

بە نام خدا

سایت گروه اموزشی تئهید نویار www.g-toopal.rozblog.com

سایت گروه اموزشی تئهید نویار ارائه دهنده انواع:

جزوه ها درس

نمونه سوالات امتحان

برنامه ریز درس و بیزه کنکور

سوالات المپیاد ها

اسلايد ها اموزشی دروس

ویدئوهای اموزشی

....۹

همه و همه در سایت گروه اموزشی تئهید نویار

آمار و مدلسازی

- ویژه دانش آموزان دوم و سوم و کنکوری ✓
- بررسی خط به خط کتاب درسی ✓
- بررسی تمام کنکورهای گذشته ✓

مؤلف: مهندس کهنسال

تعریف آمار: علم جمع آوری، تحلیل و ارائه اطلاعات را گویند.

فصل اول: اندازه‌گیری و مدلسازی:

مدلسازی: بیان یک مساله به زبان ریاضی را مدلسازی ریاضی گوییم مانند کار کپلر.

نکته: هر چقدر مفاهیم ریاضی به کار برده شده ساده‌تر،ابتدای تر و نتیجه کار به پدیده مورد نظر نزدیکتر باشد مدلسازی ارزشمندتر است.

نکته: حُسن استفاده از اطلاعات عددی: اطلاعات عددی قابل تفسیر نیستند و برای هر کس معنای واحدی دارند.

نکته: اولین قدم در رسیدن به اطلاعات عددی اندازه‌گیری است.

اندازه‌گیری: بیان اطلاعات به زبان اعداد و ارقام - اختصاص یک معیار عددی به یک صفت

خطای اندازه‌گیری: تفاضل مقدار واقعی و مقدار اندازه‌گیری شده را گویند و آن را با E نشان می‌دهند.

نکته: این خطای لزوماً از واحد اندازه‌گیری کمتر است.

مثال ۱: اگر وزن شخصی ۷۳ اندازه‌گیری شود می‌توان نوشت:

$$\text{وزن} = 73 + E, |E| < 1$$

است. ولی اگر $2 / 73$ اندازه‌گیری شود:

$$\text{وزن} = 73 / 2 + E, |E| < 0 / 1$$

نکته: در محاسبه خطاهای اندازه‌گیری، از عباراتی همچون E_1, E_2, E^3 به خاطر بسیار کوچک بودن صرفنظر می‌کنیم.

مثال ۲: اگر ضلع مکعبی ۲ اندازه‌گیری شده باشد خطای مساحت کل را بیابید.

مثال ۳: اگر طول و عرض یک مکعب مستطیل به ترتیب ۳ و ۴ اندازه‌گیری شده باشد و ارتفاع آن ۲ باشد خطای حجم آن را محاسبه کنید.

(۱) **تسنیع:** در مورد تفاضل مقدار واقعی و مقدار اندازه‌گیری شده، کدام گزینه نادرست است؟ (آزاد ۸۹)

(۲) ممکن است صفر باشد

(۱) کمتر از واحد اندازه‌گیری است

(۴) در مواردی ثابت است

(۳) ممکن است منفی باشد

گزینه ۲، زیرا خطای هیچگاه صفر نمی‌باشد.

فصل دوچه: جامعه و نمونه:

جامعه آماری: مجموعه‌ای از افراد یا اشیاء است که می‌خواهیم در مورد اعضای آن موضوع یا موضوعاتی را مطالعه کنیم.
سرشماری: اگر تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم می‌گوییم سرشماری کردہ‌ایم.

مشکلات سرشماری:

- (۱) در دسترس نبودن تمام اعضای جامعه.
- (۲) وقت گیر بودن دسترسی به تمام اعضای جامعه
- (۳) گران شدن بررسی تمام اعضای جامعه
- (۴) از بین رفتن جامعه در برخی مطالعات

تذکر: اگر جامعه آماری کوچک باشد مطالعه را به صورت سرشماری انجام می‌دهیم ولی اگر بزرگ باشد باید از نمونه آماری استفاده کرد.

نمونه آماری: زیر مجموعه‌ای از جامعه آماری است.

نمونه گیری: مهم‌ترین بخش آمار است و باید نمایان گر خصوصیات عده بزرگتری که جامعه نام دارد، باشد. پس باید به اندازه کافی بزرگ باشد. همچنین باید تصادفی انتخاب شوند و انتخاب آنها باید از قانون خاصی پیروی کند.

اندازه جامعه و اندازه نمونه: تعداد اعضای هر کدام را اندازه آن می‌نامند.

تذکر: اندازه جامعه ممکن است متناهی و یا نامتناهی باشد ولی ما فقط با جامعه‌هایی سروکار داریم که تعداد اعضای آنها متناهی است.

نمونه تصادفی ساده: نمونه‌ای است که در آن:

- (۱) امکان انتخاب هر فرد به عنوان عضوی از نمونه امکان‌پذیر باشد.
- (۲) قبل از انتخاب نمونه نتوانیم با اطمینان بیشتر در مورد حضور یا عدم حضور عده‌ای در نمونه قضاوت کنیم.

استفاده از ماشین حساب برای انتخاب نمونه تصادفی ساده:

دکمه RAN را می‌زنیم تا ماشین حساب عددی بین صفر و یک به ما تحویل دهد. سپس آن را در اندازه نمونه ضرب می‌کنیم و اولین عدد بزرگتر یا مساوی آن را در نظر می‌گیریم.

مثال ۵: می‌خواهیم دو عدد تصادفی بین ۱ تا ۵۰۰ بدست آوریم. دو بار RAN را می‌زنیم. دو عدد ۲۳۱ / ۱۲۲،۰ و ۱۲۲،۰ / را به ما می‌دهد. اعداد حاصله کدامند؟

$$\begin{cases} 1/122 \times 500 = 61 \\ 0/231 \times 500 = 115 / 5 \Rightarrow [115 / 5] + 1 = 116 \end{cases}$$

تعریف داده: نتایج حاصل از اندازه‌گیری و یا بررسی نمونه را داده می‌گویند.

روشهای جمع‌آوری داده‌ها:

- (۱) استفاده از داده‌های از پیش تهیه شده
- (۲) از طریق پرسشن: مستقیما از اشخاص (شفاهی، مصاحبه) – پرسشنامه کتبی
- (۳) از طریق مشاهده و ثبت واقع
- (۴) از طریق انجام آزمایش

فصل سوم: متغیرهای تصادفی:

متغیرهای تصادفی: مشخصه‌ی ویژه‌ای از افراد جامعه که مورد بررسی قرار می‌گیرد متغیر تصادفی نام دارد.

مثال اگر مسئله‌ی آماری ما بررسی رنگ چشم اهالی یک شهر باشد، بخش‌های این مسئله‌ی آماری به صورت زیر است:

جامعه: تمام مردم شهر

نمونه: آن دسته از مردم شهر که رنگ چشمان مورد بررسی قرار گرفته است. مثلاً اگر صد نفر از اهالی شهر را انتخاب کنیم و رنگ چشم آن‌ها را بینیم، نمونه‌ی آماری ما شامل این صد نفر می‌باشد.

متغیر تصادفی: بدیهی است که ویژگی مورد بررسی در این مسئله‌ی آماری همان رنگ چشم افراد می‌باشد.

» انواع متغیرهای تصادفی:

(۱) متغیر کمی: متغیری که با عدد و رقم قابل بیان باشد که خود بر دو نوع است:

الف: کمی پیوسته: متغیری است که اگر دو مقدار a, b را داشته باشد، هر مقداری بین آن دو را نیز پذیرد. مانند: طول قد افراد.

ب: کمی گسسته: متغیر کمی که پیوسته نباشد گسسته است. مانند: تعداد غایبین یک کلاس.

(۲) متغیر کیفی: متغیری که غیر قابل اندازه‌گیری باشد که بر دو نوع است:

الف: کیفی ترتیبی: در آن نوعی ترتیب وجود دارد. مانند: مراحل زندگی انسان.

ب: کیفی اسمی: در آن ترتیب وجود ندارد. مانند: گروه خونی.

☺ تست ۴: مراحل تحصیلی متغیر تصادفی است. نوع آن کدام است؟ (سراسری خارج - ۸۶)

- ۱) کمی گسسته ۲) کمی پیوسته ۳) کیفی اسمی ۴) کیفی ترتیبی

گزینه ۴ صحیح است.

فصل چهارم: جدول فراوانی و دسته‌بندی:

جدول فراوانی (دسته بندی نشده): اگر در یک جدول، داده‌ها را بر حسب فراوانی مطلق آنها بنویسیم جدول فراوانی تولید کردایم. فراوانی مطلق در جدول فراوانی تعداد دفعاتی است که یک داده تکرار می‌شود.

مثال ۷: داده‌های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ را میتوان به صورت زیر نشان داد:

x	1
f_i	2 3 2 4 6

تذکر: اگر متغیرهای ما گسسته و پر تکرار باشند جدول فراوانی بدون دسته‌بندی کارآمد است ولی اگر متغیر پیوسته باشد باید دسته بندی نمود.

دسته بندی:

اولین اقدامی که در مطالعه یک جامعه بر اساس داده‌ها انجام می‌دهیم، آن است که بینیم میتوان جامعه را به چند دسته جدا تفکیک کرد؟ به طوری که اعضای موجود در هر دسته آشنا و یک دست باشند و تفاوت چندانی باهم نداشته باشند. مثال آب و هوای ایران

جدول دسته بندی:

«دامنه تغییرات: برابر است با اختلاف کمترین داده از بیشترین داده: $R = x_{\max} - x_{\min}$

تذکر: اگر دامنه تغییرات به نظر کوچک باشد دیگر نیازی به دسته‌بندی نیست زیرا داده‌ها به هم نزدیک‌اند.

طول دسته (c): برابر است با دامنه تغییرات (R) تقسیم بر تعداد دسته‌ها (k) یعنی $c = \frac{R}{k}$.

تذکر: قانون خاصی برای انتخاب تعداد دسته‌ها وجود ندارد، فقط باید طوری انتخاب شوند که فراوانی هیچ دسته‌ای صفر نشود.

هر دسته:

«هر دسته به صورت $a-b$ نمایش داده می‌شود که a را کران پایین و b را کران بالا می‌نامند.

«اگر عددی با کران بالای دسته‌ای برابر باشد آن را با دسته بعد در نظر می‌گیریم بجز دسته آخر.

«وسط هر دسته را مرکز دسته یا نشان دسته می‌نامند و به صورت \bar{x}_i نشان می‌دهند و داریم: $\bar{x}_i = \frac{a+b}{2}$.

در واقع اعداد موجود در هر دسته را برابر مرکز آن دسته در نظر می‌گیریم.

«طول هر دسته برابر تفاضل کران پایین و بالا و همچنین تفاضل دو کران پایین یا بالای متوالی یا دو مرکز دسته متوالی می‌باشد.

انواع فراوانی‌ها:

«فراوانی (مطلق) در جدول دسته‌بندی: فراوانی مطلق یک دسته برابر تعداد اعضا‌ی است که در آن دسته قرار می‌گیرند.

«فراوانی نسبی: نسبت فراوانی مطلق یک دسته به کل فراوانی‌های همه دسته‌ها یعنی $\frac{\cdot}{n}$.

«درصد فراوانی نسبی: حاصلضرب فراوانی نسبی در ۱۰۰ را درصد فراوانی نسبی می‌نامند.

«فراوانی تجمعی: مجموع همه فراوانی‌ها از دسته اول تا هر دسته را فراوانی تجمعی می‌نامند. به عبارت دیگر فراوانی تجمعی هر دسته برابر تعداد اشیایی است که مقدار آنها از کران بالای آن دسته کمترند.

«فراوانی نسبی تجمعی: نسبت فراوانی تجمعی یک دسته به کل فراوانی‌های همه دسته‌ها.

«درصد فراوانی نسبی تجمعی: حاصلضرب فراوانی نسبی تجمعی در ۱۰۰ را درصد فراوانی نسبی تجمعی می‌نامند.

