ \Rightarrow x = 35^\circ$$

$$\begin{array}{l} \text{قائم} \\ \text{فرض (ب)} \\ \text{مشترک} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \hat{S}_1 = \hat{S}_2 \\ PS = SR \Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta RQS \Rightarrow \hat{R} = \hat{P} = 50^\circ, 50^\circ + 90^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 40^\circ \\ QS = QS \end{array} \right.$$

$$KL = KM \Rightarrow \hat{KML} = \hat{L} = 30, \text{ پ)}$$

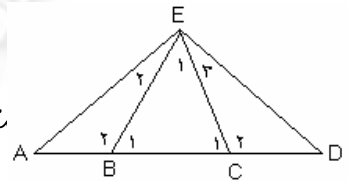
$$LKM \text{ مثلث } MKJ = 30 + 30 = 60, MK = MJ \Rightarrow \hat{MKL} = \hat{MJK} = 60.$$

$$LMJ \text{ مثلث } x = \hat{J} + \hat{L} = 60 + 30 = 90.$$

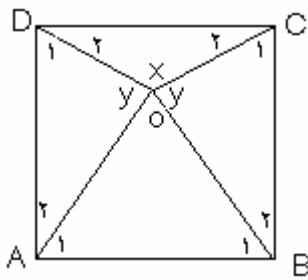
$$\Delta BEC \text{ متساوی الاضلاع } \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1 = \hat{E}_1 = 60^\circ \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{C}_2 = 120. \quad -11$$

$$\Delta AEB, \Delta DCE \Rightarrow 2\hat{A} = 60 \Rightarrow \hat{A} = 30 = \hat{D}$$

$$\Rightarrow \hat{BEC} = 60, \hat{ABE} = 120, \hat{EAB} = 30 \text{ متساوی الساقین}$$



$$\hat{A}_1 + \hat{E} + \hat{ADE} = 180^\circ \Rightarrow 30 + 2\hat{E} = 180 \Rightarrow \hat{E} = 75 = \hat{ADE}, \hat{BCD} = 2\hat{BCA} = 2(75) = 150. \quad -12$$

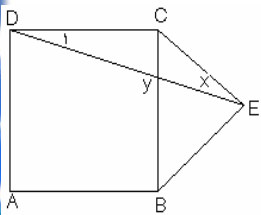


-13 (الف)

$$\hat{A}_1 = 60^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = 30, AO = AD \Rightarrow y = \hat{D}_1$$

$$y + \hat{D}_1 + \hat{A}_2 = 180 \Rightarrow 2y + 30 = 180 \Rightarrow y = 75$$

$$\hat{AOB} + 2y + x = 360 \Rightarrow 60 + 150 + x = 360 \Rightarrow x = 150.$$



$$DC = CB = CE \Rightarrow \Delta DCE \text{ متساوی الساقین } \Rightarrow \hat{E} = \hat{D}_1 = x \text{ (ب)}$$

$$\hat{E} + \hat{D}_1 + \hat{DCE} = 180 \Rightarrow 2x + 90 + 60 = 180 \Rightarrow 2x = 30$$

$$\Rightarrow x = 15, x + y + \hat{BCE} = 180 \Rightarrow 15 + y + 60 = 180 \Rightarrow y = 105$$

$$AB = AC \Rightarrow \hat{ABC} = \hat{ACB} \Rightarrow \hat{ABE} = \hat{ACD} \text{ ق زوایای مکمل} \quad -14$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{ABE} = \hat{ACD} \\ AB = AC \\ BE = CD \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow (\text{ض ض ض}) \Delta ABE \cong \Delta ACD \Rightarrow AE = AD$$

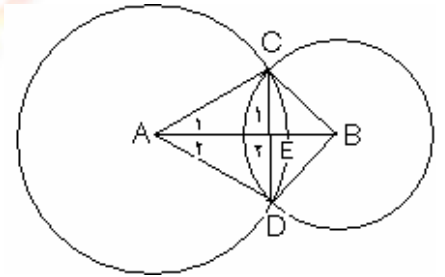
$$BE = CD$$

$$QT = QR \Rightarrow \widehat{QTR} = \widehat{QRT} , \text{ ق زاویه ی مکمل } \Rightarrow \widehat{TRS} = \widehat{PTQ} \quad \square \quad -۱۵$$

$$\square \text{ طبق } \begin{cases} \widehat{TRS} = \widehat{PTQ} \\ \text{فرض} \quad \left\{ \begin{array}{l} TQ = RS \\ TR = PT \end{array} \right. \Rightarrow \Delta PQT \cong \Delta TRS (\text{ض ض ض}) \Rightarrow PQ = TS \\ \text{فرض} \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \text{شعاع دایره} \\ \text{شعاع دایره} \\ \text{مشترک} \end{array} \begin{cases} AC = AD = R \\ BC = BD = r \\ AB = AB \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta ADB (\text{ض ض ض}) \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{ADB} \quad -۱۶$$

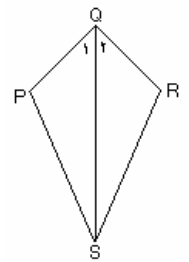
$$\Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 , \begin{cases} \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \\ AC = AD \Rightarrow \Delta AEC \cong \Delta ADE \\ AE = AE \end{cases}$$



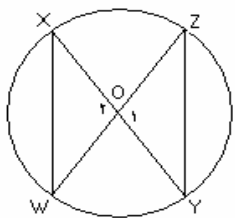
$$\Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{E}_2 , \widehat{E}_1 + \widehat{E}_2 = 180^\circ \Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{E}_2 = 90^\circ , CE = ED$$

پس AB هم عمود بر DC هم آنرا نصف می کند.

$$\begin{array}{l} \text{قطر QS نیمساز} \\ \text{فرض مساله} \\ \text{مشترک} \end{array} \begin{cases} \widehat{Q}_1 = \widehat{Q}_2 \\ PQ = QR \Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta QRS (\text{ض ض ض}) \Rightarrow PS = RS \\ QS = QS \end{cases} \quad -۱۷$$



$$\begin{array}{l} \text{شعاع دایره} \\ \text{شعاع دایره} \\ \text{متقابل به رأس} \end{array} \begin{cases} OX = OY = r \\ OZ = OW = r \Rightarrow \Delta OXW \cong \Delta ZOY (\text{ض ض ض}) \Rightarrow XW = ZY \\ \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 \end{cases} \quad -۱۸$$



$$PC \text{ عمود منصف } \begin{cases} AC = CB \\ \widehat{C}_1 = \widehat{C}_2 = 90^\circ \Rightarrow \Delta PCA \cong \Delta BPC \Rightarrow PA = PB \\ PC = PC \end{cases} \quad \text{مشترک} \quad -19$$

$$BP \text{ نیمساز } \begin{cases} \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \\ E, F \text{ پای عمود} \\ \widehat{E} = \widehat{F} = 90^\circ \Rightarrow \Delta BPE \cong \Delta BPF \\ BP = BP \end{cases} \quad \text{مشترک} \quad -20$$

$\Rightarrow PE = PF$ (وتر و یک زاویه)

$$PS \text{ میانه } \begin{cases} QS = SR \\ PS = PS \Rightarrow \Delta PQS \cong \Delta PRS \\ PQ = PR \end{cases} \quad \text{مشترک} \quad -21 \text{ (الف ب)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{P}_1 = \widehat{P}_2 \\ \widehat{S}_1 = \widehat{S}_2 = 90^\circ \end{cases} \quad \text{(وتر و یک ضلع)}$$

فرض مسأله

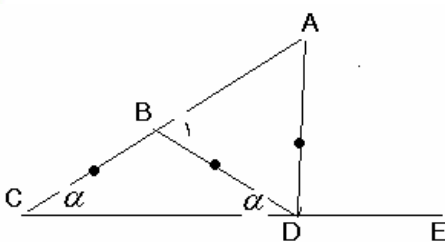
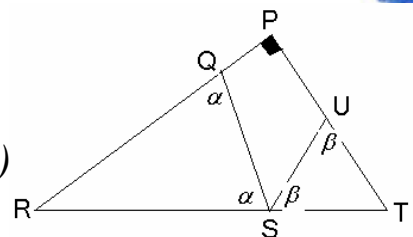
(پ) در مثلث متساوی الساقین، نیمساز زاویه بین دو ساق، ارتفاع، میانه و عمود منصف نیز هست.

