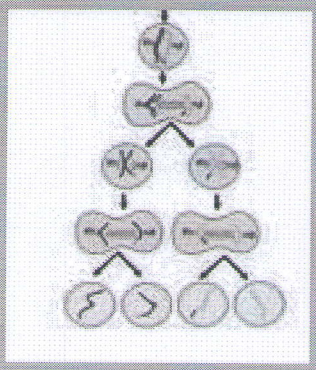
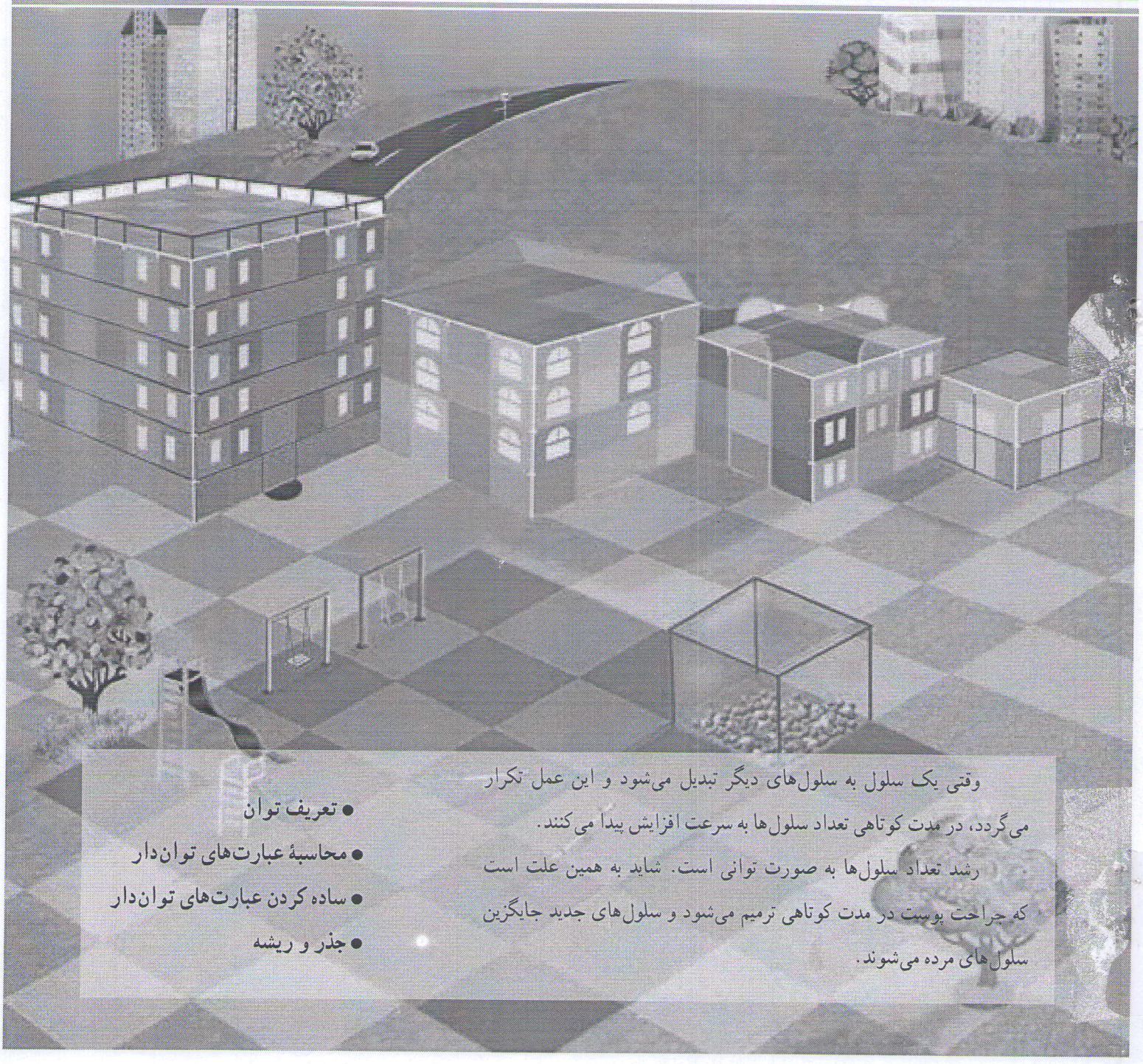
این فایل از کانال معلم یار هفتم برداشته شده است . برای حمایت از ما و دریافت پاسخنامه لطفا عضو کانال اصلی @MoallemYariR7 شوید [لمس کنید]



فصل ۸

توان و جذر



وقتی یک سلول به سلول‌های دیگر تبدیل می‌شود و این عمل تکرار می‌گردد، در مدت کوتاهی تعداد سلول‌ها به سرعت افزایش پیدا می‌کنند.

