آزمایشگاه دینامیک و ارتعاشات

عنوان آزمایش:

سرعت بحرانی در محورهای دوار

نیمسال دوم سال تحصیلی ۹۹-۹۸

سرعت بحرانی در محورهای دوار

فهرست دستورالعمل دستگاه دور بحرانی

هدف 1

مقدمه 1

شرح دستگاه 1

روش کار با دستگاه 2

هدف :

بررسی ارتعاشات عرضی تیرها و بدست آوردن سرعت بحرانی محورها

مقدمه :

هرگاه محوری تحت بارگذاری قرار گیرد, مرکز جرم آن از امتداد مراکز یاتاقانهایش خارج خواهد شد. حال اگر این محور شروع به چرخش کند به ازای سرعت یا سرعت های دورانی معین تغییر شکلهای بزرگی در آن بوجود می آید. این پدیده را چرخش و سرعت های مربوطه را دورهای بحرانی می گویند. این عدم انطباق معمولا در همه سیستم ها حتی در سیستم های دقیق نیز وجود دارد. هنگامی که محور شروع به چرخش می کند, مرکز جرم روی مسیر دایره ای حرکت کرده و آن حرکت, زمانی پایدار خواهد بود که نیروی مخالفت کننده با نیروی جانب مرکز $mr\omega^2$ تامین گردد. این نیرو توسط خمش محور تامین خواهد شد و لذا تغییر فرم محور تا جایی ادامه پیدا می کند که نیروی الاستیک تولید شده در آن برابر نیروی جانب مرکز حاصل از حرکت دورانی شود .

شرح دستگاه :

دستگاه دارای یک شاسی است که روی آن یک الکتروموتور نصب شده است. شفت موتور به یک سه نظام متصل می باشد که وظیفه آن گرفتن یک سر نمونه آزمایش (به عنوان تکیه گاه شماره 1) می باشد. نمونه آزمایش میله ای از جنس استیل به طول *105 cm* و قطر *6 mm* می باشد.

دو پایه شماره 2 و 3 جهت جلوگیری از انحراف بیش از حد میله در نظر گرفته شده است و به عنوان محافظ عمل می نماید. پایه انتهایی (شماره 4) به وسیله پیچ استقرار در جای خود ثابت می شود. دو وزنه با جرمهای *500 gr* و 500 گرم در محل های دلخواه نصب می شوند. دستگاه در جهت طولی مدرج شده است که با استفاده از آن, فاصله بین پایه ها و محل نصب وزنه ها، اندازه گیری می شود.

محور به وسیله الکتروموتور به گردش در می آید. بوسیته ولوم کنترل دور می توان دور موتور را تنظیم کرد و در نمایشگر مربوطه بر حسب rpm مشاهده کرد.

روش کار با دستگاه :

1- پس از اتصال دستگاه به جریان برق شهر, توسط کلید *on/off* , جریان برق در دستگاه برقرار می گردد.

2- جهت نصب نمونه، سه نظام توسط آچار سه نظام باز شده، میله پس از عبور از یاتاقان های پایه ها, توسط آچار سه نظام به موتور کوپل می شود.

3- همزمان با عبور میله از میان یاتاقان ها, وزنه یا وزنه ها در محل مورد نظر قرار داده شده و بر روی میله ثابت می شود. توجه شود که وزنه ها باید طوری بین پایه ها قرار گیرند که فاصله وزنه از پایه محافظ 2 یا 3, حداکثر *2 cm* باشد.

4- با چرخاندن ولوم دورکنترل ،دور موتور تنظیم می شود.

5- جهت خاموش کردن دستگاه کلید on/off را بزنید.