-22 با توجه به تساوی اجزاء داریم

$$\begin{cases} \widehat{R} + 2\alpha = 180 \\ \widehat{T} + 2\beta = 180 \end{cases} \Rightarrow \widehat{R} + \widehat{T} + 2(\alpha + \beta) = 360$$

$$\Rightarrow 90 + 2(\alpha + \beta) = 360 \Rightarrow \alpha + \beta = 135, \quad \widehat{QSU} = 180 - (\alpha + \beta)$$

$$\Rightarrow \widehat{QSU} = 180 - 135 = 45$$



$$BC = BD \Rightarrow \widehat{C} = \widehat{D} = \alpha, \quad \widehat{B}_1 = 2\alpha, \quad \widehat{B}_1 = \widehat{A} \quad -23$$

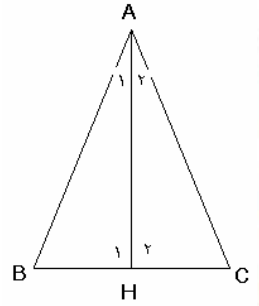
$$\Rightarrow \widehat{A} = 2\alpha, \quad \widehat{ADE} = \widehat{A} + \widehat{C} = 2\alpha + \alpha = 3\alpha$$

$$\Rightarrow \widehat{ADE} = 3\widehat{ACE}$$

\widehat{ADE} خارجی برای مثلث ABC است.

$$\begin{cases} \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \\ \widehat{E} = \widehat{F} = 90^\circ \Rightarrow \Delta BPE \cong \Delta BPF \\ BP = BP \end{cases}$$

۲۴- نیمساز زاویہ A، r رسم می کنیم.



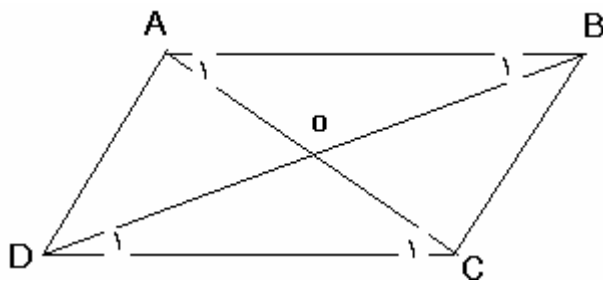
$$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2, \widehat{B} = \widehat{C} \Rightarrow \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2, \begin{cases} \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 \\ \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \Rightarrow \Delta ABH \cong \Delta ACH \text{ (زض)} \\ AH = AH \end{cases}$$

$\Rightarrow AB = AC \Rightarrow \Delta ABC$ متساوی الساقین

تمرین ۱ قضیه خطوط موازی-همنهشتی دو مثلث در حالت دو ضلع و زاویه بین-تعریف همنهشتی

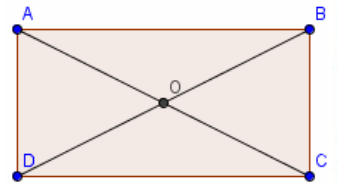
تمرین ۲ $\left. \begin{array}{l} \square \quad AB \parallel DC \Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{D}_1 \text{ (ق خطوط موازی)} \\ \square \quad AC \text{ قاطع}, AB \parallel DC \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 \end{array} \right\}$

و طبق نتیجه کتاب در متوازی الاضلاع، اضلاع روبرو مساویند پس $AB = DC$ \square
 بنابراین \square و $\square \Rightarrow \triangle ABO \cong \triangle DCO$ (ز ض ز) \square $OA = OC$, $OB = OD$ بنابراین \square



تمرین ۳ مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است پس قطرها همرا نصف می کنند ولی

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{D} = \widehat{C} = 90 \\ AD = BC \Rightarrow \triangle ADC \cong \triangle BDC \text{ (ض ز ض)} \Rightarrow AC = DB \\ DC = DC \end{array} \right.$$

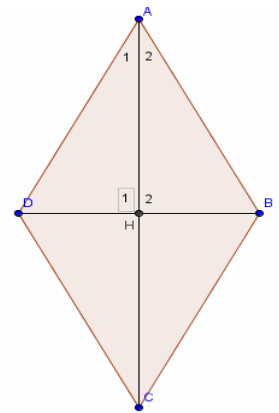


لوزی $\left\{ \begin{array}{l} AB = AD \\ BC = DC \Rightarrow \triangle ADC \cong \triangle ABC \text{ (ض ض ض)} \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \\ AC = AC \end{array} \right.$

مشترک

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \\ AD = AB \Rightarrow \triangle AHD \cong \triangle AHB \text{ (ض ز ض)} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = 90 \\ DH = HB \end{array} \right. \\ AH = AH \end{array} \right.$$

به روش مشابه می توان ثابت کرد $AH = HC$



۱- فم ساره : الف، ب، پ، ت، ج فم ساره بسته : ب، پ، ت، ج

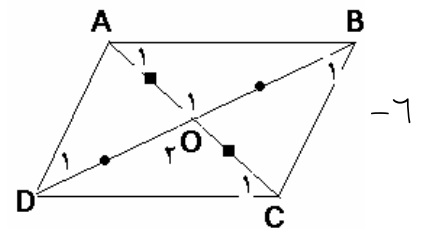
۲- چند ضلعی : ب، ت، ث، ج مربع : ب، ج غیر مربع : ت، ث

۴- الف) شکل الف مسئله ۱ ب) شکل پ مسئله ۱

$$۵- \text{الف) } \diamond \text{ قطر (ب) } ۹ = \frac{۶(۶-۳)}{۲} \quad \text{پ) } ۲۰ = \frac{۸(۸-۳)}{۲}$$

به طور کلی برای n ضلعی تعداد قطرهای برابر $\frac{n(n-3)}{۲}$ است.

$$\text{الف) } \begin{cases} OA = OC \\ OB = OD \Rightarrow \Delta OAB \cong \Delta ODC \text{ (ض ض ض)} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{cases}$$

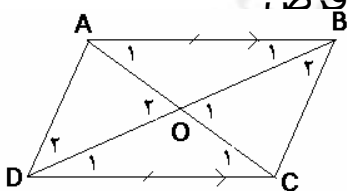


$$\hat{A}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow \text{عکس ق خطوط موازی} \Rightarrow AB \parallel DC \quad \square$$

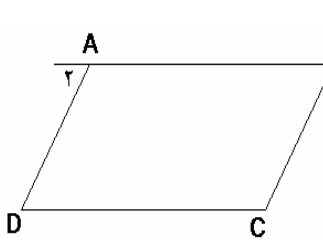
به همین ترتیب ثابت می شود $\hat{D}_1 = \hat{B}_1$ پس $\square AD \parallel BC$.

$$\square, \square \Rightarrow ABCD \text{ متوازی الاضلاع}$$

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DC, \text{ مورب } AC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AB \parallel DC, \text{ مورب } BD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ AB = DC \end{array} \right\} \text{ض ض ز} \Rightarrow \Delta AOB \cong \Delta DOC \Rightarrow \begin{cases} OA = OC \square \\ OB = OD \square \end{cases} \text{ (ب)}$$



طبق \square چون قطرهای هم را نصف کرده اند، چهارضلعی متوازی الاضلاع است

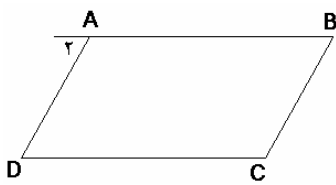


$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \\ \text{فرض } \hat{A} = \hat{C} \\ \text{فرض } \hat{B} = \hat{D} \end{array} \right\} \Rightarrow 2\hat{A} + 2\hat{D} = 360^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \quad (\text{پ})$$

$$\hat{A} + \hat{A}_2 = 180 \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{D}$$

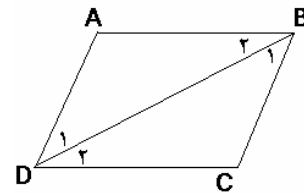
پس طبق عکس ق خطوط موازی $AB \parallel DC$.

به همین ترتیب می توان ثابت کرد $AD \parallel BC$ بنابراین $ABCD$ متوازی الاضلاع است.