رشد تعداد سلول‌ها به صورت توانی است. شاید به همین علت است که جراحت پوست در مدت کوتاهی ترمیم می‌شود و سلول‌های جدید جایگزین سلول‌های مرده می‌شوند.

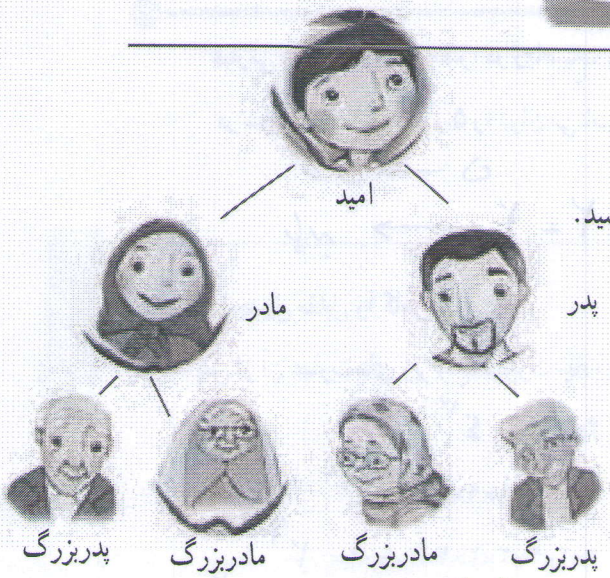
- تعریف توان
- محاسبهٔ عبارت‌های توان‌دار
- ساده کردن عبارت‌های توان‌دار
- جذر و ریشه

MATH-HOME.IR

تعریف توان

فعالیت

۱ــ امید می‌داند که نوهٔ چهار نفر است. این چهار نفر پدربزرگ‌ها و مادربزرگ‌های امیدند. او می‌خواهد بداند که نتیجهٔ چند نفر است؟ (به فرزند نوه، نتیجه می‌گویند). امید برای پاسخ سؤال خود شکل زیر را کشید.



پدر و مادرها نسبت خویشاوندی ندارند

الف) شکل را کامل کنید و با استفاده از آن بگویید که امید نتیجهٔ چند نفر است؟ ۸ نفر

ب) به نظر شما تعداد افرادی که امید نبیرهٔ آنها است، چند نفرند؟ (به فرزند نتیجه، نبیره می‌گویند.) ۱۶ نفر

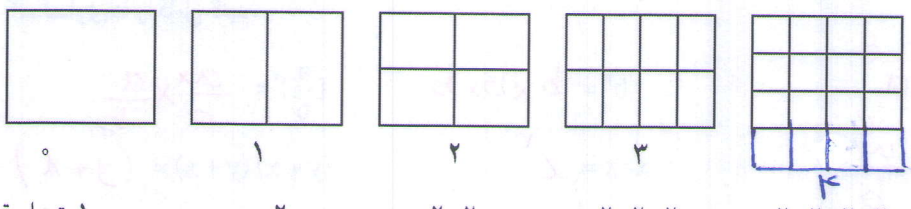
ج) جدول زیر را کامل کنید. برای محاسبهٔ تعداد از ماشین حساب نیز می‌توانید کمک بگیرید.

تعداد در نسل nام چند نفر است

$(\underbrace{۲\times۲\times۲\times\dots\times۲}_{n\text{ بار}})=۲^n$

	بستگان امید	روش محاسبه	تعداد
امید	پدر و مادر	۲	۲
فرزند	پدربزرگ و مادربزرگ	۲×۲	۴
نوه	نسل سوم	۲×۲×۲	۸
نتیجه	نسل چهارم	۲×۲×۲×۲	۱۶
نبیره	نسل هفتم	۲×۲×۲×۲×۲×۲×۲	۱۲۸

۲ــ یک کاغذ را چند بار تا می‌زنیم و هر بار تعداد قسمت‌هایی را که کاغذ تقسیم شده است، می‌شماریم. چه الگویی در تعداد قسمت‌ها می‌بینید؟