مثال ۸: داده های زیر را در ۴ دسته طبقه بندی کنید و جدول زیر را کامل کنید.

۰، ۱۲، ۱۷، ۱۶، ۱۵، ۱۳، ۱۲/۵، ۹۹، ۹۶، ۹۴، ۹۱، ۹۰، ۱۹، ۱۷، ۱۶، ۱۵، ۱۳، ۱۲، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱، ۰.

دسته ها				
$f_i =$ فراوانی (مطلق)				
$n =$ فراوانی نسبی				
$\frac{f_i}{n} \times 100 =$ درصد فراوانی نسبی				
فراوانی تجمعی				
فراوانی نسبی تجمعی				
درصد فراوانی نسبی تجمعی				

نتایج مهم:

۱) مرکز هر دسته نماینده آن دسته است و می توان فرض کرد تمام اعداد داخل دسته با مرکز دسته برابرند پس فراوانی مطلق

هر دسته برابر است با دفعات تکرار مرکز دسته.

۲) در دو دسته a و b ، فاصله کران های پایین، فاصله کران های بالا و فاصله مراکز دسته ها برابر است با:

$$(b-a) \times c$$

تست ۹: دامنه تغییرات ۱۰ داده مثبت آماری برابر ۱۵ و دامنه تغییرات مربعات این داده ها برابر ۳۰۰ است. بزرگ ترین

داده کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۷/۵ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲/۵ (۱)

پاسخ:

تست ۱۰: جدول $\frac{x_i}{f_i}$ را در نظر می گیریم. در این جدول، فراوانی نسبی متناظر با $x_i = 3$ برابر $\frac{1}{3}$ است.

می باشد. در این صورت x برابر است با:

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ:

تست ۱۱: اگر فراوانی نسبی یک دسته از جدول، برابر $4/0$ و فراوانی مطلق همان دسته برابر ۱۲۴ باشد مجموع فراوانی مطلق بقیه دسته ها کدام است؟

۶۲ (۴)

۱۸۶ (۳)

۱۲۴ (۲)

۳۱۰ (۱)

پاسخ:

تست ۱۲: اندازه‌ی قد ۱۲۰ دانشآموز در جدول زیر آمده است؛ فراوانی دسته‌ی چهارم کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۳)

درصد فراوانی نسبی	۱۰	۱۵	۱۸	x	۲۰	۱۲
مرکز دسته	۱۵۵	۱۵۸	۱۶۱	۱۶۴	۱۶۷	۱۷۰

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۲۴ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ:

تست ۱۳: فراوانی نسبی یک داده برابر $1/0$ می‌باشد. اگر فراوانی این داده ۵ واحد افزایش یابد فراوانی نسبی آن دو برابر می‌شود. تعداد کل داده‌ها در ابتدا چه قدر بوده است؟

۴۵ (۴)

۴۰ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ:

تست ۱۴: فراوانی نسبی داده‌ای برابر $1/0$ می‌باشد. اگر فراوانی این داده ۵ برابر شود، فراوانی نسبی جدید این داده کدام است؟

 $\frac{5}{16}$ (۴) $\frac{5}{14}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{5}{10}$ (۱)

تست ۱۵: در جدول زیر درصد فراوانی نسبی دسته وسط ۲۴ است. فراوانی مطلق دسته چهارم کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۵)

فراآنی تجمعی	۵	۱۴	a	۴۱	۵۰
مرکز دسته	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

مسئلہ ۱۶: کوچکترین و بزرگترین دادہ های آماری ۲۱ و ۴۲ می باشند این داده ها در ۷ دسته ، دسته بندی شده اند ۳۷ درصد داده ها کمتر از ۳۰ و ۴۸ درصد آنها بیشتر یا مساوی ۳۳ می باشد ، اگر فراوانی کل ۸۰ باشد فراوانی دسته وسط کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۵)

۱۶(۴)

۱۵(۳)

۱۲(۲)

۹(۱)

پاسخ:

مثال ۱۷: اگر در یک طبقه بندی دسته دوم ۷-۵ باشد آنگاه حدود دسته اول و دسته ششم و دسته بیستم را بباید.

مثال ۱۸: اگر در یک دسته بندی دسته هفتم به صورت ۲۰-۲۴ باشد حدود دسته پانزدهم و حدود دسته دوم را بباید.

مثال ۱۹: اگر در طبقه بندی داده ها مراکز دسته های سوم و هشتم به ترتیب ۶ و ۲۱ باشند آنگاه حدود دسته سیزدهم را بباید.



مثال ۲۰: می خواهیم تعدادی داده را که کمترین و بیشترین آنها ۰ و ۳۰ می باشد را دسته بندی کنیم. در هریک از حالات زیر دسته ها را مشخص کنید:

الف: طول دسته ۶ باشد.

ب: تعداد دسته ها ۶ باشد.

نتیجه:

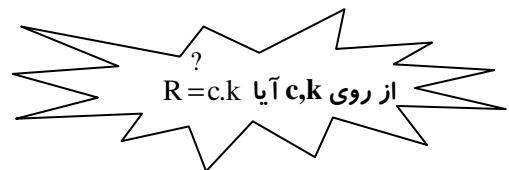
- مسئلہ ۱۲:** اگر در یک سری دادہ کوچکترین و بزرگترین دادہ ۱۵ و ۴۳ باشند و بخواهیم آنها را در ۱۰ دستہ با طول دستہ ۳ طبقہ بندي کنیم کران پایین ششمین دستہ چقدر است؟

۳۱) ۴

۲۸) ۳

۳۰) ۲

۲۹) ۱



- مسئلہ ۱۳:** در یک دستہ بندي طول دستہ و تعداد دستہ ها به ترتیب ۶۰۵ می باشد. دامنه تغیرات چند است؟

نتیجہ:

- مسئلہ ۱۴:** در یک جدول فراوانی، کمترین دادہ ۳۰، تعداد دستہ ها ۴ و طول دستہ ها ۶ است، بیشترین دادہ ها کدام می تواند باشد؟

۵۸) ۴

۵۲) ۳

۴۱) ۲

۵۶) ۱

پاسخ:

- مسئلہ ۱۵:** در یک دستہ بندي دادہ ها، کران پایین دستہ پنجم ۳۷ و مرکز دستہ دوم ۲۲ است. اگر تعداد دستہ ها ۷ باشد، بیشترین مقدار دادہ ها برابر کدام یک از اعداد زیر می تواند باشد؟

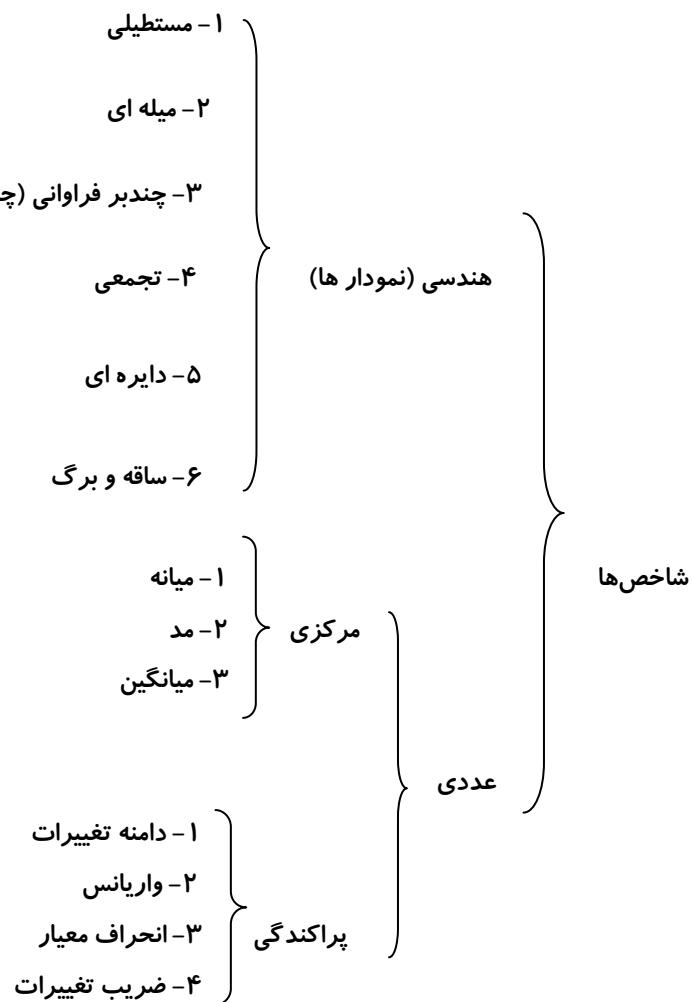
۵۶) ۴

۵۴) ۳

۴۸) ۲

۴۷) ۱

پاسخ:



شاخص های هندسی:

مثال ۱۵: نمرات آزمون کلاسی از ۵ به صورت زیر است. نمودار میله‌ای آنها را رسم کنید:

۵ و ۵ و ۵ و ۵ و ۴ و ۳ و ۳ و ۲ و ۱ و ۱

مثال ۱۶: نمودارهای مستطیلی و چندبر و تجمعی و دایره ای را برای مثال ۳ رسم نمایید.

دسته ها	۰-۵	۵-۱۰	۱۰-۱۵	۱۵-۲۰
فرابویی (مطلق)	۲	۷	۳	۸

نکات:

۱) کدام نمودار برای کدام متغیر؟

میله‌ای ← کیفی و کمی گرسنه

مستطیلی ← کمی پیوسته

چندبر ← کمی پیوسته

دایره‌ای ← کیفی

۲) در نمودار میله‌ای ترتیب قرار گرفتن میله‌ها مهم نیست.

۳) هر نمودار میله‌ای شامل سه قسم است: عنوان نمودار، برچسب محورها و مقیاس.

۴) در نمودار مستطیلی ملاک مقایسه، مساحت مستطیل‌هاست. حال اگر طول دسته‌ها یکسان باشند فقط کافی است ارتفاع‌ها را مقایسه کنیم. بر همین مبنای تعریف دقیق نمودار مستطیلی به صورت زیر است:

نمودار مستطیلی نمایشی از داده‌های دسته‌بندی شده است که در آن سطع مستطیل‌ها متناسب با فراوانی دسته‌هاست.

۵) مساحت زیر نمودار مستطیلی و نمودار چند برابر با هم برابرند و مقدار این مساحت برابر است با: $S = c \cdot n$

۶) اگر بخواهیم تغییرات متغیر را بهتر نشان دهیم از نمودار چندبر استفاده می‌کنیم.

۷) اگر نمودار چندبر فراوانی نسبی را رسم کنیم در این صورت اطلاعات منسجم‌تری در اختیار ما قرار می‌گیرد چون می‌توان فراوانی را با کل جامعه مقایسه کرد.

۸) برای مقایسه دو نمودار بهتر است دو نمودار چند برابر باهم مقایسه شوند.

۹) اگر در نمودار چندبر، تعداد داده‌ها افزایش یابد، آنگاه تعداد دسته‌ها افزایش و طول دسته‌ها کاهش می‌یابد و این باعث می‌شود پاره خطها بسیار کوچک شوند و منحنی شبیه یک زنگوله و کاملاً متقاض شود که آن را منحنی نرمال می‌نامند.

۱۰) نمودار تجمعی صعودی است و از مبدأ شروع می‌شود.

۱۱) در نمودار دایره‌ای ترتیب قرار گرفتن نواحی مهم نیست. در ضمن اگر همه فراوانی‌ها برابر شوند، نمودار تغییر نمی‌کند.