$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{A}_2 = 180 \\ \hat{A} + \hat{D} = 180 \end{array} \right. \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{D} \quad (\text{ت})$$

$AB \parallel DC$ به همین ترتیب پس $AD \parallel BC$ متوازی الاضلاع

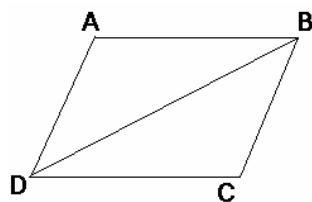


(ث)

$$\left. \begin{array}{l} AD = BC \\ AB = DC \\ BD = BD \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle BDC \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow AC \parallel BD \\ \hat{B}_2 = \hat{D}_2 \Rightarrow AB \parallel DC \end{array} \right. \Rightarrow ABCD \text{ متوازی الاضلاع}$$

$$\triangle ABD \cong \triangle DBC, DB = DB \Rightarrow \hat{A} = \hat{C}, \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = \hat{D}_1 + \hat{D}_2 \Rightarrow \hat{B} = \hat{D} \quad (\text{ج})$$

پس طبق قسمت (پ) چون دو زاویه مقابل در $ABCD$ مساویند،



بنابراین چهار ضلعی متوازی الاضلاع است.

$$S = \frac{1}{2}h(2h) = h^2 \quad -1$$

$$\text{قاعده} = 2x \quad \text{ارتفاع} = x \quad -2$$

$$S = \frac{1}{2}(2x)(x) = 36 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow \text{قاعده} = 2x = 12$$

$$\text{عرض} = a \quad \text{طول} = 5a \quad -3$$

$$S = a(5a) = 1440 \Rightarrow 5a^2 = 1440 \Rightarrow a^2 = 288 \Rightarrow a = 12\sqrt{2}$$

$$\text{طول} = 5a = 5(12\sqrt{2}) = 60\sqrt{2}$$

$$S = 4(Lh) + L^2 \Rightarrow S = 4(4 \times 5) + 4^2 = 80 + 16 = 96 \quad -4$$

$$\text{قاعده} = x \quad \text{و} \quad S = \frac{1}{2}x(12) = 36 \Rightarrow 6x = 36 \Rightarrow x = 6 \quad -5$$

$$S = \frac{1}{2}(x \times x) = 40 \Rightarrow x^2 = 80 \Rightarrow x = 4\sqrt{5} \quad \text{طول ساق} \quad -6$$

$$XZ = a \quad YZ = b \Rightarrow BC = 2b, \quad AC = 2a, \quad \frac{S_{ABC}}{S_{XYZ}} = \frac{\frac{1}{2}(2b)(2a)}{\frac{1}{2}(b)(a)} = 4 \quad -7$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{XYZ}} = \frac{\frac{1}{2}(nb)(na)}{\frac{1}{2}(b)(a)} = n^2 \quad -8$$

۹- مساحت مثلث پایین - مجموع مساحت مربع ها = مساحت سایه زده شده

$$\Rightarrow S = (5^2 + 4^2 + 3^2) - \frac{1}{2}(5+4+3)(5) \Rightarrow S = (25+16+9) - 30 = 50 - 30 = 20$$

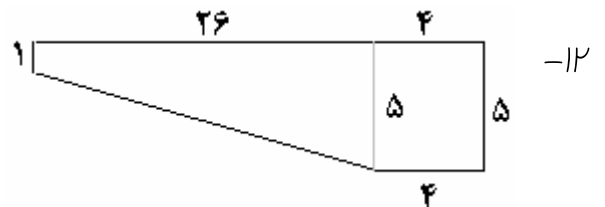
$$MN = NQ \text{ و ارتفاع مثلثها برابر و } \Rightarrow \frac{S_{MNP}}{S_{NQP}} = \frac{\frac{1}{2}MN \times h}{\frac{1}{2}NQ \times h} = 1 \Rightarrow S_{MNP} = S_{NQP} \quad -10$$

$$\text{الف) } 2QN = NM \Rightarrow \frac{S_{PNM}}{S_{PNQ}} = \frac{\frac{1}{2}MN \times h}{\frac{1}{2}NQ \times h} = \frac{NM}{NQ} = \frac{2NQ}{NQ} = 2 \quad -11$$

$$\text{ب) } N'M = N'N = NQ \Rightarrow \frac{S_{PQN}}{S_{PN'M}} = \frac{\frac{1}{2}NQ \times h}{\frac{1}{2}N'M \times h} = \frac{NQ}{N'M} = 1 \Rightarrow S_{PQN} = S_{PN'M}$$

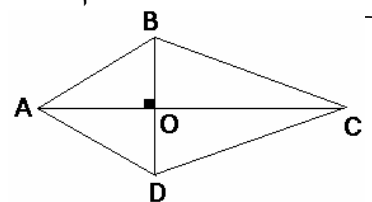
$$\text{پ) } QM = 3NN' \Rightarrow \frac{S_{PQM}}{S_{PNN'}} = \frac{\frac{1}{2}QM \times h}{\frac{1}{2}NN' \times h} = \frac{QM}{NN'} = \frac{3NN'}{NN'} = 3$$

$$S = \frac{1}{2}(5+1)(26) + (4 \times 5) = 78 + 20 = 98$$



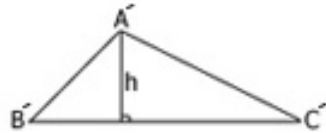
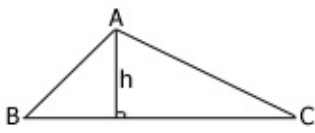
$$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = \frac{1}{2}(AC \times OB) + \frac{1}{2}(AC \times OD) = \frac{1}{2}AC(OB + OD) \quad -12$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \times BD$$

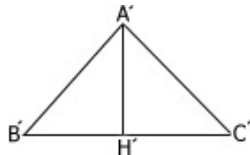
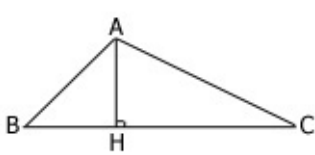


$$-۱۴ \quad \text{مساحت کف استخر} = ۹ \times ۶ = ۵۴ \quad \text{و} \quad \text{مساحت کاشی} = ۰/۵ \times ۰/۵ = ۰/۲۵$$

$$\text{تعداد کاشی} = \frac{۵۴}{۰/۲۵} = \frac{۵۴}{\frac{۱}{۴}} = ۵۴ \times ۴ = ۲۱۶ \Rightarrow \text{هزینه} = ۳۵۰ \times ۲۱۶ = ۷۵۶۰۰$$

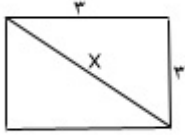


$$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2} BC \times h}{\frac{1}{2} B'C' \times h} = \frac{BC}{B'C'} \quad -۱۵$$



$$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2} BC \times AH}{\frac{1}{2} B'C' \times A'H'} = \frac{AH}{A'H'} \quad -۱۶$$

۱۷- الف بر اساس اصل ۱ ، ب بر اساس اصل ۲ ، پ بر اساس اصل ۴ می باشد.



$$-۱) \text{ الف) } x^2 = 9 + 9 \Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{ب) } x^2 = 5^2 + 5^2 \Rightarrow x^2 = 50 \Rightarrow x = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

$$\text{پ) } x^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow x^2 = 2a^2 \Rightarrow x = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

$$-۲) \text{ الف) } d^2 = a^2 + b^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34 \Rightarrow d = \sqrt{34}$$

$$\text{ب) } d^2 = a^2 + b^2 = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65 \Rightarrow d = \sqrt{65}$$

$$\text{پ) } d^2 = (3r)^2 + (5r)^2 = 9r^2 + 25r^2 = 34r^2 \Rightarrow d = r\sqrt{34}$$

$$\text{ت) } d^2 = (4r)^2 + (7r)^2 = 16r^2 + 49r^2 = 65r^2 \Rightarrow d = r\sqrt{65}$$

$$-۳) \text{ } x^2 = 144 \Rightarrow x = 12 \Rightarrow \text{قطر مربع} = x\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

$$-۴) \text{ اضلاع } x, 2x, S = \frac{1}{2}(2x)(x) = 72 \Rightarrow x^2 = 72 \Rightarrow x = 6\sqrt{2}, 2x = 12\sqrt{2}$$