اصلاحیه ← یک ردیف اضافه شود

تعداد تا	۰	۱	۲	۳	۴
تعداد قسمت‌ها	۱	۲	۲×۲	۲×۲×۲	۲×۲×۲×۲

اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم چند تا قسمت خواهیم داشت؟ $(\underbrace{۲\times۲\times\dots\times۲}_{۸\text{ بار}})=۲۵۶$

در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟ $\underbrace{۲\times۲\times۲\times\dots\times۲}_{\text{ده بار}}=۱۰۲۴$

در تای nام چند قسمت خواهیم داشت؟

چه راهی برای خلاصه کردن عبارت‌های بالا پیشنهاد می‌کنید؟ $\overbrace{۲\times۲\times۲\times\dots\times۲}^{n\text{ بار}}=۲^n$

MATH-HOME.IR

عبارتی مانند ۲×۲×۲×۲×۲ را در ریاضیات برای ساده‌تر شدن به‌صورت 2^5 می‌نویسیم و آن را چنین می‌خوانیم : ۲ به توان ۵.

در عبارت 2^5، ۲ را پایه و ۵ را توان می‌نامیم. درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می‌دادیم.

$(2+2+2+2+2=5\times2)$

توان ← ۵

پایه ← ۲ = ۲×۲×۲×۲×۲ (بخوانیم دو به توان پنج)

کار در کلاس

۱ــ جدول مقابل را کامل کنید.

حاصل	خوانده می‌شود	شکل ساده شده	عبارت
۴۹	هفت به توان ۲	7^2	۷×۷
۱۴	دو ضرب در ۷	۲×۷	۷+۷
۱۵/۶۲۵	دو پنج به توان ۳	$2/5^3$	۲/۵×۲/۵×۲/۵
۱	یک به توان ۳	1^3	۱×۱×۱
۲	دو ضرب در ۱	۲×۱	۱+۱
$\frac{25}{9}$	پنج سوم به توان ۲	$(\frac{5}{3})^2$	$\frac{5}{3}\times\frac{5}{3}$

پس از آن عبارت‌های زیر را به‌صورت ساده شده بنویسید.

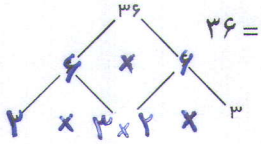
۴×۴×۴= 4^3

۹×۹×۹×۹×۹×۹ = 9^6

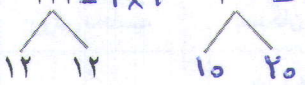
۲×۲×۲×۲×۲×۲×۲×۲×۲= 2^9

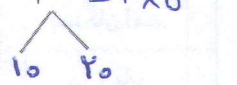
a×a×a= a^3 b×b= b^2

۲ــ عددهای داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به‌صورت عدد توان‌دار بنویسید.



$36=2\times2\times3\times3=2^2\times3^2$





۳ــ کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید.

$4^2=64$ ✗ $4^2=16$ $5^2=5\times2$ ✗ 25 $(\frac{2}{3})^2=\frac{4}{9}$ ✓

$2^3=3^2$ ✗ $8\neq9$ $9^2=18$ ✗ 81 $(\frac{3}{1})^4=\frac{4}{81}$ ✗ $3^4=81$

$\frac{3^2}{5}=\frac{9}{25}$ ✗ $\frac{4^2}{5}=\frac{9}{5}$ $5^2=25$ ✗ 25 $(\frac{3}{4})^2=\frac{9}{4}$ ✗ $(\frac{3}{4})^2=\frac{9}{16}$

۴ــ تساوی‌ها را کامل کنید.

$a\times a\times a\times a=a^4$ $b^3=b\times b\times b$ $(\frac{a}{b})^2=\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}$

$\frac{a\times a\times a}{b}=\frac{a^3}{b}$ $x\times x=x^2$ $(y+x)(y+x)=(y+x)^2$

$(ab)^2=ab\times ab$ $\frac{x\times x\times x\times x\times x}{y\times y\times y\times y\times y}=\frac{x^5}{y^5}$

۵ــ درتکثیر سلول‌ها، هر سلول به ۲ سلول تقسیم می‌شود. دوباره هرکدام از آن سلول‌ها خودشان به ۲ سلول تقسیم می‌شوند و این کار ادامه پیدا می‌کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به‌صورت عدد توان‌دار بنویسید.