۲۷- تست: استفاده از نمودار چندبر فراوانی برای نمایش داده‌های مربوط به کدام متغیر مناسب‌تر است؟ (آزاد ۸۶)

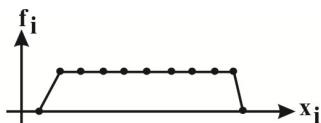
۱) جنسیت افراد ۲) مراحل زندگی ۳) درآمد خانوار ۴) تعداد جمعیت

۲۸- تست: اگر مجموع مساحت‌های مستطیل‌ها در نمودار مستطیلی تعدادی داده برابر ۱۲۰ و فراوانی نسبی دسته‌ی اول برابر ۱۰

و فراوانی همین دسته ۴ باشد طول هر دسته برابر است با:

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

مسئلہ ۲۹: اگر نمودار چند بر فراوانی تعدادی دادہ بے صورت رو بے رو باشد کدام گزینہ صحیح است؟



- ۱) همهی دادهها با هم برابرند.
 - ۲) همهی دادهها به جز ۲ داده با هم برابرند.
 - ۳) فراوانی همهی دستهها برابر است.
 - ۴) فراوانی همهی دستهها به جز فراوانی ۲ دسته برابر است.

نمره ۱۷ در نمودار میله‌ای کدامست؟ (سراسری تجربی ۷۶) (۲)

۱۶(۲)

۱۲۳

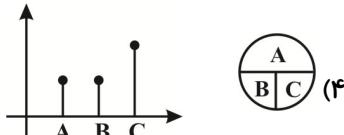
۱۳۲

۱۲(۱)

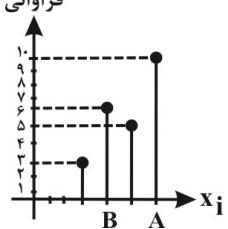
۱۳) در یک آمارگیری، داده‌ها را در ۳ دسته طبقه‌بندی کرده‌ایم به طوری که فراوانی نسبی دسته‌های اول و دوم به ترتیب $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{6}$ است. در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی متناظر با دسته‌ی سوم کدام است؟

پاٹھ

تست ۲۳: نمودار میله‌ای رو به رو مربوط به کدام یک از نمودارهای دایره‌ای زیر است؟ ☺



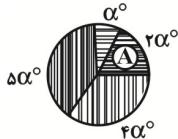
مسئلہ ۳۳: اگر نمودار میله‌ای آماری به صورت مقابل باشد، در نمودار دایرہ‌ای زاویہ‌ی مربوط به A چند درجہ از زاویہ‌ی مربوط به B بیش تر است؟



٦٠ (٢) ٦٠ (١)

پاسخ

تست ۴۳: یک کارخانهٔ تولید مواد غذایی ۴ نوع محصول تولید می‌کند. با توجه به نمودار دایره‌ای تولید محصولات در یک روز، درصد فراوانی نسبی محصول A برابر است با:



۱۴/۶ (۲)

18/01

۸۰ (۱۴)

۱۱ (۳)

- مسئلہ ۵:** داده‌های آماری در ۹ طبقه دسته بندی شده‌اند، فراوانی تجمعی نسبی در دسته چهارم و پنجم به ترتیب $28 / 40,0$ است. در نمودار دایره‌ای زاویه مربوط به دسته پنجم چند درجه است؟
- (۱) ۴۰/۵ (۲) ۴۱/۴ (۳) ۴۲/۶ (۴) ۴۳/۲

- مسئلہ ۶:** اگر در جدول فراوانی داده‌های پیوسته و طبقه‌بندی دو نقطه $(21, 42)$ ، $(24, 51)$ دو نقطه متواالی از نمودار فراوانی تجمعی باشند، کدام نقطه زیر روی چندبر فراوانی قرار دارد؟ (سراسری ۸۸ ریاضی)
- (۱) $(21, 51)$ (۲) $(22 / 5, 42)$ (۳) $(24, 9)$ (۴) $(22 / 5, 42)$

مثال ۷: نمودار ساقه و برگ داده‌های زیر رارسم کنید.

$0, 1, 3, 3, 4, 7, 9, 9, 11, 11, 13, 14, 18, 21, 29, 37$

نکات:

- ۱) از این نمودار زمانی استفاده می‌شود که دامنه تغییرات کم باشد.
- ۲) در قسمت برگ اولاً اعداد تکراری باید نوشته شوند و ثانیاً به صورت صعودی باشند.

مثال ۸: در نمودار ساقه و برگ زیر اگر کلید نمودار به صورت $3=73$ باشد، میانگین آنها را بیابید.

ساقه	برگ				
۱	۰	۰	۱	۳	۴
۲	۱	۱	۲		
۳	۱				

مُد (نما) : داده‌ای است که بیشترین فراوانی را دارد.

نکته: یک جامعه آماری می‌تواند یک یا چند مد داشته باشد. جامعه‌هایی که چند مد دارند یک دست نیستند. (مثال قد خردسال و بزرگسال)

نکته: اگر همه داده ها به یک اندازه تکرار شده باشند ممکن است.

مثال: در $6, 5, 4, 3, 2, 1$ مد برابر $1, 2, 3, 4, 5, 6$ می باشد.

مثال: مد ندارد $\Rightarrow 15, 10, 14, 12, 20$

مثال: مدنارد \Rightarrow ۱۰, ۱۵, ۱۰, ۱۴, ۱۴, ۱۵

میانه : مقداری است که تعداد داده‌های قبل و بعد از آن برابر باشند (البته اگر مرتب باشند).
اگر داده‌های آماری را به ترتیب صعودی (با نزولی)، مرتب کنیم آنگاه:

الف: اگر تعداد داده ها فرد باشد داده وسط میانه است.(در واقع برای n داده فرد $\frac{n+1}{2}$ مین داده میانه است)

ب : اگر تعداد داده ها زوج باشد میانه، نصف مجموع دو داده وسط است.

نکته: میانه قسمت اول را چارک اول (Q_1) و میانه قسمت دوم را چارک سوم (Q_3) می‌نامند. وقت کنید که چارک دوم همان میانه است.

چارک اول از $\frac{1}{4}$ اعداد بیشتر و از $\frac{3}{4}$ آنها کمتر است. چارک سوم از $\frac{3}{4}$ اعداد بیشتر و از $\frac{1}{4}$ آنها کمتر است.

نمودار جعبه‌ای: نموداری است که داده‌ها را براساس پنج مقدار نمایش می‌دهد:

۱- کوچکترین داده ۲- چارک اول ۳- میانه ۴- چارک سوم ۵- بزرگترین داده

که از چارک اول تا چارک سوم را داخل جعبه قرار می‌دهیم. این نمودار نشان می‌دهد داده‌ها بیشتر کجا متتمرکزند.

مثال ۹: در داده های ۱۴۰ و ۱۶۰ و ۲۰۰ و ۹۶۹ و ۹۱۵ و ۱۵۱ مد، میانه و چارکها را بیابید و نمودار جعبه ای را رسم کنید.

داده ها	۳	۵	۷	۹
فراوانی	۲	۴	۳	۱

مثال ۱۴: در جدول زیر میانه و مد را بدست آورید:

نحوه ایک داده کا طول دستہ کم ہے، اس کا دستہ بندی کر دیا جائے۔ اگر ۸ دادہ بین چارک اول و سوم کے درمیان ہوں تو آنکھوں کا اضافہ کرنے کا لذت پڑے۔

۱۳۰

۱۲۳

1152

1 · (1)

میانگین (\bar{x}):

* از روی داده‌ها:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

* از روی جدول (میانگین وزنی) (اگر جدول فراوانی باشد x_i داده‌ها و اگر جدول دسته‌بندی شده باشد f_i مرکز دسته است):

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

* از روی نمودار: اطلاعات نموداری را جدولی بینید و با فرمول فوق محاسبه کنید.

چند نکته:

- (۱) اگر میانگین n داده برابر \bar{x} باشد آنگاه مجموع آنها برابر است با: $n\bar{x}$
- (۲) اگر اعداد تشکیل تصاعد حسابی دهند آنگاه میانگین نصف مجموع داده اول و آخر است (البته اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، میانگین همان داده وسط است)
- (۳) اگر اعداد به هم نزدیک باشند می‌توان از روش حدسی استفاده کرد.
- (۴) تفاضل هر داده از میانگین را انحراف از میانگین گویند و همواره مجموع آنها صفر است. به عبارت دیگر:

$$\text{از روی داده‌ها } \sum_{i=1}^n f_i (X_i - \bar{X}) = 0 \text{ و از روی جدول } \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) = 0 \text{ برقرار است.}$$

حدود دسته	۲-۴	۴-۶	۶-۸	۸-۱۰	۲-۴	۴-۶	۶-۸	۸-۱۰	۲-۴	۴-۶	۶-۸	۸-۱۰	
فراوانی	۲	۴	۳	۱	فراوانی	۲	۴	۳	۱	فراوانی	۲	۴	۳
۵/۶ (۴)					۵/۵ (۳)				۵/۴ (۲)				۵/۲ (۱)

پاسخ:

دسته	۰-۶	۶-۱۲	۱۲-۱۸	۰-۶	۶-۱۲	۱۲-۱۸	۰-۶	۶-۱۲	۱۲-۱۸	۰-۶	۶-۱۲	۱۲-۱۸
فراوانی	X	X+1	X-1	فراوانی	$\frac{3}{4}$ (۴)		$\frac{2}{3}$ (۳)		$\frac{1}{3}$ (۲)		$\frac{1}{2}$ (۱)	
۵/۶ (۴)				۵/۵ (۳)			۵/۴ (۲)		۵/۲ (۱)			

پاسخ:

حدود دسته	۱۰-۱۴	۱۴-۱۸	۱۸-۲۲	۲۲-۲۶	۲۶-۳۰	حدود دسته	۱۰-۱۴	۱۴-۱۸	۱۸-۲۲	۲۲-۲۶	۲۶-۳۰	حدود دسته	
فراوانی تجمعی	۸	۲۰	۲۷	۳۵	۴۰	فراوانی	۸	۲۰	۲۷	۳۵	۴۰	فراوانی	
۲۰ (۴)						۱۹/۶ (۳)						۱۹/۵ (۲)	

پاسخ:

مثال ۴۵: می‌دانیم که ضریب دروس عمومی کنکور به صورت زیر است:

ادبیات^۴، دین و زندگی^۳، عربی^۲ و زبان^۲.

اگر درصدهای دانشآموزی در این دروس به ترتیب ۱۵ و ۳۰ و ۴۰ و ۵ باشند، میانگین درصدهای او را بیابید.

تسنیع ۴۶: دانشآموزی در درس حسابان در مستمر اول ۹ و در ترم اول ۸ و در مستمر دوم نمره ۹ را کسب کرده است.

این دانشآموز باید در ترم دوم حداقل چه نمره‌ای کسب کند تا قبول شود؟

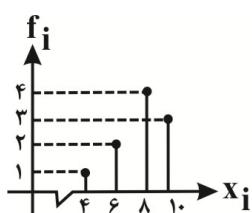
۱۲(۴)

۱۱(۳)

۹(۲)

۱۰(۱)

مثال ۴۷: در نمودار زیر مذکور میانه و میانگین را بیابید:



تسنیع ۴۸: در داده‌های آماری با نمودار ساقه و برگ، داده‌های کمتر از چارک اول و بیشتر از چارک سوم را حذف می‌کنیم. میانگین

داده‌های باقیمانده کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۷)

ساقه	برگ						
۳	۱	۴	۵	۷	۸	۸	۹
۴	.	.	۴	۵	۵	۶	
۵	۲	۳	۶	۶	۷		

۴۳/۴ (۴)

۴۳/۲ (۳)

۴۲/۹ (۲)

۴۲/۷ (۱)

۴۹) جدول زیر مقادیر انحراف از میانگین داده‌های آماری دسته‌بندی شده را مشخص می‌کند. فراوانی مطلق دسته ششم چقدر است؟ (سراسری تجربی خارج ۸۵)

۱۷(۴) ۱۶(۳) ۱۵(۲) ۱۴(۱)

انحراف از میانگین	-۴	-۲	-۱	۰	۲	۲	۳
فراوانی مطلق	۵	۱۱	۹	۴	۸	x	۳

۵۰) میانگین ۲ داده برابر ۳ و میانگین ۸ داده دیگر برابر ۴ می‌باشد. میانگین کل داده‌ها کدامست؟

۳/۸(۴) ۶(۳) ۳(۲) ۳/۵(۱)

پاسخ:

نتیجه: اگر m عدد با میانگین \bar{X} و n عدد با میانگین \bar{Y} باشد آنگاه میانگین کل برابر است با:
.....