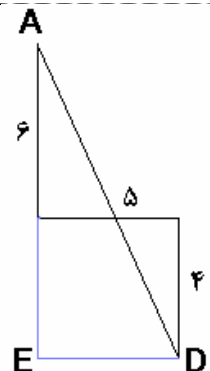
$$\text{وتر} = a \Rightarrow a^2 = (6\sqrt{2})^2 + (12\sqrt{2})^2 = 72 + 288 \Rightarrow a^2 = 360 \Rightarrow a = 6\sqrt{10}$$

$$-۵) \text{ الف) } PA_1^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow PA_1 = \sqrt{2}$$

$$\text{ب) } PA_2^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 = 2 + 1 = 3 \Rightarrow PA_2 = \sqrt{3} \quad \text{پ) } PA_3 = \sqrt{4}, PA_n = \sqrt{n+1}$$

$$-۶) \text{ } AE^2 + ED^2 = AD^2 \Rightarrow (6+4)^2 + 5^2 = AD^2 = 100 + 25 = 125$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$



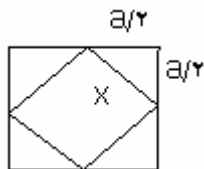
$$7 - \text{اضلاع مثلث قائم الزویه} = 2x, 3x \Rightarrow S = \frac{1}{2}(2x)(3x) \Rightarrow 3x^2 = 27$$

$$\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{اضلاع زاویه قائمه} = 2(3), 3(3) = 6, 9 \Rightarrow a^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117 \Rightarrow a = 3\sqrt{13}$$

$$8 - \text{اضلاع قائمه} = 4x, 5x \Rightarrow S = \frac{1}{2}(4x)(5x) = 320 \Rightarrow 10x^2 = 320 \Rightarrow x^2 = 32 \Rightarrow x = 4\sqrt{2}$$

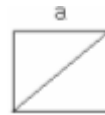
$$\text{اضلاع زاویه قائمه} = \{4(4\sqrt{2}), 5(4\sqrt{2})\} = \{16\sqrt{2}, 20\sqrt{2}\}$$



۹- اگر طول ضلع مربع بزرگ a و ضلع مربع کوچک x باشد،

$$x^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{2a^2}{4} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow \frac{S'}{S} = \frac{x^2}{a^2} = \frac{\frac{a^2}{2}}{a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow S' = \frac{1}{2}S$$

$$10 - \text{اگر ضلع مربع } a \text{ باشد،} \quad a\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \Rightarrow a = 8 \quad S = a^2 = 8^2 = 64$$



۱۰- اگر ضلع مربع a باشد،

$$11 - PQ^2 + (12-8)^2 = 30^2 \Rightarrow PQ^2 + 16 = 900 \Rightarrow PQ^2 = 884 \Rightarrow PQ = \sqrt{884} = 2\sqrt{221}$$

$$12 - \text{الف) } \begin{cases} AQ^2 = a^2 + b^2 \\ DQ^2 = a^2 + c^2 \end{cases} \Rightarrow AQ^2 + DQ^2 = 2a^2 + b^2 + c^2, \quad AQ^2 + DQ^2 = AD^2$$

$$\Rightarrow AD^2 = 2a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow AD = \sqrt{2a^2 + b^2 + c^2}$$

$$AD = BC = (b+c) \Rightarrow AD^2 = (b+c)^2 = b^2 + c^2 + 2bc$$

$$AD^2 = 2a^2 + b^2 + c^2 \quad \text{از طرفی طبق (الف) می دانیم}$$

$$\Rightarrow b^2 + c^2 + 2bc = 2a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow 2a^2 = 2bc \Rightarrow a^2 = bc \quad \text{پس}$$

۱۳- قاعده BH از مثلث ABH را به اندازه ی خود ادامه می دهیم و به A وصل می کنیم.

$$\begin{cases} AH = AH \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 \\ BH = HC \end{cases} \text{ض ز ض} \Rightarrow \Delta ABH \cong \Delta AHC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 6^\circ \Rightarrow \hat{A} = 6^\circ.$$

بنابر این مثلث ABC متساوی الاضلاع است. پس $2BH = AB$ ، $BC = AB$ ، $BC = 2BH$

۱۴- در مثلث متساوی الاضلاع ، نیمساز هر زاویه نقش میانه ، عمود منصف و ارتفاع هم دارد پس

$$AB = AC \Rightarrow NB = MC, \begin{cases} NB = MC \\ \hat{N} = \hat{M} = 90^\circ \\ \hat{B}_1 = \hat{C}_1 = 3^\circ \end{cases} \text{ض ز ض} \Rightarrow \Delta ONB \cong \Delta OMC$$

$\Rightarrow ON = OM, \hat{B}_1 = 3^\circ.$

به همین ترتیب $\frac{OB}{ON} = 2, \frac{OC}{OM} = 2$ ، $ON = OM \Rightarrow \frac{OB}{OM} = 2$ ، $\frac{OC}{ON} = 2$ طبق مسئله ۱۳

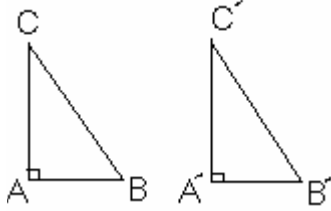
$$\begin{cases} \Delta ACP : PC^2 = AC^2 - AP^2 \\ \Delta BCP : PC^2 = BC^2 - PB^2 \Rightarrow 2PC^2 = AB^2 - (AP^2 + PB^2) \\ \Delta ABC : AB^2 = AC^2 + BC^2 \end{cases} \quad -15$$

$$= (AP + PB)^2 - (AP^2 + BP^2) = AP^2 + PB^2 + 2AP \times PB - AP^2 - PB^2$$

$$\Rightarrow 2PC^2 = 2AP \times PB \Rightarrow PC^2 = AP \times PB$$

$$\text{ب) } AC^2 = AP^2 + PC^2 = AP^2 + AP \times PB = AP(AP + PB)$$

$$AP \times AB \Rightarrow AC^2 = AP \times AB$$



$$\text{فرض } \begin{cases} BC = B'C' \\ AB = A'B' \\ \hat{A} = \hat{A}' = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta A'B'C' \text{ مکمل} \quad -16$$

(اثبات)

$$\begin{cases} BC^2 = AB^2 + AC^2 \\ B'C'^2 = A'B'^2 + A'C'^2 \Rightarrow AC = A'C' \\ BC = B'C', AB = A'B' \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta A'B'C' \text{ ض ض ض}$$

$$\text{۳۰. } \begin{array}{c} \triangle \\ \text{۳۰} \quad x \\ \text{۲۵} \end{array} \quad x^2 = 30^2 + 25^2 = 900 + 625 \Rightarrow x^2 = 1525 \Rightarrow x = \sqrt{1525} = 5\sqrt{61} \quad -17$$

$$AF = 10, AD = AF, AG = GD, AD^2 = AG^2 + GD^2$$

$$\text{الف) } \Rightarrow 10^2 = 2AG^2 \Rightarrow AG^2 = 50, S_{AGD} = \frac{1}{2} AG \times GD = \frac{1}{2} AG^2 \quad -18$$

$$S_{ADG} = \frac{1}{2} (50) = 25$$

$$CE = 18, DE = x \Rightarrow x + \frac{x}{2} = 18 \Rightarrow x = 12, AG = y \Rightarrow 2y^2 = 12^2$$

ب)

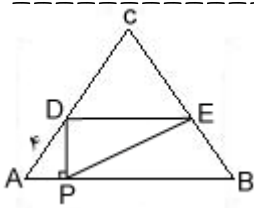
$$y^2 = 36, S_{AGD} = \frac{1}{2} AG \times GD = \frac{1}{2} AG^2 = \frac{1}{2} y^2 = \frac{1}{2} (36) = 18$$

$$BD = 3\sqrt{2}, \quad 2BH^2 = BD^2 \Rightarrow 2BH^2 = 18 \Rightarrow BH = 3 = HD \Rightarrow AD = 6$$

پ) $AG = y \Rightarrow 2y^2 = 36 \Rightarrow y^2 = 18, \quad S_{AGD} = \frac{1}{2} AG \times GD = \frac{1}{2} AG^2$
 $= \frac{1}{2} y^2 = \frac{1}{2} (18) = 9$