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴	۷	n
تعداد سلول	۲	۲×۲	۲×۲×۲	۲×۲×۲×۲	۲×۲×۲×۲×۲×۲×۲	۲×۲×۲×...×۲ (n بار)
به‌صورت توان‌دار	2^1	2^2	2^3	2^4	2^7	2^n

$11^0=1 \longrightarrow 1 \qquad 0+1=1$

$11^1=11 \longrightarrow 2 \qquad 1+1=2$

$11^2=121 \longrightarrow 3 \qquad 2+1=3$

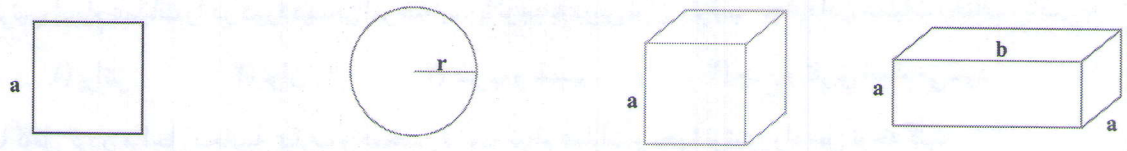
$11^3=1331 \longrightarrow 4 \qquad 3+1=4$

الگویابی $\Longrightarrow$ پس عدد 11^{12} $(12+1=13)$ رقم دارد

MATH-HOME.IR

تمرین

۱ــ با توجه به شکل‌های زیر مساحت و حجم‌های خواسته شده را با عبارت‌های توان‌دار جبری نمایش دهید.



$S=a\times a = a^2$ $\qquad$ $S=3/14\times r\times r = 3/14\times r^2$ $\qquad$ $V=a\times a\times a = a^3$ $\qquad$ $V=a^2b$

۲ــ جمله‌های کلامی زیر را به‌صورت عبارت جبری نشان دهید.

☑ هر عدد به توان یک برابر خودش می‌شود : $a^1=a$ $\qquad (a\neq 0)$

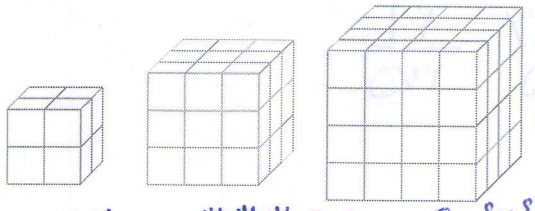
☑ یک به توان هر عدد برابر یک می‌شود : $1^a=1$

☑ مجذور هر عدد یعنی آن عدد به توان ۲ : a^2 = مجذور a

☑ مکعب یک عدد یعنی آن عدد به توان ۳ : x^3 = مکعب x

☐ صفر به توان هر عدد به‌جز صفر برابراست با ...صفر است... : $0^a=0$

۳ــ تعداد مکعب‌های کوچک ۱×۱×۱ را در هر شکل با یک عدد توان‌دار نشان دهید.



مکعب n تایی $= n^3$

$2\times2\times2=8 \qquad 3\times3\times3=27 \qquad 4\times4\times4=4^3$

۴ــ حاصل هر عبارت توان‌دار را به‌دست آورید.

$3^2=9 \qquad 4^2=16 \qquad 5^2=25 \qquad 6^2=36 \qquad 7^2=49$

$8^2=64 \qquad 9^2=81 \qquad 10^2=100 \qquad 11^2=121 \qquad 12^2=144$

مجذور دو = ۴ $\qquad$ مجذوریک = ۱ $\qquad$ مکعب دو = ۸ $\qquad$ مکعب یک = ۱

$\frac{2^3}{5^2}=\frac{8}{25} \qquad (\frac{3}{4})^3=\frac{27}{64} \qquad \frac{2^4}{7}=\frac{16}{7} \qquad 0/2^2=0/04$

$0/01^2=0/0001 \qquad 1/1^2=1/21 \qquad 2/1^2=4/41 \qquad 0/5^2=0/25$

۵ــ مقدار عبارت 3^n را به ازای عددهای داده شده به‌دست آورید.

n	۱	۲	۳	۴
3^n	$3^1=3$	$3^2=9$	$3^3=27$	$3^4=81$

۶ــ حاصل عددهای 2^1، 2^2، 2^3، 2^4، 2^5 را به‌دست آورید و به‌صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد مناسبی برای محور عددی رسم کنید). در مورد نحوهٔ رسم هر ستون توضیح دهید، آیا می‌توانید 2^6 یا 2^7 را در دفتر خود رسم کنید؟ چرا؟