۵۱) اگر میانگین n داده‌ی آماری ۱۵ و میانگین ۱۵ داده‌ی دیگر برابر ۱۰ باشد، به طوری که میانگین تمام داده‌ها با هم ۱۲ باشد، n کدام است؟

۶(۴) ۸(۳) ۱۰(۲) ۱۲(۱)

پاسخ:

۵۲) اگر میانگین $\{u, v\}$ مساوی ۱۵ باشد و میانگین $\{2x, 2y, 2z, u, v\}$ مساوی ۳۱ باشد، میانگین $\{x, y, z\}$ کدام است؟

۳۳(۴) ۳۲(۳) ۳۱/۵(۲) ۳۲/۵(۱)

پاسخ:

۵۳) میانگین ۸ داده‌ی آماری برابر ۱۲ است. اگر اعداد ۹ و ۲۵ را به این داده‌ها اضافه کنیم، میانگین جدید برابر است با:

۱۳(۴) ۱۵(۳) ۱۷(۲) ۱۹(۱)

پاسخ:

مسئلہ ۵۴: از داده های ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵ کدام داده را حذف کنیم تا میانگین نسبت به قبل کمترین تغییرات را داشته باشد؟ (آزاد ریاضی ۸۵)

۱۲(۴)

۱۳(۳)

۱۱(۲)

۱۴(۱)

مسئلہ ۵۵: معدل ۰ ادرس دانش آموزی ۱۴/۵ است. اگر نمره یک درس وی به جای ۷ عدد ۱۷ وارد شده باشد معدل واقعی او کدام است؟

۱۵(۴)

۱۴(۳)

۱۳/۵(۲)

۱۳(۱)

پاسخ:

مسئلہ ۵۶: اگر میانگین داده های $x_1 + \bar{x}, x_2 + 2\bar{x}, \dots, x_n + n\bar{x}$ باشد، میانگین داده های x_1, x_2, \dots, x_n برابر \bar{x} است؟ (آزاد تجربی ۷۹)

$$\frac{n\bar{x}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{(n+3)\bar{x}}{2} \quad (۳)$$

$$2\bar{x} \quad (۲)$$

$$\frac{(n+1)\bar{x}}{2} \quad (۱)$$

پاسخ:

مسئلہ ۵۷: اگر میانگین داده های $x_1 + 1, x_2 + 2, \dots, x_n + n$ برابر \bar{x} باشد، داده های $x_1 - 1, x_2 - 2, \dots, x_n - n$ دارای کدام میانگین هستند؟ (آزاد تجربی ۷۱)

$$2\bar{x} \quad (۴)$$

$$\bar{x} + \frac{n+1}{2} \quad (۳)$$

$$\bar{x} + \frac{n(n+1)}{2} \quad (۲)$$

$$\bar{x} + n + 1 \quad (۱)$$

پاسخ:

شاخصهای پراکندگی:

دامنه تغییرات: این شاخص برای بیان پراکندگی مناسب نیست زیرا فقط بزرگترین و کوچکترین داده در آن موثرند.

واریانس (σ^2):

از بهترین شاخصهای پراکندگی است و مقدار آن با استفاده از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

* از روی داده‌ها:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} : \text{روش اول}$$

از روی این فرمول، واریانس را برابر میانگین مجازور انحرافات از میانگین نیز می‌نامند.

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 : \text{روش دوم}$$

این فرمول در موقعی کاربرد دارد که مجموع مربعات جملات و میانگین داده شده باشد.

* از روی جدول (اگر جدول فراوانی باشد x_i داده‌ها و اگر جدول دسته‌بندی شده باشد x_i مرکز دسته است) :

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + f_n(x_n - \bar{x})^2}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i} : \text{روش اول}$$

$$\sigma^2 = \frac{f_1.x_1^2 + f_2.x_2^2 + \dots + f_n.x_n^2}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} - \bar{x}^2 = \frac{\sum f_i.x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2 : \text{روش دوم}$$

* از روی نمودار: اطلاعات نموداری را جدولی بینید و با فرمول فوق محاسبه کنید.

انحراف معیار (σ):

جزر واریانس می‌باشد، همه‌ی فرمول‌های واریانس برای انحراف معیار نیز معتبر است با این تفاوت که جذر آن‌ها مورد محاسبه قرار می‌گیرد.

ضریب تغییرات:

اگر σ انحراف معیار و \bar{x} میانگین باشد آن گاه ضریب تغییرات که با نماد CV نمایش داده می‌شود به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

به عبارت دیگر ضریب تغییرات عبارت است از میزان پراکندگی به ازای یک واحد از میانگین.

اگر ضریب تغییرات را در 100 ضرب کنیم، حاصل را درصد ضریب تغییرات می‌نامند.

از آنجایی که ضریب تغییرات باید مثبت باشد، لذا ضریب تغییرات فقط برای داده‌های مثبت تعریف می‌شود.

نکته: واحد میانگین و میانه و مد و دامنه تغییرات و انحراف معیار از همان واحد متغیر است. واحد واریانس مجازور واحد متغیر است. ضریب تغییرات واحد ندارد.

۷	۵	۳	۱	داده‌ها	?
۴	۹	۲	۱	فرارونی	

۲/۷۵ (۴) ۲/۵ (۳) ۲/۲۵ (۲) ۲ (۱)

پاسخ:

مثال ۵۸: ضریب تغییرات داده‌های ۱۱ و ۹ و ۷ و ۵ و ۳ و ۱ را بیابید.

نکته: اگر n عدد تشکیل تصاعد حسابی با قدر نسبت d دهنده آنگاه واریانس از رابطه زیر محاسبه می‌شود: $\frac{n^2 - 1}{12} \times d^2$

تسویچ ۵۹: اگر داده‌های آماری ۱۱ و ۵ و ۱۷ و ۱۶ و ۱۴ و ۱۳ و ۱۲ و ۱۱ و ۹ و ۱۵ و ۱۸ و ۱۰ و ۱۴ و ۱۳ و ۱۲ و ۱۱ و ۹ و ۱۵ و ۱۷ و ۱۶ و ۱۴ را با نمودار جعبه‌ای نشان دهیم، انحراف معیار داده‌های داخل جعبه کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۸)

- ۱/۳ (۴) ۱/۲۵ (۳) ۱/۲ (۲) ۱/۱ (۱)

تسویچ ۶۰: اگر انحراف معیار داده‌های n باشد، \bar{x} برابر x_1, x_2, \dots, x_n باشد، $\sum_{i=1}^n x_i = 160$ و $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 400$ ، $\sigma = 5$ کدام است؟

- ۴۰ (۴) ۱۶ (۳) ۱۰ (۲) ۲ (۱)

پاسخ:

تسویچ ۶۱: اگر $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 200$ و $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 20$ کدام است؟ x_1, x_2, \dots, x_n

- ۱۶ (۴) ۴ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

- تست ۴۶:** هشت داده‌ی آماری با میانگین ۱۵ و واریانس ۴ مفروض است. اگر دو داده ۱۲ و ۱۸ به آن‌ها اضافه شود، واریانس ۱۰ داده‌ی حاصل کدام است؟ (سراسری تجربی ۸۴)
- ۵ (۴) ۴/۸ (۳) ۴/۵ (۲) ۴ (۱)
- پاسخ:

- تست ۴۷:** انحراف معیار ۲۶ داده آماری برابر ۲ می‌باشد. اگر یکی از داده‌ها که با میانگین برابر است از بین آنها حذف شود، واریانس ۲۵ داده دیگر کدامست؟ (سراسری ریاضی خارج ۸۷)
- ۴/۱۶ (۴) ۴/۱۲ (۳) ۴/۰۸ (۲) ۳/۹۶ (۱)

نکته: اگر هر کدام از شاخص‌های پراکندگی (دامنه تغییرات - واریانس - انحراف معیار - ضریب تغییرات) صفر شود آنگاه

- تست ۴۸:** دامنه تغییرات داده‌های ۴ و ۱ - c و ۲b و $a^3 + ۳$ برابر صفر است؛ حاصل $a + b + c$ برابر است با:
- ۸ (۴) ۱۰ (۳) ۱۳ (۲) ۱۶ (۱)
- پاسخ:

نکته:

داده‌ها	مد	میانه	میانگین	دامنه تغییرات	واریانس	انحراف محدود	ضریب تغییرات
با k جمع شوند							
در k ضرب شوند							

- تست ۴۹:** اگر واریانس داده‌های $x_1 + ۵, \dots, x_n + ۵$ باشد، واریانس داده‌های x_1, \dots, x_n برابر ۳ برابر است با:
- ۴۸ (۴) ۵۳ (۳) ۱۷ (۲) ۱۲ (۱)
- پاسخ:

- ۶۶) اگر ضریب تغییرات داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر $2/0$ و میانگین این داده‌ها 10 باشد، واریانس داده‌های $-2x_1, -2x_2, \dots, -2x_n$ کدام است؟
- (۱) ۴ (۳) ۱۶ (۴) -۴

- ۶۷) اگر واریانس قیمت‌ها در سال گذشته 1000 ریال بوده و امسال 10 درصد به قیمت‌ها افزوده شده باشد، واریانس قیمت‌ها کدام است؟

(۱) 100 (۲) 121 (۳) 1000 (۴) 1210

- ۶۸) واریانس داده‌های $\frac{3x_n - 2}{5}, \frac{3x_2 - 2}{5}, \dots, \frac{3x_1 - 2}{5}$ برابر 8 است؛ انحراف معیار داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) 5 (۴) 10

- ۶۹) تعدادی داده آماری را 3 برابر کرده و آنها را با 2 جمع می‌کنیم، در این صورت ضریب تغییرات نصف می‌شود. میانگین کدامست؟

(۱) 2 (۲) 3 (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

- ۷۰) ضریب تغییرات تعدادی داده 6 است. اگر به تمامی داده‌ها دو برابر میانگین آنها را اضافه کنیم، آنگاه ضریب تغییرات جدید کدامست؟

(۱) 6 (۲) 9 (۳) 3 (۴) 2

مثال ۷۰: ضریب تغییرات داده‌های $51, 101, 151, 201, 251$ را بیابید.