ت) $S_{BCDH} = 49 = HD^2 \Rightarrow HD = 7 \Rightarrow AD = 14, \quad AG = y \Rightarrow 2y^2 = 196$
 $y^2 = 98, \quad S_{AGD} = \frac{1}{2} AG \times GD = \frac{1}{2} AG^2 = \frac{1}{2} y^2 = \frac{1}{2} (98) = 49$

ث) $S_{AGDEF} = 27 = 3S_{AGD} \Rightarrow S_{AGD} = 9$



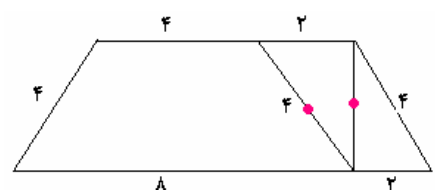
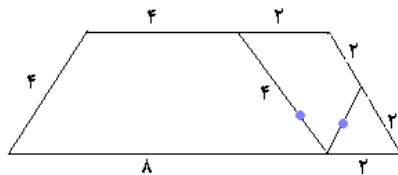
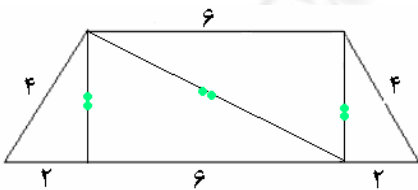
الف) $\hat{A} = 30^\circ \Rightarrow AP = \frac{1}{2} AD \Rightarrow$

$AP = 2, \quad DP^2 = 4^2 - 2^2 = 12 \Rightarrow DP = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

-۱۹

ب) $PE^2 = DE^2 + DP^2 = 6^2 + 12 = 36 + 12 = 48 \Rightarrow PE = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

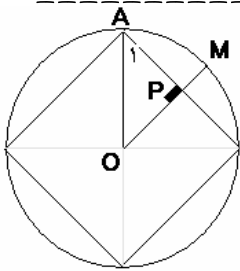
پ) روی DE ، E واحد جدا کرده و به موازات BE رسم می کنیم و قطر مرسوم از E را رسم کرده تا در مثلث باقیمانده را روی زوزنقه حاصل قرار می دهیم. (دو برش)
 اگر زوزنقه افیر را دو قسمت کنیم (سه برش)



$$\text{الف) } a^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow 2x^2 = a^2 \Rightarrow x^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{2} \quad -۲۰$$

$$\text{مربع} = 2x + a = 2\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right) + a = a(\sqrt{2} + 1)$$

$$\text{ب) } 2x + a = 10 \Rightarrow a(\sqrt{2} + 1) = 10 \Rightarrow a = \frac{10}{\sqrt{2} + 1} \quad \text{و محیط هشت ضلعی } p = 8a = \frac{80}{\sqrt{2} + 1}$$



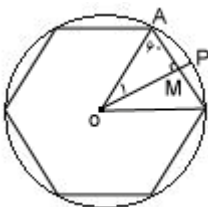
$$\hat{A}_1 = 45^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} = 45^\circ \Rightarrow OM = AM$$

$$\text{الف) } OM^2 + AM^2 = R^2 = 1 \Rightarrow 2OM^2 = 1 \Rightarrow OM = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad -۲۱$$

$$\text{ب) } MP = OP - OM = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{ب) } AP^2 = MP^2 + AM^2 = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 + \frac{1}{2} - \sqrt{2} + \frac{1}{2} = 2 - \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AP = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$$



۲۲- زوایای شش ضلعی منتظم ۱۲۰ درجه است پس

$$\text{الف) } \hat{O}_1 = 30^\circ, \quad OA = 1 \Rightarrow AM = \frac{1}{2}, \quad OM = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ب) } , OP = 1 \Rightarrow MP = OP - OM = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ب) } AP^2 = AM^2 + MP^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + 1 + \frac{3}{4} - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AP^2 = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow AP = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

$$\frac{10}{400} = \frac{x}{80} \Rightarrow x = \frac{10 \times 80}{400} = 2$$

-۱

$$\text{الف) } x = \sqrt{25 \times 4} = \sqrt{100} = 10$$

-۲

$$\text{ب) } x = \sqrt{6\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}} = \sqrt{36} = 6$$

$$\text{پ) } x = \sqrt{21 \times 7} = \sqrt{147} = 7\sqrt{3}$$

-۳ جمع در صورت (ت) جابجائی طرفین (پ) وارون دو نسبت (ب) طرفین وسطین (الف)

$$\text{الف) } \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x+y}{y+2} = \frac{1}{2}$$

-۴

$$\text{ب) } \frac{a+b+c+d}{2+3+4+5} = \frac{a}{2}$$

$$\text{پ) } \frac{12}{3} = \frac{x}{10}$$

$$\text{الف) } 4x = 24 \times 5 \Rightarrow x = \frac{24 \times 5}{4} = 30$$

-۵

$$\text{ب) } 7x = 540 - 3x \Rightarrow 10x = 540 \Rightarrow x = 54$$

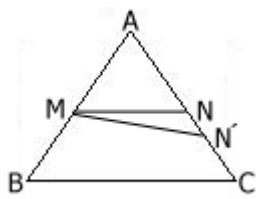
$$\text{پ) } x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$$

$$\text{ت) } 12x - 8 = 2x + 2 \Rightarrow 10x = 10 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{الف) } x = \frac{20 \times 9}{12} = 15, \quad y = \frac{21 \times 12}{9} = 28$$

-۶

$$\text{ب) } x^2 = 5 \times 20 = 100 \Rightarrow x = \pm 10, \quad y = \frac{20}{x} = \frac{20}{\pm 10} = \pm 2$$



تمرین : عکس ق تالس (مکمل) $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow MN \parallel BC$ (فرض)

برهان خلف) اگر $MN \parallel BC$ نباشد فودمان MN' را موازی BC رسم می کنیم.

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN'}{AC}$$

$$\text{فرض} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

پس $AN = AN'$ که این غیر ممکن است بنابراین $MN \parallel BC$.

$$۱- \quad \text{الف) } \frac{OR}{RC} = \frac{WN}{NC} \quad \text{ب) } \frac{NW}{CW} = \frac{RO}{CO} \quad \text{پ) } \frac{EL}{RE} = \frac{UB}{RU} \quad \text{ت) } \frac{RU}{RB} = \frac{RE}{RL}$$

۲- دانش آموز اول در سمت راست عبارت، حالت جزء به کل را رعایت نکرده است.

$$\text{الف) } \frac{x}{4} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{5} \quad \text{ب) } \frac{x}{24} = \frac{15}{15+21} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \Rightarrow x = \frac{5 \times 24}{12} = 10$$

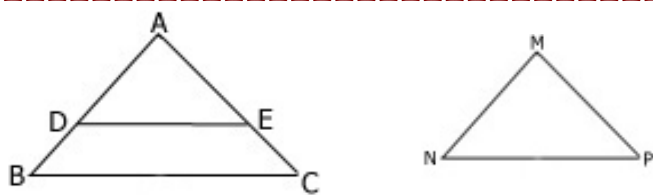
$$\text{پ) } \frac{2}{x} = \frac{4}{6+4} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow x = 5 \quad \text{ت) } \frac{x}{4} = \frac{16}{x} \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = 8$$

$$۴- \quad DE \parallel FG \Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{AE}{EB} \quad \square$$

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AF}{FC} = \frac{AE}{EB} \quad \square, \square \Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{AF}{FC}$$

$$۵- \quad \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} \Rightarrow \frac{x}{x+7} = \frac{x-3}{x+1} \Rightarrow x^2 + x = x^2 + 4x - 21 \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

$$۶- \quad \text{ق تالس} \Rightarrow \frac{JA}{JL} = \frac{JH}{JN} \Rightarrow \frac{100}{JL} = \frac{60}{60+180} = \frac{60}{240} = \frac{1}{4} \Rightarrow JL = 4 \times 100 = 400$$



تمرین ۱ -

$$\text{فرض } \frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MNP \text{ مکم}$$

اثبات (روی AC, AB ، به اندازه MN, MP جدا می کنیم، تا نقاط E, D به دست آید.