فهرست دستور آزمایش های دور بحرانی

هدف 1

تئوری 1

روش انجام آزمایش 3

خواسته های آزمایش 4

سوالات 4

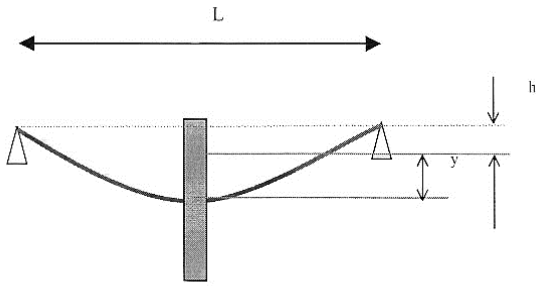
نمونه محاسبات 5

هدف :

بررسی ارتعاشات عرضی تیرها و بدست آوردن سرعت بحرانی محورها

تئوری :

الف) جرم متمرکز در وسط تیر



شکل (1)

در این قسمت افت استاتیکی محور ناشی از دیسک M را عامل خروج از مرکز جرم, در نظر می گیریم. با توجه به شکل (1) داریم :

$$F = M\omega^2(h+y) \qquad (1)$$

h : انحراف استاتیکی

y : انحراف دینامیکی

ω : سرعت زاویه ای

$$F = k_b.y \qquad (2)$$

که K_b ضریب سختی محور است. با ترکیب روابط (1) و (2) خواهیم داشت :

$$\frac{y}{h} = \frac{1}{(k_b / M\omega^2)-1} \qquad (3)$$

باتوجه به رابطه فوق هرگاه $\frac{K_b}{M\omega^2} = 1$ باشد, آنگاه $y \to \infty$ و سرعت زاویه ای برابر سرعت زاویه ای بحرانی خواهد بود که از رابطه زیر به دست می آید :

$$\omega_c = \sqrt{\left(\frac{K_b}{M}\right)} \qquad (4)$$

هرگاه ω برابر ω_c گردد, پدیده چرخش اتفاق می افتد. حال با توجه به روابط مقاومت مصالح داریم :

$$h = \frac{MgL^3}{48EI} \to K_b = \frac{48EI}{L^3} \qquad (5)$$

که در آن E مدول الاستیسیته میله است و I ممان اینرسی سطح مقطع میله می باشد که از رابطه $I = \frac{\pi}{64} D^4$ بدست می آید. با جایگذاری K_b در رابطه $\omega_c = \sqrt{\left(\frac{K_b}{M}\right)}$ داریم :

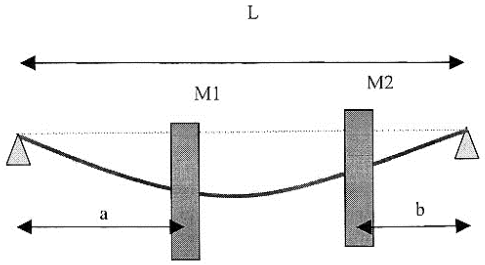
$$\omega_c = \sqrt{\frac{48EI}{ML^3}} \quad \left(rad/s\right) \qquad (6)$$

$$N_c = 1.102\sqrt{\frac{EI}{ML^3}}(rps) \equiv 66.159\sqrt{\frac{EI}{ML^3}}(rpm) \qquad (7)$$

rps : دور بر ثانیه

rpm : دور بر دقیقه

ب) دو جرم در فواصل a و b



شکل (2)

در اینجا برای محاسبه دور بحرانی محور از روش ریلی استفاده می کنیم. از مقاومت مصالح داریم :

زمانیکه بار در b وارد شود :

$$y(x) = \frac{Wbx}{6EIL}\left(L^2 - x^2 - b^2\right) \qquad x \le (L-b) \qquad (8)$$

با توجه به رابطه بالا برای محاسبه انحراف های استاتیکی در فواصل a و b از دو سر تیر داریم :

$$\begin{cases} y_1 = y_1' + y_1'' \\ y_2 = y_2' + y_2'' \end{cases} \qquad (9)$$

انحراف استاتیکی در فاصله a ناشی از جرم $y_1' = M_1$

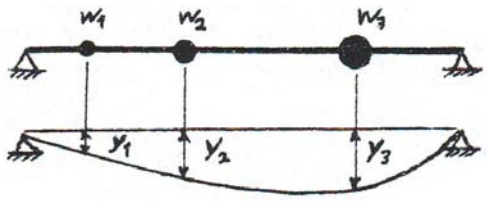
انحراف استاتیکی در فاصله b ناشی از جرم $y_2' = M_2$

انحراف استاتیکی در فاصله a ناشی از جرم $y_1'' = M_2$

انحراف استاتیکی در فاصله b ناشی از جرم $y_2'' = M_1$

برای بررسی و محاسبه فرکانس طبیعی مدهای اول ارتعاشی یک سیستم دارای هر تعداد جرم از روش رایلی استفاده می کنیم. رایلی فرض کرد که مد اول ارتعاش منطبق با همان شکل تیر در وضعیت استاتیکی می باشد.