مثال ۷۱: واریانس داده‌های جدول زیر را بیابید.

x_i	۳۲	۴۰	۵۶	۷۲
f_i	۲	۳	۱	۲

سوالات سراسری:

- ۱۰- در نمونه x_1, x_2, \dots, x_n اگر $\sum x_i^2 = 396$ و مقدار S^2 کدام است؟
 ۵/۶ (۴) ۴/۶ (۳) ۳/۶ (۲) ۲/۶ (۱)
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۶۸
- ۱۱- اگر در یک نمونه آماری انحراف معیار ثابت و میانگین نصف شود، نسبت ضرب تغییرات حاصل به ضرب تغییرات اولیه کدام است؟
 ۱/۴ (۴) ۱/۲ (۳) ۳/۲ (۲) ۲ (۱)
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۶۹ - مرحله دوم
- ۱۲- جدول مزد ۸ کارگر برحسب ریال به صورت زیر است:
 میانه مزد کارگران چقدر است?
 ۵۳۵ (۴) ۵۳۰ (۳) ۵۲۵ (۲) ۵۲۰ (۱)
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۷۰ - مرحله دوم
- ۱۳- میانگین نمرات ۱۰ داشتموز و میانگین نمرات ۲۰ داشتموز دیگر ۱۸ است میانگین نمرات این داشتموز روی هم کدام است؟
 ۱۷/۵ (۴) ۱۷ (۳) ۱۶/۵ (۲) ۱۶ (۱)
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۷۱ - مرحله دوم
- ۱۴- اگر ضرب تغییرات دادهایی برابر ۴ باشد و دادهها را دو برابر کنیم، ضرب تغییرات کدام مقدار زیر خواهد بود؟
 ۱۶ (۴) ۸ (۳) ۴ (۲) ۱ (۱)
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۷۳ - مرحله دوم
- ۱۵- در یک نمونه‌گیری آماری مجموع ۱۰ عدد داده برابر ۵ و ضرب تغییرات آنها $\frac{1}{5}$ است. مجموع مربعات این دادهها کدام است؟
 ۲۶۰ (۴) ۲۵۸ (۳) ۲۵۳ (۲) ۲۵۰ (۱)
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۷۴ - مرحله دوم
- ۱۶- در یک دسته‌بندی دادهها، مرکز سه دسته متوالی به ترتیب $8, \frac{7}{2}, \frac{7}{6}$ و تعداد دسته‌ها برابر ۱۲ است. دامنه تغییرات کدام است؟
 ۵/۶ (۴) ۷/۲ (۳) ۴/۸ (۲) ۵/۴ (۱)
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - تجربی - ۷۵ - مرحله اول و دیرستان و پیش دانشگاهی - سنجش علمی آزمون یار - ۸۰-۸۱ - متوسطه - پایه دوم - آزمون ۱
- ۱۷- ضرب تغییرات دادهای آماری $7, 6, 4, 6, 3, 4, 6, 7$ کدام است؟
 ۰/۲۸ (۴) ۰/۲۱ (۲) ۰/۱۸ (۱)
- ۱۸- دامنه تغییرات دادهای $19, 15, 19, 20, 14, 12, 7, 15$ کدام است؟
 ۴ (۳) ۱۳ (۲) ۱۲ (۱)
- ۱۹- ضرب تغییرات دادهای $14, 12, 10, 8, 10, 12, 14$ کدام است؟
 ۱۱/۵ (۴) ۵/۱۱ (۳) ۱۱/۵ (۲) ۱۱/۱ (۱)
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - تجربی - ۷۵ - مرحله دوم

- ۱- چرا استفاده از دامنه به عنوان مقیاس پراکنده‌گی توصیه نمی‌شود؟
 ۱) با ازدیاد تعداد داده‌ها فقط می‌تواند کم شود
 ۲) مقدار آن اغلب بزرگ است
 ۳) مقدار آن از یک نمونه به نمونه دیگر تغییر نمی‌کند
 ۴) در محاسبه آن فقط از دو اندازه استفاده می‌شود
- ۵- میانگین ۸ داده و میانگین ۱۲ داده دیگر برابر است. میانگین کل ۲۰ داده کدام است؟
 ۳۳/۲ (۴) ۱۰/۳ (۳) ۸/۲ (۲) ۷/۵ (۱)
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۶۲
- ۶- اگر a انحراف معیار ۷ و b و c باشد، انحراف معیار $14 + 10 + 6 + 2$ کدام است؟
 a (۱) ۲a (۲) ۲a+2 (۳) a+2 (۴)
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۶۳
- ۷- اگر انحراف معیار دادهای آماری x_1, x_2, \dots, x_n برابر ۴ باشد، انحراف معیار دادهای $2x_1 + 1, 2x_2 + 1, \dots, 2x_n + 1$ کدام است؟
 ۱۷ (۴) ۱۶ (۳) ۹ (۲) ۸ (۱)
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۶۴ - دیرستان و پیش دانشگاهی - سنجش علمی آزمون یار - ۸۰-۸۱ - متوسطه - پیش دانشگاهی - آزمون ۱۵
- ۸- میانگین ۱۰ داده آماری برابر ۵ محاسبه شده است. پس از محاسبه معلوم گردید که دو مقدار ۱۰ و ۱۲ نیز باید به داده‌ها اضافه شود میانگین جدید کدام است؟
 ۸ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۶۴
- ۹- اگر میانگین مقادیر $100, 102, 104, \dots, 101$ برابر \bar{x} و میانگین مقادیر $200, 202, 204, \dots, 201$ برابر \bar{y} باشد، آنگاه \bar{y} کدام است؟
 ۱۰۰ + \bar{x} (۴) ۲ \bar{x} (۳) ۵۰ + \bar{x} (۲) \bar{x} (۱)
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۶۵
- ۱۰- اگر $x_u = 5 - 2u$ و $S_u^2 = 1$ آنگاه S_x^2 کدام است؟
 ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۶۶
- ۱۱- میانه داده‌های آماری مقابل کدام است؟
 ۴۹/۵ (۴) ۵۸ (۳) ۳۷/۵ (۲) ۴۱ (۱)
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۶۷
- ۱۲- کدام یک از تعریف زیر تعریف صحیحی از ضرب تغییرات است؟
 ۱) جذر واریانس
 ۲) خارج قسمت انحراف معیار به میانگین
 ۳) خارج قسمت واریانس به میانگین
 ۴) فاصله بزرگترین عصر از کوچکترین عصر
 دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۶۷

-۲۸- داده‌های آماری با یک رقم اعشار با نمودار ساقه و برگ داده مدهاند. میانگین آن‌ها کدام است؟

ساقه	برگ
۸	۱۰۰ ۱۲۲ ۵۶۷
۹	۰۰۱ ۱۲۳ ۳۴۵ ۵
۱۰	۱۱۲ ۲

دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - تجربی - ۸۶

-۲۹- در داده‌های آماری با میانگین \bar{x} و انحراف معیار s اگر به هر یک از داده‌ها، مقدار \bar{x} را اضافه کنیم تا داده‌های جدید حاصل شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات در داده‌های قبلی است؟

$$2(4) \quad 1(3) \quad \frac{1}{2}(2) \quad 1(4)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - تجربی - ۸۶

-۳۰- در جدول فراوانی مقابله، میانگین به صورت $\bar{X} = 12 + 2\bar{a}$ محاسبه شده است. \bar{a} کدام است؟

X	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶
f	۲	۵	۵	۹	۳

دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۸۸

-۳۱- داده‌های جدول مقابله، داده‌های آماری پیوسته است. چند درصد داده‌ها در فاصله $[5/18 - 5/18]$ قرار دارند؟

مرکز دسته	۱۴	۱۷	۲۰	۲۳	۲۶
فراآنی تجمعی	۵	۱۳	۲۵	۳۴	۴۰

$$40(4) \quad 30(3) \quad 25(2) \quad 20(1)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - تجربی - ۸۸

-۳۲- پانزده داده‌ی آماری با واریانس ۱۲ و ده داده‌ی آماری دیگر با واریانس $7/4$ را با هم ترکیب می‌کنیم. اگر میانگین هر دو گروه یکسان باشند، انحراف معیار ۲۵ داده‌ی حاصل کدام است؟

$$3/50(4) \quad 3/20(2) \quad 3/10(1) \quad 3/25(3)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۸۹

-۳۳- در کلام پرسی، اندازه‌ی نمونه برابر اندازه‌ی جامعه است؟

$$4) \text{ با متغیر کیفی} \quad 1) \text{ نمونه‌ی تصادفی} \quad 2) \text{ دسته‌بندی} \quad 3) \text{ سر ماری}$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - تجربی - ۸۹

-۳۴- در جدول فراوانی داده‌های دسته‌بندی شده‌ی زیر، اگر به تمام داده‌ها $1/5$ واحد اضافه شود، میانگین داده‌های جدید برابر 10 می‌ود. فراوانی دسته‌ی سوم کدام است؟

حدود دسته	۱ - ۵	۵ - ۹	۹ - ۱۳	۱۳ - ۱۷
فراوانی	۴	۵	a	۳

دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - تجربی - ۸۹

-۳۵- در جدول فراوانی تجمعی داده‌های دسته‌بندی شده به کل زیر، زاویه‌ی مرکزی متناسب با فراوانی مطلق دسته‌ی وسط در نمودار دایره‌ای، درجه است. فراوانی مطلق دسته‌ی چهارم کدام است؟

حدود دسته	۱۲ - ۱۴	۱۴ - ۱۶	۱۶ - ۱۸	۱۸ - ۲۰	۲۰ - ۲۲
فراوانی تجمعی	۱۸(4)	۱۶(3)	۱۵(2)	۱۴(1)	

دیرستان و پیش دانشگاهی - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی - ۸۵

-۲۰- در داده‌های آماری x_1, x_2, \dots, x_n مقداری میانگین و واریانس به ترتیب ۵ و ۴ محاسبه شده‌اند. اگر به تمام

داده‌ها ۱ واحد اضافه کنیم درصد ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

$$33(4) \quad 27(3) \quad 20(2) \quad 40(1)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - تجربی - ۷۶

-۲۱- در جدول داده‌های مقابل، اگر درصد فراوانی دسته وسط برابر ۳۰ باشد، در این دسته وسط برابر کدام است؟

$$16(2) \quad 20(4) \quad 14(1) \quad 18(3)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - تجربی - ۷۹

-۲۲- میانگین داده‌های جدول مقابل کدام است؟

$$5/2(1)$$

$$5/5(3)$$

-۲۳- اگر میانگین داده‌های جدول مقابل برابر ۴ باشد، درصد فراوانی نسبی دسته آخر کدام است؟

$$24/12(1) \quad 27/27(2) \quad 29/50(3) \quad 28/32(4)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۸۱

-۲۴- نمره کل آزمون عمومی یک داوطلب مطابق جدول زیر ۵۸ درصد است. نمره آزمون زبان انگلیسی او چند درصد است؟

$$32(2) \quad 31(1) \quad 34(3)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۸۱

درصد	۶۵	۵۲	۷۰	؟
ضریب	۴	۲	۳	۲

دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - تجربی - ۸۱

-۲۵- در ۵۰ داده آماری مجموع تمام داده‌ها برابر ۱۰۰ و مجموع مجذورات این داده‌ها برابر ۲۷۷ می‌باشد، ضریب تغییرات کدام است؟

$$0/4(2) \quad 0/3(3) \quad 0/2(1) \quad 0/3(4)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۸۵

-۲۶- در ۶۰ داده‌ی آماری، میانگین ۳ و انحراف معیار $1/2$ محاسبه شده است. اگر به تمام داده‌ها ۹ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟

$$0/4(2) \quad 0/3(3) \quad 0/2(1) \quad 0/1(0)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۸۵

-۲۷- اگر ۲۰ داده‌ی آماری را دو برابر کرده و سپس ۷ واحد از هر کدام کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌ای جدید، $1/5$ برابر ضریب تغییرات داده‌ای قابلی می‌ود. مجموع داده‌ای قابلی کدام است؟

$$420(4) \quad 350(3) \quad 280(2) \quad 210(1)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - سراسری - ریاضی - ۸۶

سوالات آزاد:

- | |
|---|
| <p>۴۵- اگر میانگین یک دسته داده آماری $\bar{x} = 12$ باشد، ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟</p> <p>(۱) 0.001
 (۲) 0.012
 (۳) 0.12
 (۴) 1.2</p> <p>دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - ریاضی - ۶۵</p> |
| <p>۴۶- واریانس یک نمونه از داده‌های $7, 5, 3, 2, 1, 0$ کدام است؟</p> <p>(۱) $\sqrt{12}$
 (۲) $\sqrt{\frac{34}{6}}$
 (۳) $\frac{12}{6}$
 (۴) $\frac{34}{6}$</p> <p>دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - ریاضی - ۶۶</p> |
| <p>۴۷- انحراف معیار 11 داده آماری 10 است. اگر هر داده را 3 برابر کرده با 2 جمع کنیم، انحراف معیار جدید کدام است؟</p> <p>(۱) 10
 (۲) 30
 (۳) 32
 (۴) 28</p> <p>دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - ریاضی - ۶۷</p> |
| <p>۴۸- میانگین 8 عدد برابر 12 است. اعداد 20 و 14 را به آنها اضافه می‌کنیم. میانگین جدید کدام است؟</p> <p>(۱) 13
 (۲) 14
 (۳) 16
 (۴) 26</p> <p>دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - ریاضی - ۷۰</p> |
| <p>۴۹- انحراف معیار نمرات کلاسی 3 است. اگر به هر نفر 3 نمره اضافه کنیم انحراف معیار نمرات کدام خواهد بود؟</p> <p>(۱) 3
 (۲) 7
 (۳) 4
 (۴) $3/5$</p> <p>دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - تجربی - ۷۵</p> |
| <p>۵۰- اگر واریانس داده‌های 7 و x_3 و x_2 باشد آنگاه میانگین این داده‌ها برابر است با:</p> <p>(۱) 7
 (۲) 14
 (۳) 28
 (۴) معلوم نیست</p> <p>دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - تجربی - ۷۵</p> |
| <p>۵۱- دو گروه از داده‌های x_n, \dots, x_2, x_1 و x_n, \dots, x_{n-1}, x_n را در دو نمودار دایره‌ای جداگانه ترسیم کردایم. کدام گزینه درست است؟</p> <p>(۱) زاویه‌های نمودار اول دو برابر زاویه‌های نمودار دوم است
 (۲) زاویه‌های نمودار اول نصف زاویه‌های نمودار دوم است
 (۳) هر دو نمودار یکسان است
 (۴) هیچکدام</p> <p>دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - تجربی - ۷۷</p> |
| <p>۵۲- اگر میانگین داده‌های x_m, \dots, x_2, x_1 برابر $2a$ باشد میانگین داده‌های $2x_1 - 2a, 2x_2 - 2a, \dots, 2x_m - 2a$ کدام است؟</p> <p>(۱) 0
 (۲) $2a$
 (۳) a
 (۴) $4a$</p> <p>دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - تجربی - ۷۸</p> |
| <p>۵۳- میانگین داده‌های a و 4 و 3 و 2 برابر 2 است میانگین داده‌ای $(100 + 5a)$ و 4 و 3 و 2 چقدر است؟</p> <p>(۱) 18
 (۲) 20
 (۳) 19
 (۴) 22</p> <p>دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - تجربی - ۸۰</p> |
| <p>۵۴- میانگین داده‌های -5 و -4 و -3 و -2 و -1 و داده‌ای a و 98 و 97 و 96 و 95 برابرند. a کدام است؟</p> <p>(۱) 100
 (۲) -401
 (۳) -399
 (۴) -101</p> <p>دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - تجربی - ۸۰</p> |

۳۶- در n داده‌ی آماری x_1, x_2, \dots, x_n ضریب تغییرات برابر $\frac{1}{n}$ محاسبه شده است. میانگین داده‌های

۶۴- اگر میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_{20} با a میانگین داده‌های $100, x_2, \dots, x_{20}$ کدام است؟

$$\frac{205}{20} (4)$$

$$\frac{200}{21} (3)$$

$$\frac{205}{21} (2)$$

$$6(1)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - تجربی - آزاد - ریاضی - ۸۷ - عصر

۶۵- واریانس داده‌های $a + 1, a + 3, a + 2, a + 1, a + 2$ است؟

$$\frac{32}{5} (4)$$

$$\frac{32}{3} (3)$$

$$\frac{16}{5} (2)$$

$$\frac{16}{3} (1)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - ریاضی - ۸۷ - صبح

۶۶- اگر در چهار داده x_1, x_2, x_3, x_4 میانگین ۵ و دا به باشیم چه قدر است؟

$$\frac{1}{4} (4)$$

$$4(3)$$

$$2(2)$$

$$8(1)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - ریاضی - ۸۸ - صبح

۶۷- اگر میانگین و واریانس داده‌های $a + 4, a + 2, a + 2, a + 1, a + 2$ برابر باشند، واریانس داده‌های $a + 2a, 2a + 4a, 2a + 5a$ کدام است؟

$$8(4)$$

$$4(3)$$

$$2(2)$$

$$1(1)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - ریاضی - ۸۸ - عصر

۶۸- واریانس داده‌های $1, 1, 1, 2, 3, 4, \dots, 99, 100$ چند برابر واریانس داده‌های $2, 3, 4, \dots, 99, 100$ است؟

$$9(4)$$

$$1(3)$$

$$3(2)$$

$$\frac{1}{3}(1)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - ریاضی - ۸۹ - عصر

۶۹- میانگین داده‌های $1, 1, 1, 2, 3, 4, \dots, 99, 100$ چه قدر از میانگین داده‌های $1, 2, 3, \dots, 99, 100$ کم تر است؟ (در اولی دوبار، یک و در دومی دوبار، صد تکرار مده.)

$$\frac{99}{202} (4)$$

$$1(3)$$

$$\frac{99}{100} (2)$$

$$\frac{99}{111} (1)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - ریاضی - ۸۹ - صبح

۷۰- میانگین داده‌های $n + 1, n + 2, \dots, n + n$ کدام است؟

$$n + 7 (4)$$

$$n + 6/5 (3)$$

$$6/5 (2)$$

$$7(1)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - کنکورهای خارج از کشور - آزاد - ریاضی - ۸۶

۷۱- واریانس داده‌های $2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2$ کدام است؟

$$4(4)$$

$$2(3)$$

$$\sqrt{2} (2)$$

$$1(1)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - کنکورهای خارج از کشور - آزاد - ریاضی - ۸۶

۷۲- واریانس داده‌های $2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2$ چند برابر واریانس داده‌های $6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6$ است؟

$$\frac{1}{6} (4)$$

$$1(3)$$

$$\frac{5}{6} (2)$$

$$\frac{1}{2} (1)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - کنکورهای خارج از کشور - آزاد - ریاضی - ۸۷

۷۳- اگر واریانس داده‌های d, c, b, a و $b = c = d = 0$ باشد، میانگین داده‌های $3, 5, 4, 3, 6, 5, 4, 3, 6, 5, 4, 3, 6, 5, 4, 3, 6, 5, 4, 3$ کدام است؟

$$a + 2 (4)$$

$$20 (3)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - تجربی - ۸۲ - پژوهشی

۷۴- به داده‌های $8, 6, 7, 6, 7$ کدام عدد را اضافه کنیم تا میانگین داده‌های حاصل یک واحد اضافه گردد؟

$$10 (4)$$

$$9(2)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - تجربی - ۸۳ - غیرپژوهشی

۷۵- در کدام گزینه واریانس داده‌ها عدد بزرگتر است؟

$$999 - 999 - 1001 - 1001 (2)$$

$$95 - 95 - 105 - 105 (4)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - ریاضی - ۸۵ - گروه ب

۷۶- اگر میانگین داده‌های $x_n, x_2, x_3, \dots, x_1$ باشد، میانگین داده‌های $2x_n + 2n - 1, 2x_2 + 2, \dots, 2x_1 + 1$ کدام است؟

$$2\bar{x} + n - 1 (4)$$

$$2\bar{x} + n + 1 (3)$$

$$3\bar{x} + n (2)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - ریاضی - ۸۵ - گروه الف

۷۷- اگر میانگین داده‌های x_5, x_6, \dots, x_1 برابر ۵ و واریانس برابر ۱ باشد، حاصل $5^2 + x_2^2 + \dots + x_1^2$ کدام است؟

$$125 (2)$$

$$130 (3)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - ریاضی - ۸۵ - گروه الف

۷۸- میانگین داده‌های $a, a + 1, a + 2, a + 3, a + 4$ از میانگین داده‌های $2a + 3, 2a + 5, 2a + 7, 2a + 9, 2a + 11$ چقدر کمتر است؟

$$2a + 10 (2)$$

$$2a + 5 (3)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - تجربی - ۸۵ - پژوهشی

۷۹- اگر میانگین داده‌های $a, a, a, a, a + 1$ باشد، میانگین داده‌های $a + 1, a + 2, a + 3, a + 4$ کدام است؟

$$\frac{3a}{5} (4)$$

$$\frac{7}{5} (3)$$

$$\frac{9}{2} (2)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - ریاضی - ۸۶ - عصر

۸۰- اگر میانگین داده‌های x_4, x_3, x_2, x_1 باشد میانگین داده‌های $x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4$ و $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ کدام است؟

$$2\bar{x} + 1 (4)$$

$$2\bar{x} (3)$$

$$\bar{x} (2)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - ریاضی - ۸۶ - صبح

۸۱- اگر واریانس داده‌های x_5, x_4, x_3, x_2, x_1 باشد واریانس داده‌های $x_5 + 2, x_4 + 3, x_3 + 4, x_2 + 5, x_1 + 6$ چقدر است؟

$$4 (4)$$

$$2 (3)$$

دیرستان و پیش دانشگاهی - آزاد - ریاضی - ۸۶ - صبح

پاسخ تشریحی:

۱۱- می‌دایم ضریب تغییرات برابر است با خارج قسمت احروف معیار بر میانگین پس داریم:

$$V_1 = \frac{S}{X}$$

$$\text{ضریب تغییرات حاصل} = \frac{S}{\bar{X}}$$

$$\text{در نتیجه } V_2 = \frac{S}{\bar{X}} \text{ می‌باشد و لذا گزینه ۱ صحیح است.}$$

۴۵۰ ، ۵۱۰ ، ۵۲۰ ، ۵۳۵ ، ۵۴۰ ، ۵۵۰ ، ۶۰۰

$$\frac{525 + 535}{2} = 530$$

۱۲- ابتدا داده‌ها را بصورت صعودی مرتب می‌کنیم

چون تعداد زوج است پس میانه برابر است با صفحه مجموع دو عدد وسطی یعنی
یعنی گزینه ۳ صحیح است.

۱۳- با توجه به فرمول ارائه شده در جزو داریم:

$$\frac{(10 \times 15) + (20 \times 18)}{(10 + 20)} = 17$$

پس گزینه ۳ صحیح است.

۱۴- ضریب تغییرات برابر با سمت احروف معیار بر میانگین می‌باشد. اگر داده‌ها را دو برابر کنیم، میانگین و احروف معیار بیز دو برابر می‌شوند. پس ضریب تغییرات تغییری نمیکند و ضریب تغییرات جدید همان ۴ است.
بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۱۵- رابطه ضریب تغییرات و واریاس بصورت $\frac{\delta}{X} = cv$ می‌باشد. با توجه به تعریف میانگین:

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i}{n} = \frac{50}{10} = 5 \Rightarrow \delta = cv \cdot \bar{x} = \frac{1}{5} \times 5 = 1$$

با توجه به تعریف واریاس:

$$\delta^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \Rightarrow 1 = \frac{\sum x_i^2}{10} - 5^2 \Rightarrow \sum x_i^2 = 260$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

۱۶- می‌دانیم $\frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد دسته‌ها}} = \text{طول دسته‌ها}$. در این سوال طول دسته برابر با فاصله دو مرکز متوازی می‌باشد، پس:

$$\frac{\text{دامنه}}{12} = \frac{7/2 - 6/8}{12} = \frac{0/4}{12} \Rightarrow \frac{0/4}{12} = \frac{4/8}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

پاسخ تشریحی:

۱- تفاوت بین بزرگترین و کوچکترین مقدار داده‌ها را دامنه تغییرات می‌نامند. چون در محاسبه دامنه تغییرات، فقط از دو مقدار بزرگترین و کوچکترین داده استفاده می‌شود و توجهی به دیگر داده‌ها نمی‌شود، لذا استفاده از دامنه به عنوان مقیاس پراکنده‌گی توصیه نمی‌شود. بنابراین گزینه ۴ صحیح است..

۲- مجموع ۸ عدد با میانگین ۵ برابر ۴۰ و مجموع ۱۲ عدد با میانگین ۱۰ برابر ۱۲۰ میباشد. پس مجموع کل برابر ۱۶۰ و تعداد کل برابر ۲۰ است پس میانگین کل برابر است با: ۸
بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۳- همه داده‌ها دو برابر شده اند پس احروف معیار نیز دو برابر میشود و حاصل برابر ۲۸ بوده و گزینه ۲ صحیح می‌باشد.
۴- گزینه ۱ صحیح است.

با دو برابر شدن داده‌ها حاصل احروف معیار نیز دو برابر میشود و با اضافه شدن عدد ۱ به داده‌ها حاصل احروف
معیار تغییر نمیکند.