$$\frac{MN}{AB} = \frac{MP}{AC}, \quad MN = AD, \quad MP = AE \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow DE \parallel BC \text{ عکس ق تالس و}$$

$$\Rightarrow \text{ق خطوط موازی} \Rightarrow \hat{D} = \hat{B}, \hat{E} = \hat{C}, \quad \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow DE = NP \Rightarrow \begin{cases} DE = NP \\ AD = MN \Rightarrow \text{ض ض ض } \Delta ADE \cong \Delta MNP \\ AE = MP \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{M} = \hat{A} \\ \hat{D} = \hat{N}, \hat{D} = \hat{B} \Rightarrow \hat{B} = \hat{N} \\ \hat{E} = \hat{P}, \hat{E} = \hat{C} \Rightarrow \hat{P} = \hat{C} \end{cases}$$

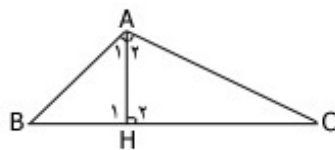
$$\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MNP$$

$$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow AH^2 = BH \times HC$$

$$\begin{cases} \hat{B} + \hat{A}_1 = 90^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 \end{cases} \Rightarrow \hat{B} = \hat{A}_2, \hat{H}_1 = \hat{H}_2$$

$$\Rightarrow \Delta ABH \sim \Delta AHC \text{ حالت دو زاویه}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AH}{HC} = \frac{BH}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH \times HC$$



تمرین ۲ -

$$۱- \frac{۳}{۲} = \frac{۶}{۴} \neq \frac{۵}{۳} \Rightarrow \Delta ABC \neq \Delta EFG \quad \text{الف)}$$

$$\text{ب) } \hat{H} = \hat{K} = ۹۰, \hat{D} = \hat{L} = ۳۰ \Rightarrow \Delta DHI \sim \Delta LKJ \quad \text{(حالت دو زاویه)}$$

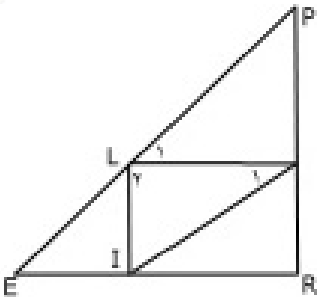
$$\text{پ) } \hat{N}_۱ = \hat{N}_۲, \{\hat{P}, \hat{M}\} \neq \{\hat{O}, \hat{Q}\} \Rightarrow \Delta MNP \neq \Delta NQO$$

$$\text{ت) } \hat{R} = \hat{U} = ۳۰, \hat{T}_۱ = \hat{T}_۲ = ۹۰ \Rightarrow \Delta RST \sim \Delta RTU \quad \text{(حالت دو زاویه)}$$

$$\text{ث) } \hat{A} = \hat{A}' = ۶۰, \hat{B} = \hat{B}' = ۶۰ \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \quad \text{(حالت دو زاویه)}$$

$$۲- L \parallel J \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{۴}{۱۲} = \frac{y}{۱۵} \Rightarrow y = ۵, x + y = ۱۵ \Rightarrow x = ۱۰$$

$$۳- \hat{E}_۱ = \hat{E}_۲ \text{ متقابل به اس, } \hat{O} = \hat{L} = ۹۰ \Rightarrow \Delta OEI \sim \Delta ELT \quad \text{(حالت دو زاویه)}$$



$$۴- \frac{PA}{AR} = \frac{PL}{LE} = ۱ \Rightarrow \text{عکس تالس } AL \parallel ER \Rightarrow \hat{L}_۱ = \hat{E}$$

$$\hat{A}_۱ = \hat{E} \text{ بنابراین } \hat{L}_۱ = \hat{A}_۱ \text{ پس } IL \parallel PR, AI \parallel PE \text{ ترتیب}$$

$$\text{و به همین ترتیب } \hat{L}_۲ = \hat{R} \text{ بنابراین } \Delta ALI \sim \Delta PRE \text{ دو زاویه مساوی}$$

$$۵- \text{الف) } \frac{CB}{C'B'} = \frac{AC}{A'C'} \quad \text{ب) } \hat{B} = \hat{B}' \quad \text{پ) } \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'A'}{BA} \quad \text{ت) } \hat{C} = \hat{C}'$$

$$۶- \text{الف) } \Delta A'B'C' \sim \Delta ABC \text{ (حالت دو زاویه) } \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲, \hat{B} = \hat{B}' = ۹۰ \Rightarrow \text{(متقابل به اس)}$$

$$\text{ب) } \Rightarrow \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'B'}{AB} \Rightarrow \frac{۱/۸}{BC} = \frac{۳}{۲۰} \Rightarrow BC = \frac{۲۰ \times ۱/۸}{۳} = \frac{۳۶}{۳} \Rightarrow BC = ۱۲m$$

$$\hat{C} = \hat{BDE}, \hat{B} = \hat{B} \Rightarrow (\text{شالت دو زاویه}) \Delta BED \sim \Delta ABC \quad -۷$$

$$\Rightarrow \frac{BE}{AB} = \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{۲۴}{۴۸} = \frac{y}{۲۴} = \frac{۱۸}{x+۲۴} \Rightarrow y = \frac{۲۴ \times ۲۴}{۴۸} = ۱۲ \Rightarrow$$

$$y = ۱۲, \frac{۱۲}{۲۴} = \frac{۱۸}{x+۲۴} \Rightarrow x+۲۴ = ۳۶ \Rightarrow x = ۱۲$$

$$(\text{متقابل به اس}) \hat{C}_1 = \hat{C}_2, \hat{A} = \hat{O} = ۹۰^\circ \Rightarrow (\text{تساوی دو زاویه}) \Delta ABC \sim \Delta ODC \quad -۸$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{OC} = \frac{AB}{OD} \Rightarrow \frac{۲۵}{۶۰} = \frac{۱۵}{x} \Rightarrow x = \frac{۱۵ \times ۶۰}{۲۵} = ۳ \times ۱۲ = ۳۶$$

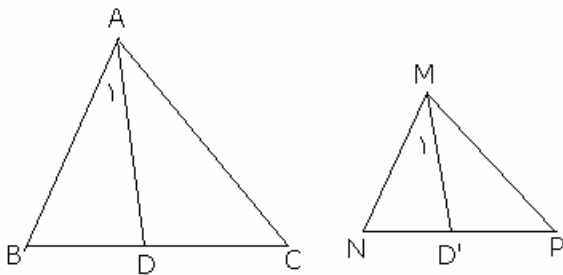
$$\frac{x}{x+۱۵۰۷۰۶۴۰۰} = \frac{۶/۴ \times ۱۰^۳}{۷ \times ۱۰^۵} = ۰/۰۰۹۱ \Rightarrow ۰/۹۹۰۹x = ۱۳۷۱۴۲۸/۲ \Rightarrow x = ۱۳۸۴۰۲۲/۸ \text{ km} \quad -۹$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{F} = \hat{C} = 45^\circ \\ \hat{E} = \hat{B} = 20^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta FDE \sim \Delta CAB \Rightarrow \frac{DF}{AC} = \frac{DR}{AP} \Rightarrow$$

-۱

$$\frac{6\sqrt{2}}{AC} = \frac{6}{2} \Rightarrow AC = \frac{12\sqrt{2}}{6} \Rightarrow AC = 2\sqrt{2}$$

$$\text{ب) } \frac{DR}{AP} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{DR}{4} = \frac{21}{15} \Rightarrow DR = \frac{4 \times 21}{15} = \frac{28}{5} = 5\frac{3}{5}$$



$$\Delta ABC \sim \Delta MNP \Rightarrow \frac{AD}{MD'} = \frac{AB}{MN}$$

-۲

MD', AD نیمساز

(اثبات)

$$\Delta ABC \sim \Delta MNP \Rightarrow \hat{B} = \hat{N}, \hat{A} = \hat{M} \Rightarrow \frac{\hat{A}_1}{2} = \frac{\hat{M}_1}{2} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{M}_1$$

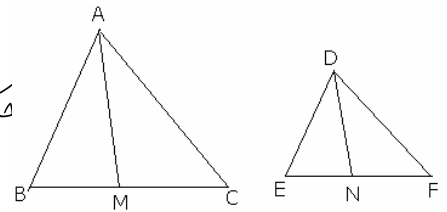
$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{M}_1 \\ \hat{B} = \hat{N} \end{array} \right. \Rightarrow \text{مالت دو زاویه} \Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta MND' \Rightarrow \frac{AD}{MD'} = \frac{AB}{MN}$$

$$\Delta ABD \sim \Delta EFG \Rightarrow \frac{BC}{FH} = \frac{AD}{EG} \Rightarrow \frac{x}{x-3} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4x - 12 = 3x \Rightarrow x = 12$$