تیری مانند شکل زیر فرض کنید :



شکل (3)

با استفاده از روش انرژی , فرکانس طبیعی اول را به دست می آوریم :

$$U_{\max} = T_{\max}$$

انرژی پتانسیل حداکثر در حالت استاتیکی: $U_{\max} = \frac{g}{2}\left(M_1 Y_1 + M_2 Y_2 + M_3 Y_3\right)$

انرژی جنبشی ماکزیمم در حالت هارمونیک: $T_{\max} = \frac{\omega_n^{\,2}}{2}\left(M_1 Y_1^2 + M_2 Y_2^2 + M_3 Y_3^2\right)$

بنابراین برای هر تعداد جرم , فرکانس مد اول مطابق رابطه فوق به دست می آید :

$$\omega_1^2 = \frac{g \sum M_i y_i}{\sum M_i y_i^2} \qquad (10)$$

اگر فواصل a و b و جرمهای M_1و M_2 برابر باشد, برای ω_c داریم :

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{y}} \qquad (11)$$

و $y = y_1 = y_2$ انحراف های استاتیکی میله در فواصل a و b می باشد.

روش انجام آزمایش :

ابتدا دستگاه را به برق وصل کنید و آزمایش را مطابق یکی از موارد الف, ب و ج تنظیم کرده و سپس توسط ولوم کنترل دور, دور را افزایش دهید.

الف) دیسک های به جرم M را در وسط شفت قرار داده فاصله بین یاتاقان ها راتنظیم نموده (حداقل فاصله بین پایه های 1و2 و نیز 3 و 4 , 4 سانتیمتر می باشد.) و سپس موتور را روشن کرده و به آرامی دور را زیاد می کنیم تا دور بحرانی شفت مشخص شود.

جدول (1) $M = \ldots .$

$L(cm)$	$a(cm)$	$N_c(rpm)$ تجربی	$N_c(rpm)$ تئوری

ب) دیسک های به جرم M را در فواصل مساوی از پایه های 1 و 4 قرار داده و دور بحرانی شفت را به وسیله دورسنج از دستگاه بخوانید : $a = b = 14cm$

$M_1 = M_2 = \ldots .$ جدول (2)

$L(cm)$	$a(cm)$	$b(cm)$	$N_c(rpm)$ تجربی	$N_c(rpm)$ تئوری

ج) دیسک هایی به جرم M را در فواصل $a = 14cm$ و $b = 24cm$ از پایه های 1 و 4 قرار داده و دور بحرانی شفت را از دستگاه بخوانید.

$M_1 = M_2 = \ldots .$ جدول (3)

$L(cm)$	$a(cm)$	$b(cm)$	$N_c(rpm)$ تجربی	$N_c(rpm)$ تئوری

خواسته های آزمایش :

1. مقادیر دور بحرانی در قسمتهای الف , ب و ج را از روش تئوری محاسبه کرده و مقادیر آنرا با مقادیر بدست آمده از بالا مقایسه کنید و درصد خطا را بدست آورید. (برای محاسبات طول شفت را فاصله بین پایه های 1 و 4 در نظر بگیرید.)
2. با در نظر گرفتن اینکه طول شفت فاصله بین پایه های 1 و 4 است, محاسبات را انجام داده و مقادیر بدست آمده را با مقادیر عملی مقایسه کنید و درصد خطا را بدست آورید.
3. به نظر شما شرایط سوال اول برای محاسبات تئوری درست می باشد یا سوال دوم ؟ دلیل خود را بیان کنید.