۵- گزینه ۲ صحیح است.
مجموع این ۱۰ داده برابر ۵۰ میباشد. با اضافه شدن اعداد ۱۰ و ۱۲ حاصل جمع این اعداد برابر ۷۲ شده و تعداد آنها ۱۲
تا میباشد پس میانگین آنها برابر ۶ میشود.

۶- همه اعدا با ۱۰۰ جمع شده اند پس میانگین هم با ۱۰۰ جمع میشود. جواب گزینه ۴ میباشد.
۷- گزینه ۴ جواب صحیح است.
همه داده‌ها در ۲ ضرب شده و با ۵ جمع شده اند که در این صورت واریاس باید در ۴ ضرب شود.

۸- برای یافتن میانه داده‌ها را بصورت صعودی مرتب می‌ماییم و داده وسطی اگر منحصر به فرد باشد خوش میانه است
در غیر این صورت از دو داده وسط میانگین می‌گیریم.
 $\frac{35 + 40}{2} = 37.5$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۹- ضریب تغییرات، طبق تعریف برابر است با خارج قسمت احروف معیار به میانگین $(V = \frac{\delta}{X})$. پس گزینه ۲ صحیح
است.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{60}{10} = 6$$

$$\Rightarrow S^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{396}{10} - 6^2 = 3.6$$

و لذا گزینه ۲ صحیح است.

-۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. x_i نشان دسته برابر با میانگین ابتدا و انتهای دسته است.

حدود دسته	x_i	f_i	$f_i x_i$	$\sum f_i x_i = 46 + 7x$, $n = \sum f_i = 16 + x$
۰ - ۲	۱	۵	۵	
۲ - ۴	۳	۷	۲۱	
۴ - ۶	۵	۴	۲۰	
۶ - ۸	۷	x	$7x$	

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{46 + 7x}{16 + x} = 4 \Rightarrow x = 6$$

$$\bar{f}_i = \frac{f_i}{n} \Rightarrow \bar{f}_4 = \frac{x}{16 + x} = \frac{6}{22} = \frac{3}{11} = 0.2727 = 27/27\%$$

-۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

x_i	f_i	$f_i x_i$	$\sum f_i x_i = 574 + 2x$, $n = \sum f_i = 11$
۶۵	۴	۲۶۰	
۵۲	۲	۱۰۴	
۷۰	۳	۲۱۰	
x	۲	$2x$	

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{n} \Rightarrow 58 = \frac{574 + 2x}{11} \Rightarrow x = 32$$

-۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \sum x_i &= 100 \\ \sum x_i^2 &= 272 \Rightarrow \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{100}{50} = 2 \\ n &= 50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{50} \times 272 - \left(\frac{100}{50}\right)^2 = \frac{272}{50} - 4 = \frac{36}{25} \\ \sigma &= \frac{6}{5} \Rightarrow C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{6}{2} = 0.6 \end{aligned}$$

-۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. CV = $\frac{1/2}{3+9} = \frac{1/2}{12} = \frac{1}{12}$ جدید

توجه: اگر داده‌های آماری را با k جمع کنیم، میانگین جدید با k جمع می‌شود ولی انحراف معیار تغییر نمی‌کند.

-۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ضریب تغییرات جدید CV_2 ضریب تغییرات قبلی CV_1

$CV_1 = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ $CV_2 = \frac{2\sigma}{2\bar{x} - \bar{v}}$ اگر میانگین داده‌های اصلی \bar{x} و انحراف معیار σ باشد، آنگاه:

$$CV_2 = 1/5 CV_1 \Rightarrow \frac{2\sigma}{2\bar{x} - \bar{v}} = \frac{2}{2} \times \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow \bar{x} = 10/5$$

$$\frac{\sum x_i}{N} = \bar{x} \Rightarrow \sum x_i = N \times \bar{x} = 20 \times 10/5 = 210$$

$$\text{میانگین} = \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{۳+۴+۴+۶+۶+۷}{۶} = ۵$$

$$\text{انحراف معیار} = \delta = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{۴+۱+۱+۱+۱+۴}{۶}} = \sqrt{۲} \approx 1/4$$

$$\text{ضریب تغییرات} = C.V = \frac{1/4}{5} = 0.28$$

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

-۱۸- دامنه تغییرات برابر با تفاضل بزرگترین مقدار داده از کوچکترین مقدار آن است، پس دامنه تغییرات برابر با $R = 20 - 7 = 13$ می‌باشد. لذا گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= \frac{۸+۱۰+۱۲+۱۴}{۴} = 11 \\ \delta^2 &= \frac{(۸-11)^2 + (10-11)^2 + (12-11)^2 + (14-11)^2}{۴} = 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow C.V = \frac{\delta}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{11}$$

پس گزینه ۱ صحیح است.

-۲۰- اگر به داده‌ها مقدار ثابتی اضافه شود میانگین به همان مقدار اضافه می‌شود اما انحراف از معیار تغییر نمی‌کند. پس داریم :

$$\bar{x}_2 = \bar{x}_1 + 1 = 5 + 1 = 6, \delta_2^2 = \delta_1^2 = 4 \Rightarrow \delta_2 = 2$$

$$V_2 = \frac{\delta_2}{\bar{x}_2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = \%33$$

پس گزینه ۴ صحیح است.

$$n = \sum f_i = 42 + x$$

$$\begin{aligned} \text{دسته} &: i = 3 \Rightarrow f_3 = x \Rightarrow \bar{f}_3 = 30\% = 0.3, \bar{f}_4 = \frac{f_4}{n} \Rightarrow 0.3 = \frac{x}{42+x} \Rightarrow \\ 12/6 + 0.3x &= x \Rightarrow 0.7x = 12/6 \Rightarrow x = 18 \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۳ جواب درست است.

میانگین ابتدا و انتهای دسته x_i نشان دسته $n = \sum f_i = 10$ تعداد داده‌ها

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{56}{10} = 5.6$$

دسته	x_i	f_i	$f_i x_i$
۲ - ۴	۳	۲	۶
۴ - ۶	۵	۴	۲۰
۶ - ۸	۷	۳	۲۱
۸ - ۱۰	۹	۱	۹

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

-۳۵- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{8 \times 8 + 2/3 + 8 \times 9 + 2/3 + 4 \times 10 + 0/6}{20} = \frac{181/2}{20} = 9.05$$

-۳۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. چون به داده‌ها \bar{x} اضافه می‌شود، پس برمی‌گین نیز \bar{x} اضافه می‌شود یعنی میانگین جدید $\bar{x} + \bar{x} = 2\bar{x}$ خواهد بود و انحراف معیار تغییر نمی‌کند.

$$\frac{CV_2}{CV_1} = \frac{\frac{\sigma}{\bar{x}}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}} = \frac{1}{2}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{300}{24} = 12.5 = 12 + 2a \Rightarrow a = \frac{1}{4} = 0.25$$

-۳۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

فراوانی دسته‌ی سوم:

$$f_3 = 25 - 13 = 12$$

لازم به توضیح است که مرکز دسته [۲۱/۵ - ۲۰/۵] است.

-۳۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$S_1^2 : \text{جامعه اول} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N_1} \Rightarrow 12 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{15} \Rightarrow \sum_{i=1}^{12} (x_i - \bar{x})^2 = 180$$

$$S_2^2 : \text{جامعه دوم} = \frac{\sum (y_i - \bar{x})^2}{N_2} \Rightarrow 76 = \frac{\sum (y_i - \bar{x})^2}{10} \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{x})^2 = 760$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 = 256$$

$$\Rightarrow S_3^2 = \frac{256}{25} \Rightarrow S_3 = \sqrt{\frac{256}{25}} = \frac{16}{5} = 3.2$$

-۳۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

-۴۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اگر به داده‌ها k واحد اضافه کنیم، به میانگین هم k واحد اضافه می‌شود پس میانگین اولیه برابر $7/5$ بوده است:

x_i	۳	۷	۱۱	۱۵
F_i	۴	۵	a	۳
$F_i x_i$	۱۲	۳۵	۱۱a	۴۵

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} \Rightarrow \frac{92 + 11a}{12 + a} \\ &\Rightarrow 102 + 8/5a = 92 + 11a \Rightarrow 2/5a = 10 \Rightarrow a = 4 \end{aligned}$$

-۳۵- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. فراوانی مطلق دسته‌ی وسط (سوم) برابر با تفاضل فراوانی‌های تجمعی دسته‌های دوم و سوم می‌باشد، پس داریم:

$$\text{حال از آنجا که تعداد اعضای جامعه برابر با } N = 60 \text{ می‌باشد، از رابطه‌ی محاسبه‌ی زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی سوم } \alpha_3 = \frac{f_3}{N} \times 360^\circ \rightarrow \alpha_3 = \frac{17}{60} \times 360^\circ \rightarrow 90^\circ = \left(\frac{X - 17}{60} \right) \times 360^\circ \text{ استفاده می‌کنیم.}$$

$$\frac{X - 17}{60} = \frac{1}{4} \rightarrow X = 32$$

$$f_4 = F_4 - F_3 \rightarrow f_4 = 48 - 32 \rightarrow f_4 = 16$$

-۳۶- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.
به همه داده‌ها X اضافه شده است/پس انحراف معیار ثابت و میانگین با \bar{x} جمع شده و حاصل آن $2\bar{x}$ می‌شود. پس ضریب تغییرات طبق فرمول $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ نصف می‌شود و حاصل برابر 0.5 می‌شود.

-۳۷- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر فرض کنیم $12 = y_i - x_i$ آن‌گاه $\bar{y} = \bar{x}$ و $\sigma_y = \sigma_x$ پس با محاسبه‌ی

$$\bar{y} = \frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i} = \frac{1(-3) + 3(-2) + 1(-1) + 3(0) + 6(1) + 2(2)}{1 + 3 + 1 + 3 + 6 + 2} = \frac{+}{16} = \frac{+}{16} \rightarrow \bar{x} = \bar{y} = 12$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum f_i (y_i - \bar{y})^2}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{1(-3)^2 + 3(-2)^2 + 1(-1)^2 + 3(0)^2 + 6(1)^2 + 2(2)^2}{16}} = \sqrt{\frac{100}{16}} = 5$$

$$\sqrt{\frac{100}{16}} = \frac{10}{4} \rightarrow \sigma_x = \sigma_y = \frac{5}{2}$$

$$C.V = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = \frac{\frac{5}{2}}{12} = \frac{1}{2.4}$$

-۳۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر از همه داده‌ها ۲۲ واحد کم کنیم ($y_i = x_i - 22$)، آن‌گاه از تمام مرکز دسته‌ها ۲۲ واحد کم می‌شود و از میانگین هم همین‌طور:

$$\bar{y} = \frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i} \rightarrow (22 + 3a) - 22 = \frac{2(-6) + 4(-3) + 6(0) + 3(3) + 5(6)}{2 + 4 + 6 + 3 + 5} \rightarrow$$

$$\rightarrow 3a = \frac{15}{20} \rightarrow a = \frac{1}{4} = 0.25$$

-۳۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.
میانگین هم همین‌طور تغییر می‌کند یعنی ۱۲ واحد کم شده و در ۳ ضرب می‌شود که حاصل ۱۳۵ است.

$$CV = \frac{S}{x} \Rightarrow CV = \frac{0/12}{12} = 0/01$$

-۴۵

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ درست است.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{0+1+2+3+5+7}{6} = 3 \Rightarrow S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{9+4+1+0+4+16}{6} = 34$$

-۴۶

بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ صحیح است.

-۴۷- جمع کردن داده‌ها با ۲ در احراف معیار بی تاثیر است و با ضرب شدن داده‌ها در ۳ انحراف معیار نیز در ۳ ضرب شده و حاصل برابر 3^0 می‌شود.