-۳

$$\text{فرض } AM, DN, \Delta ABC \sim \Delta DEF \Rightarrow \frac{AM}{DN} = \frac{AB}{DE} \quad \text{مکمل}$$

-۴



$$\Delta ABC \sim \Delta DEF \Rightarrow \hat{B} = \hat{E}, \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{BC \div 2}{EF \div 2} \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BM}{EN}, \hat{B} = \hat{E} \Rightarrow$$

$$\Delta ABM \sim \Delta DEN \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AM}{DN}$$

$$\Delta DEF \sim \Delta GHI \Rightarrow \frac{GK}{DJ} = \frac{HI}{EF} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{20}{EF} \Rightarrow EF = \frac{40}{3} \approx 13\frac{1}{3}$$

-۵

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25} \quad -1$$

$$\frac{AB}{A'B'} = K, \quad \frac{S}{S'} = K^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow K = \frac{4}{5} = \frac{AB}{A'B'} \quad -2$$

$$\frac{S}{S'} = 11 = K^2 \Rightarrow K = \sqrt{11} \Rightarrow \frac{a}{a'} = \sqrt{11} \Rightarrow a = 7\sqrt{11} \quad -3$$

$$\frac{S}{S'} = K^2 = \frac{81}{121} \Rightarrow K = \frac{9}{11}, \quad \frac{P}{P'} = K \Rightarrow \frac{P}{P'} = \frac{9}{11} \quad -4$$

$$\frac{P}{P'} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9} = K, \quad \frac{S}{S'} = K^2 \Rightarrow \frac{50}{S'} = \left(\frac{5}{9}\right)^2 \Rightarrow S' = \frac{50 \times 81}{25} = 162 \quad -5$$

الف) $\hat{E}_1 = \hat{E}_2, \hat{A} = \hat{B} \Rightarrow$ زاویه دو، $\Delta AEC \sim \Delta BED \Rightarrow \frac{S_{ACE}}{S_{BDE}} = K^2 = \left(\frac{6}{8}\right)^2 = \frac{9}{16} \quad -6$

ب) $\frac{AE}{EB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4AE = 3EB, AE + EB = 35 \Rightarrow AE = 15, EB = 20.$

$$\Rightarrow S_{BDE} = \frac{1}{2} BE \times DH = \frac{1}{2} \times 20 \times 8 = 80.$$

$EF \parallel BC \Rightarrow \hat{E} = \hat{B}, \hat{A} = \hat{A} \Rightarrow$ حالت دو زاویه، $\Delta AEF \sim \Delta ABC \quad -7$

$$\Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \frac{1}{6} = K^2 \Rightarrow K = \sqrt{\frac{1}{6}}, \quad \frac{AH'}{AH} = K = \sqrt{\frac{1}{6}}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{P}{P'} \Rightarrow \frac{5}{a'} = \frac{5+8+11}{60} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5} \Rightarrow a' = \frac{25}{2} = 12.5 \quad -8$$

$$\frac{8}{b'} = \frac{2}{5} \Rightarrow b' = \frac{40}{2} = 20, \quad \frac{11}{c'} = \frac{2}{5} \Rightarrow c' = \frac{55}{2} = 27.5$$

$$(14, 9, 7) \approx (21, a, b) \Rightarrow \frac{14}{21} = \frac{9}{a} = \frac{7}{b} \Rightarrow a = \frac{9 \times 21}{14} = 13/5, \quad b = \frac{7 \times 21}{14} = 10/5 \quad -9$$

$$\Rightarrow P = a + b + 21 = 13/5 + 10/5 + 21 = 45$$

$$\frac{s}{s'} = k^2, \quad k = \frac{14}{7} = 2 \Rightarrow \frac{s}{s'} = 2^2 = 4 \quad -10$$

$$S_{ABC} = S_{ABH} + S_{ACH} \Rightarrow \frac{S_{ABH}}{S_{ABC}} + \frac{S_{ACH}}{S_{ABC}} = 1, \quad \hat{B} = \hat{B}, \quad \hat{H} = \hat{A} \quad -11$$

$$\Rightarrow \Delta ABH \sim \Delta ABC \Rightarrow \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = 1 \Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$$

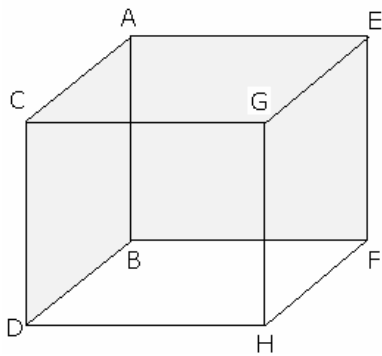
(۱) بنابر اصل ۲ مسامت

(۲) رابطه ۱، رابر مسامت مثلث ABC تقسیم می کنیم.

(۳) دو مثلث ABH ، ACH با مثلث ABC به حالت دو زاویه متشابهند.

(۴) نسبت مسافتها با مربع نسبت اضلاع برابر است.

(۵) دو طرف تساوی ۴، را در BC^2 ضرب می کنیم.



۱- AB, CD, EF, GH بر دو صفحه $ACGE, BDHF$ عمودند،

DH, BF, CG, AE بر دو صفحه $ACDB, GEFH$ عمودند،

AC, EG, FH, BD بر دو صفحه $CGHD, AEFB$ عمودند.

و ۲۴ زاویه قائمه تشکیل می شود که عبارتند از

$\angle CAE, \angle CAB, \angle EAB, \angle CDB, \angle HDB, \angle CDH, \dots$

۲- الف) خط بر تمام خطوط صفحه عمود است.

ب) $\angle FOL, \angle FOR, \angle FOP, \angle DOR, \angle DOL, \angle DOP, \dots$

$$\left. \begin{array}{l} TX = TX \\ \angle TXA = \angle TXE = 90^\circ \\ TE = TA \end{array} \right\} \text{وتر و یک ضلع} \Rightarrow \Delta TEX \cong \Delta TAX \Rightarrow \angle TEX = \angle TAX \quad -3$$

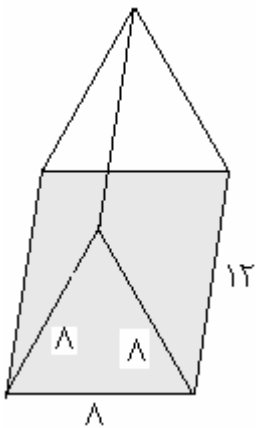
$$V = (\sqrt{2} \times \sqrt{3})\sqrt{5} = \sqrt{30} \quad -4$$

$$a\sqrt{3} = \sqrt{6} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}, \quad S = 6a^2 = 6(\sqrt{2})^2 = 12 \quad -5$$

$$JK^2 = JN^2 + NK^2 = 6^2 + 6^2 = 72 \Rightarrow JK = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \quad -۱$$

$$\text{ب) } HN = a\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$a\sqrt{2} = 10 \Rightarrow a = \frac{10}{\sqrt{2}} \Rightarrow a = 5\sqrt{2} \Rightarrow S = 6a^2 = 6(5\sqrt{2})^2 = 6(50) = 300 \quad -۲$$



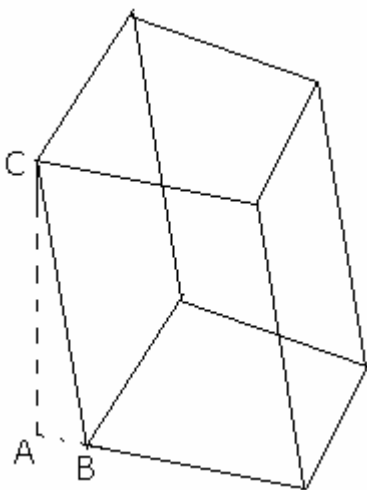
$$S_1 = 3(8 \times 12) = 3(96) = 288 \quad -۳$$

$$\text{مساحت کل} = \text{مساحت دو قاعده} + \text{مساحت جانبی} = 288 + 2\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)(8)^2 = 288 + 32\sqrt{3}$$

$$\text{مساحت قاعده} = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} (10)^2 = 150\sqrt{3} \quad -۴$$

$$\text{مساحت جانبی} = 6(ah) = 6(10 \times 8) = 1080$$

$$\text{مساحت کل} = \text{مساحت دو قاعده} + \text{مساحت جانبی} = 1080 + 2(150\sqrt{3}) = 1080 + 300\sqrt{3}$$