سوالات آزمایش :

1. سرعت بحرانی چیست؟
2. تاثیر قطر محور روی سرعت بحرانی چیست؟
3. عوامل بوجود آمدن سرعت بحرانی چیست؟
4. آیا یک شفت دوار تنها یک دور بحرانی دارد؟ درصورتیکه پاسخ شما منفی است برای محاسبه دورهای بحرانی دیگر چه راهی پیشنهاد می کنید؟

نمونه محاسبات :

حالت الف)

$$\omega_c = \sqrt{\frac{48EI}{ML^3}} \quad \left(rad/s\right)$$

$$N_c = 1.102\sqrt{\frac{EI}{ML^3}}\left(rps\right) \equiv 66.159\sqrt{\frac{EI}{ML^3}}\left(rpm\right)$$

$$M = 0.5\,kg$$
$$EI = 12.723$$
$$L = 0.6\,m$$

$$\Rightarrow N_c = 66.159\sqrt{\frac{12.723}{(0.5)(0.6)^3}} = 718 \quad (RPM) \equiv 12.6\ (Hz)$$

حالت ب)

$$M_1 = M_2 = 0.5\,kg$$
$$EI = 12.723$$
$$L = 0.6\,m$$
$$a = 14\ cm$$
$$b = 14\ cm$$

$$y(x) = \frac{Wbx}{6EIL}\left(L^2 - x^2 - b^2\right) \qquad x \le (L-b)$$

$$y_1' = \frac{(0.5)(9.81)(0.14)(0.14)}{(6)(0.6)(12.723)}\left[(0.6)^2 - (0.14)^2 - (0.14)^2\right] = 0.000673\,m = 0.673\,mm$$

$$y_2' = \frac{(0.5)(9.81)(0.14)(0.46)}{(6)(0.6)(12.723)}\left[(0.6)^2 - (0.46)^2 - (0.14)^2\right] = 0.000888\,m = 0.888\,mm$$

$$y_1'' = \frac{(0.5)(9.81)(0.14)(0.46)}{(6)(0.6)(12.723)}\left[(0.6)^2 - (0.46)^2 - (0.14)^2\right] = 0.000888\,m = 0.888\ mm$$

$$y_2'' = \frac{(0.5)(9.81)(0.14)(0.14)}{(6)(0.6)(12.723)}\left[(0.6)^2 - (0.14)^2 - (0.14)^2\right] = 0.000673\,m = 0.673\,mm$$

$$y_1 = y_1' + y_1'' = 1.561\ mm$$

$$y_2 = y_2' + y_2'' = 1.561\ mm$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{(9.81)(0.5)(1.561+1.561)(10)^{-3}}{(0.5)((1.561)^2+(1.561)^2)(10)^{-6}}} = \sqrt{\frac{30626.82}{4.873}} = 79.278\ \left(rad/s\right)$$

$$\equiv 757\ (RPM) \equiv 13.3\ (HZ)$$

حالت ج)

$M_1 = M_2 = 0.5\,kg$
$EI = 12.723$
$L = 0.6\,m$
$a = 14\ cm$
$b = 24\ cm$

$$y(x) = \frac{Wbx}{6EIL}\left(L^2 - x^2 - b^2\right) \qquad x \le (L-b)$$

$$y_1' = \frac{(0.5)(9.81)(0.24)(0.14)}{(6)(0.6)(12.723)}\left[(0.6)^2 - (0.14)^2 - (0.24)^2\right] = 0.001017\,m = 1.017\,mm$$

$$y_2' = \frac{(0.5)(9.81)(0.24)(0.36)}{(6)(0.6)(12.723)}\left[(0.6)^2 - (0.36)^2 - (0.24)^2\right] = 0.001598\,m = 1.598\,mm$$

$$y_1'' = \frac{(0.5)(9.81)(0.14)(0.46)}{(6)(0.6)(12.723)}\left[(0.6)^2 - (0.46)^2 - (0.14)^2\right] = 0.000888\,m = 0.888\ mm$$

$$y_2'' = \frac{(0.5)(9.81)(0.14)(0.24)}{(6)(0.6)(12.723)}\left[(0.6)^2 - (0.24)^2 - (0.14)^2\right] = 0.001017\,m = 1.017\,mm$$

$y_1 = y_1' + y_1'' = 1.905\ mm$

$y_2 = y_2' + y_2'' = 2.615\ mm$

$$\omega_1^2 = \frac{g\sum M_i y_i}{\sum M_i y_i^2}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{(9.81)(0.5)(1.905+2.615)(10)^{-3}}{(0.5)((1.905)^2+(2.615)^2)(10)^{-6}}} = 62.96\ \left(rad/s\right) \equiv 601.24\ (RPM) \equiv 10.58\ (HZ)$$