بنابراین گزینهٔ ۱ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x}_1 = 12 \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^8 x_i}{8} = 12 \Rightarrow \sum_{i=1}^8 x_i = 8 \times 12 = 96$$

-۴۸

با اضافه کردن دو عدد ۲۰ و ۱۴، تعداد اعداد به ۱۰ عدد می‌رسد، پس:

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = \frac{\sum_{i=1}^8 x_i + x_9 + x_{10}}{10} = \frac{96 + 20 + 14}{10} = \frac{130}{10} = 13$$

-۴۹

بنابراین گزینهٔ ۱ پاسخ صحیح است.

-۵۰- می‌دانیم اگر به داده‌های آماری عددی اضافه یا کم شود، انحراف معیار و واریانس تغییر نمی‌کند، بنابراین احراف معیار ۳ باقی می‌ماند. لذا گزینهٔ ۱ پاسخ صحیح است.

$$x_1 = x_2 = x_3 = 7 \Rightarrow \bar{x} = \frac{7+7+7+7}{4} = 7$$

-۵۰

بنابراین گزینهٔ ۱ پاسخ صحیح است.

* اگر داده‌ها با هم مساوی باشند، واریانس، صفر و میانگین، برابر یکی از داده‌ها است.

-۵۱- در جزو گفته‌یم که اگر فراوانی تمام داده‌ها را k برابر کنیم آنگاه زوایای نمودار دایره‌ای تغییری نمی‌کند.

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ صحیح است.

-۵۲- همه داده‌ها در ۲ ضرب شده و سپس از آنها $2a$ کم شده است. پس میانگین نیز باید اینگونه شود پس:

پس گزینهٔ ۴ پاسخ صحیح است.

$$\bar{X}_1 = \frac{2+3+4+4+a}{5} = 2 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow \bar{X}_2 = \frac{2+3+4+4+82}{5} = \frac{95}{5} = 19$$

-۵۳

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ صحیح است.

-۴۰- گزینهٔ ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ۱۲ داده را مرتب می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccccccc} 12, & 14, & 14, & 15, & 16, & 18, & 20, \\ \downarrow & & & \downarrow & & \downarrow & \\ Q_1 = \frac{14+15}{2} = 14\frac{1}{2} & (میانه) & Q_2 = \frac{18+20}{2} = 19 & Q_3 = \frac{21+24}{2} = 22\frac{1}{2} \end{array}$$

میانهٔ ۱۲ داده جایی است که ۶ داده در طرفین آن قرار دارد، یعنی وسط (میانگین) داده‌های ششم و هفتم. حال

چارک اول باید ۶ داده اول را به دو قسمت مساوی پخش کند بهطوری که ۳ داده در هر طرفش باشد، یعنی چارک اول باید وسط (میانگین) داده‌های سوم و چهارم باشد که در نتیجه $Q_1 = \frac{14+15}{2} = 14\frac{1}{2}$.

سوم باید ۶ داده‌ی آخر را به دو قسمت مساوی پخش کند بهطوری که ۳ داده در هر طرفش باشد، یعنی چارک سوم باید وسط (میانگین) داده‌های نهم و دهم باشد که در نتیجه $Q_3 = \frac{21+24}{2} = 22\frac{1}{2}$.

حال باید میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول ($14\frac{1}{2}$) و کوچک‌تر از چارک سوم ($22\frac{1}{2}$) را به دست آوریم. داریم:

$$\frac{15+16+18+20+20+21}{6} = \frac{110}{6} = \frac{55}{3} = 18\frac{1}{3}$$

-۴۱- گزینهٔ ۳ پاسخ صحیح است. کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده‌های آماری $17\frac{1}{2}$ و $22\frac{1}{2}$ هستند. اگر کران پایین دستهٔ

دوم $17\frac{1}{2}$ باشد، طول هر دسته برابر با $\frac{17\frac{1}{2}-17\frac{1}{2}}{6} = 0\frac{1}{6}$ است (چون $17\frac{1}{2}$ و $17\frac{1}{2}$ به ترتیب کران پایین دستهٔ اول و دوم می‌باشند). حال برای تعیین مرکز دستهٔ آخر، کافی است از کران بالای دستهٔ آخر (یعنی $22\frac{1}{2}$)، صفح طول

دسته را کم کنیم:

$$0\frac{1}{6} - 22\frac{1}{2} = 22\frac{1}{3}$$

-۴۲- گزینهٔ ۲ پاسخ صحیح است. میانگین این ۴۰ داده‌ی آماری برابر $\bar{x} = \frac{100}{40} = 2\frac{1}{2}$ است. حال با توجه به فرمول زیر،

انحراف معیار این ۴۰ داده‌ی آماری را می‌باشیم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{340}{40} - (2\frac{1}{2})^2} = \sqrt{\frac{8/5}{4/25}} = \sqrt{2/25} = 1/5$$

-۴۳- گزینهٔ ۲ پاسخ صحیح است. واضح است که گروه خونی، کمیت نیست بلکه یک متغیر کیفی است. ضمناً ترتیبی در گروه‌های خونی وجود دارد، بلکه اسمی است.

-۴۴- گزینهٔ ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا میانگین داده‌ها را محاسبه می‌کنیم. باید توجه داشته باشیم که i ها در اینجا همان مرکز دسته‌ها می‌باشند. داریم:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2(1)+7(3)+3(5)+5(7)+3(9)}{2+7+3+5+3} = \frac{100}{20} = 5$$

حال به محاسبه واریانس داده‌ها می‌پردازیم:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i} = \frac{2(1-5)^2 + 7(3-5)^2 + 3(5-5)^2 + 5(7-5)^2 + 3(9-5)^2}{20} = \frac{128}{20} = 6\frac{4}{5}$$

-**تعریف:** میانگین داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x}_1 = \bar{x}_2 \Rightarrow \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\frac{-(1+2+3+4+5)}{\cancel{5}} = \frac{95+96+97+98+99}{\cancel{5}} \Rightarrow a = -401$$

بنابراین **گزینه ۲** پاسخ صحیح است.

-**گزینه ۴** پاسخ صحیح است.

$$\text{داده ها با هم برابرند} \Rightarrow a = b = c = d = 3$$

$$\bar{x} = \frac{(a+2)+(b+3)+(c+4)+(d+5)+9}{5} = \frac{5+6+7+8+9}{5} = 7$$

-**گزینه ۴** پاسخ صحیح است.

$$3+6+7+8=24$$

$$\frac{24}{4} + 1 = \frac{24+x}{5} \rightarrow 25 = 24 + x \rightarrow x = 11$$

-**گزینه ۲** پاسخ صحیح است.

-**گزینه ۴** پاسخ صحیح است.

$$\bar{x}_1 = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{(x_1 + 1) + \dots + (x_n + (2n-1))}{n} = \frac{(x_1 + \dots + x_n) + \underbrace{(1+3+\dots+(2n-1))}_{n}}{n} = 2\bar{x}_1 + n$$

-**گزینه ۳** پاسخ صحیح است.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum (x_i - \bar{x})^2 : \text{میانگین داریم}$$

$$\begin{cases} \bar{x} = 5 \\ \sigma^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow 1 = \frac{1}{5} \sum x_i^2 - (5)^2 \Rightarrow \sum x_i^2 = 130$$

$$\bar{x} = \frac{a + (a+1) + (a+2) + (a+3) + (a+4)}{5} = a + 2$$

-**گزینه ۴** پاسخ صحیح است.

$$\bar{y} = \frac{(2a+3) + (2a+5) + \dots}{5} = 2a + 7$$

$$\bar{y} - \bar{x} = a + 5$$

$$\bar{x} = \frac{5a+1}{5} = \frac{3a}{2} \Rightarrow 10a + 2 = 15a \Rightarrow a = \frac{2}{5}$$

-**گزینه ۱** پاسخ صحیح است.

چون داده‌های جدید جملات متواالی تصاعد عددی‌اند پس داده وسط میانگین است.

$$\bar{y} = a + 2 = \frac{2}{5} + \frac{15}{5} = \frac{12}{5}$$

-**گزینه ۳** پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4\bar{x}$$

$$\Rightarrow \bar{y} = \frac{(2x_1 + x_2) + (2x_2 + x_3) + \dots + (2x_4 + x_1)}{4} = \frac{3 \times 4\bar{x}}{4} = 3\bar{x}$$

-**گزینه ۳** پاسخ صحیح است. چون واریانس صفر است پس داده‌ها با هم برابرند.

$$\bar{y} = \frac{x_1 + (x_1 + 1) + (x_1 + 2) + (x_1 + 3) + (x_1 + 4)}{5} = x_1 + 2$$

$$\delta^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{5} = \frac{4+1+0+1+4}{5} = 2$$

-**گزینه ۳** پاسخ صحیح است.

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 5 : \sum_{i=1}^{20} x_i = 100$$

$$\Rightarrow (x_1 + x_2 + \dots + x_{20}) + 100 = \sum_{i=1}^{20} x_i + 100 = 200 \Rightarrow \bar{x} = \frac{200}{21}$$

-**گزینه ۱** پاسخ صحیح است.

یادآوری: اگر a_1, a_2, \dots, a_n تصاعد حسابی با قدر نسبت d باشد واریانس داده‌ها برابر است با:

$$S^2 = d^2 \times \frac{n^2 - 1}{12}$$

$$\begin{array}{l} \text{جامعه اول} \\ \left\{ \begin{array}{l} S_1^2 = 4^2 \times \frac{3^2 - 1}{12} = \frac{32}{3} \\ S_2^2 = 1^2 \times \frac{5^2 - 1}{12} = 2 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{16}{3} \end{array}$$

-**گزینه ۲** پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = 5 \quad \text{و} \quad \delta^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 \Rightarrow \delta^2 = \frac{108}{4} - 25 = 2$$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{6 \times 2 + 2 \times 6}{8} = 3$$

۷۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. برای داده‌های ۶, ۶, ۶, ۶, ۶, ۶ داریم:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i} = \frac{6(2-3)^2 + 2(6-3)^2}{8} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i} = \frac{6 \times 6 + 2 \times 2}{8} = 5$$

و برای داده‌های ۶, ۶, ۶, ۶, ۶, ۶ داریم:

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} = 1$$

بنابراین:

۶۷- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. داده‌ها جملات متولی تصادع حسابی اند پس:

$$\sigma^2 = \frac{d^2}{12}(N^2 - 1) = \frac{4}{12}(16 - 1) = 5 = \bar{x}, \quad \bar{x} = \frac{4a + 2 + 4 + 6}{4} = 5 \Rightarrow a = 2$$

$$\text{با ز هم تصادع حسابی } 2, 4, 6, 8, 10 \text{ داده های جدید } \sigma^2 = \frac{4}{12}(25 - 1) = 8$$

۶۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. واریانس داده‌های ۱, ۱, ۲, ۳, ۳, ۳ را δ^2 می‌نامیم.

$$\bar{x}_1 = \frac{3 \times 1 + 2 + 3}{5} = \frac{8}{5} \Rightarrow \delta_1^2 = \frac{3\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2}{5} = \frac{16}{25}$$

واریانس داده‌های ۱, ۲, ۳, ۳, ۳ را δ^2 می‌نامیم.

$$\bar{x}_2 = \frac{1 + 2 + 3 \times 3}{5} = \frac{12}{5} \Rightarrow \delta_2^2 = \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + 3\left(\frac{3}{5}\right)^2}{5} = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{\delta_1^2}{\delta_2^2} = 1$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad \text{واریانس} \delta^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

توجه:

$$1 + 2 + \dots + 100 = \frac{100(100 + 1)}{2} = 5050$$

$$\begin{cases} \bar{x}_1 = \frac{5050 + 1}{101} = \frac{5051}{101} \\ \bar{x}_2 = \frac{5050 + 100}{101} = \frac{5150}{101} \end{cases} \Rightarrow \bar{x}_2 - \bar{x}_1 = \frac{99}{101}$$

۶۹- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

۷۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{\overbrace{13n + (1+2+\dots+13)}^{13 \times 14}}{13} = \frac{13n + 13 \times 7}{13} = n + 7$$

۷۱- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر تمام داده‌ها برابر باشند، واریانس آنها صفر است (و بر عکس).