۵- در هر مثلث قائمه الزاویه مانند ABC طول ارتفاع از وتر

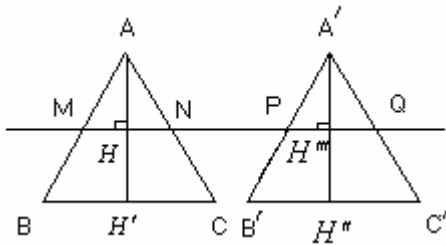
مثلث کوتاهتر است یعنی $AC < BC$ پس ارتفاع از یال منشور کوتاهتر است.

$$(AC^2 + AB^2 = BC^2 \Rightarrow AC^2 < BC^2 \Rightarrow AC < BC)$$

۱- ثابت می‌کنیم اگر BC و $B'C'$ برابر بوده و MQ موازی BC رسم شود آنگاه $MN = PQ$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AH}{AH'}$$

همینطور $\frac{PQ}{B'C'} = \frac{A'H''}{A'H''}$



ولی دو مثلث ΔABC ، $\Delta A'B'C'$ دارای ارتفاعهای برابر

وقاعده‌های برابر اند پس $MN = PQ$ بنابراین

طبق اصل کواایبری دو مثلث مساحت برابر دارند.

۲- الف) $V = ۱۰ \times ۷ = ۷۰$ ب) $V_B = V_A = ۷۰$

۳- الف) $S = ۴ \times ۴ = ۱۶$ وجه جانبی $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{۴^2 \sqrt{3}}{4} = ۴\sqrt{3}$

چون منشور قائم است ارتفاع و یال با هم برابر ۴ است ب)

ب) $V = S \cdot h = ۴\sqrt{3} \times ۴ = ۱۶\sqrt{3}$

۴- الف) $S_1 = ۲\pi r_1 h_1 = ۲\pi(۲)(۱) = ۴\pi$ ، $S_2 = ۲\pi r_2 h_2 = ۲\pi(۱)(۲) = ۴\pi \Rightarrow S_1 = S_2$

ب) $V_1 = \pi r_1^2 h_1 = \pi(۲)^2(۱) = ۴\pi$ ، $V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \pi(۱)^2(۲) = ۲\pi \Rightarrow V_1 = ۲V_2$

۵- الف) $S_{کل} = ۲\pi r(r+h) = ۲\pi(۵)(۵+۱۶) = ۱۰\pi(۲۱) = ۲۱۰\pi$

$$V = \pi r^2 h = \pi(۵)^2(۱۶) = ۴۰۰\pi$$

ب) $V' - V = (۱۰ \times ۱۰ \times ۱۶) - ۴۰۰\pi = ۱۶۰۰ - ۴۰۰\pi$

۶- الف) $\frac{S_2}{S_1} = \frac{۲\pi r_2 h_2}{۲\pi r_1 h_1} = \frac{۲h}{۱h} = ۲$

ب) $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi r_2^2 h_2}{\pi r_1^2 h_1} = \frac{۴h}{h} = ۴$

پ) $V_2 - V_1 = ۴\pi h - \pi h = ۳\pi h$ فضای بین دو استوانه پ)

$$۱- \text{الف) } V = ۲\left(\frac{۱}{۳}\pi(۴)^۲(۱۰)\right) = \frac{۳۲۰}{۳}\pi$$

$$\text{ب) } V = \pi(۴)^۲(۲۰) - ۲\left(\frac{۱}{۳}\pi(۴)^۲(۱۰)\right) = ۳۲۰\pi - \frac{۳۲۰}{۳}\pi = \frac{۶۴۰}{۳}\pi$$

$$۲- \text{الف) } V = \frac{۱}{۳}\pi a^۲b \quad \text{ب) } V = \frac{۱}{۳}\pi(a)^۲(۲b) = \frac{۲}{۳}\pi a^۲b$$

$$\text{پ) } V = \frac{۱}{۳}\pi(۲a)^۲b = \frac{۴}{۳}\pi a^۲b \quad \text{ت) } V = \frac{۱}{۳}\pi(۲a)^۲(۲b) = \frac{۸}{۳}\pi a^۲b$$

$$۳- \text{الف) } \frac{V'}{V} = \frac{\frac{۱}{۳}\pi r^۲(۲h)}{\frac{۱}{۳}\pi r^۲h} = ۲ \Rightarrow V' = ۲V \quad \text{ب) } \frac{V'}{V} = \frac{\frac{۱}{۳}\pi(۲r)^۲h}{\frac{۱}{۳}\pi r^۲h} = ۴$$

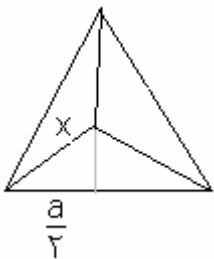
$$\text{الف) } \left(\frac{۱۴}{۲}\right)^۲ + h^۲ = ۲۵^۲ \Rightarrow h^۲ = ۶۲۵ - ۴۹ = ۵۷۶ \Rightarrow h = ۲۴, \quad \text{ب) } \left(\frac{a}{۲}\right)^۲ + h^۲ = h^۲ \quad -۴$$

$$, V = \frac{۱}{۳}a^۲h \Rightarrow V = \frac{۱}{۳}(۱۴)^۲(۲۴) = ۱۵۶۸$$

$$\text{ب) } \left(\frac{a}{۲}\right)^۲ + ۶^۲ = ۶/۵^۲ \Rightarrow \frac{a^۲}{۴} = ۶/۲۵ \Rightarrow a^۲ = ۲۵ \Rightarrow a = ۵$$

$$, V = \frac{۱}{۳}a^۲h = \frac{۱}{۳}(۵)^۲(۶) = ۵۰$$

$$\text{پ) } V = \frac{۱}{۳}a^۲h = \frac{۱}{۳}(۱)^۲(۱/۳) = ۰/۳۳$$



$$\cos ۳۰ = \frac{۲}{x} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow x = \frac{a}{\sqrt{۳}}, \quad h^۲ + x^۲ = a^۲ \Rightarrow$$

$$h^۲ = a^۲ - \frac{a^۲}{۳} = \frac{۲a^۲}{۳} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{۲}{۳}}a, \quad V = \frac{۱}{۳}\left(\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲\right)\left(\sqrt{\frac{۲}{۳}}a\right) = \frac{\sqrt{۲}}{۱۲}a^۳$$

$$\text{if } a = ۴/۵ \Rightarrow V = \frac{\sqrt{۲}}{۱۲}(۴/۵)^۳$$

$$۱- \text{الف) } S_1 = 4\pi(1)^2 = 4\pi, \quad S_2 = 4\pi(2)^2 = 16\pi$$

$$\text{ب) } V_1 = \frac{4}{3}\pi(1)^3 = \frac{4}{3}\pi, \quad V_2 = \frac{4}{3}\pi(2)^3 = \frac{32}{3}\pi$$

$$\text{پ) } \frac{S'}{S} = \frac{4\pi(2r)^2}{4\pi(r)^2} = 4 \Rightarrow S' = 4S$$

$$\text{ت) } \frac{V'}{V} = \frac{\frac{4}{3}\pi(2r)^3}{\frac{4}{3}\pi(r)^3} = 8 \Rightarrow V' = 8V$$

$$۲- \text{الف) } V = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \right) = \frac{2}{3}\pi r^3 \quad \text{ب) } S = \frac{1}{2} (4\pi r^2) = 2\pi r^2$$

$$\text{پ) } S = 2\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$$

$$۳- \text{الف) } S = 4\pi(6400)^2 \quad \text{ب) } V = \frac{4}{3}\pi(6400)^3$$

$$۴- \text{الف) } S = 4\pi r^2 = 36\pi \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3 \quad \text{ب) } V = \frac{4}{3}\pi(3)^3 = 36\pi$$