تقریبا غیرممکن است یا به سختی می‌توان این کار را انجام داد

۷ــ عدد 11^{12} به‌طور تقریبی چند رقمی است؟ چرا؟

راهبرد الگویابی بالای صفحه

$11^{12} \simeq 10^{12} = \underbrace{1000\ldots0}_{12\text{ رقم}}$

پس ۱۳ رقم دارد

$11^{12} = 3,138,428,376,721$

MATH-HOME.IR

آموزش الویت‌ها (یادآوری)

محاسبهٔ عبارت توان‌دار

۴۷

فعالیت

ترتیب انجام عملیات را در دورهٔ دبستان آموخته‌اید. با توجه به درس توان ، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت ۱) پرانتز ۲) توان ۳) ضرب و تقسیم ۴) جمع و تفریق انجام می‌شود.

با کامل کردن مراحل محاسبهٔ عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوهٔ نوشتن راه حل توجه کنید.

$$\frac{۲^۳ \times ۴ + ۱۰}{۹^۲ - ۵^۲} = \frac{۸ \times ۴ + ۱۰}{۸۱ - ۲۵} = \frac{۳۲ + ۱۰}{۵۶} = \frac{۴۲}{۵۶} = \frac{۳}{۴}$$

ساده کردن محاسبهٔ جمع و تفریق محاسبهٔ ضرب محاسبهٔ توان‌ها

محاسبه‌های بعدی را کامل کنید.

$$۲ \times ۳^۲ - (۲^۲ + ۲) = ۲ \times ۹ - (۴ + ۲) = ۹ - ۶ = ۳$$

$$\frac{۱۰ \div (۸ - ۶) + ۹ \times ۴}{۲^۵ + ۳^۵} = \frac{۱۰ \div ۲ + ۹ \times ۴}{۳۲ + ۲۴۳} = \frac{۵ + ۳۶}{۲۷۵} = \frac{۴۱}{۲۷۵}$$

کار در کلاس

۱ــ حاصل عبارت‌ها را به‌دست آورید.

$۲^۵ - ۳^۲ = ۳۲ - ۹ = ۲۳$ $۲^۵ \times ۳^۲ = ۳۲ \times ۹ = ۲۸۸$ $۲^۵ + ۳^۲ = ۳۲ + ۹ = ۴۱$

$۵^۲ - ۵ \times ۲ = ۲۵ - ۱۰ = ۱۵$ $(\frac{۱}{۲})^۲ + \frac{۳}{۸} = \frac{۱}{۴} + \frac{۳}{۸} = \frac{۵}{۸}$ $۲^۵ \div ۸ = ۳۲ \div ۸ = ۴$

$\frac{۴۲۵ - ۱۶}{۱۰۰} = \frac{۴۰۹}{۱۰۰}$ $(\frac{۵}{۲})^۲ - (\frac{۲}{۵})^۲ = \frac{۲۵}{۴} - \frac{۴}{۲۵}$ $\frac{۱}{۲} + (\frac{۱}{۲})^۲ + (\frac{۱}{۲})^۳ = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۸} = \frac{۷}{۸}$

$۲^۴ - ۳^۳ + ۱^۵ = ۱۶ - ۲۷ + ۱ = -۱۰$ $۵^۱ + ۱^۵ + ۰^۵ = ۵ + ۱ + ۰ = ۶$

۲ــ کدام‌یک درست و کدام‌یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$(۴ \times ۳)^۲ = ۳^۲ \times ۴^۲$ ✓ $۱۴۴ = ۹ \times ۱۶ \Rightarrow ۱۴۴ = ۱۴۴$ $(۳+۲)^۲ = ۲^۲ + ۳^۲$ ✗ $۲۵ \neq ۱۳$

$۵ \times ۶^۲ = (۶ \times ۵)^۲$ ✗ $۵ \times ۳۶ \neq ۳۰^۲ \Rightarrow ۱۸۰ \neq ۹۰۰$ $(\frac{۲}{۳})^۲ = \frac{۲۲}{۳۲}$ ✗ $\frac{۴}{۹} \neq \frac{۲۲}{۳۲}$

$۲^۳ \times ۲^۴ = ۲^۷$ ✓ $۸ \times ۱۶ = ۱۲۸$ $۲^۲ \times ۵^۲ = ۱۰^۴$ ✗ $۱۰۰ \neq ۱۰۰۰۰$

۳ــ نحوهٔ محاسبه را توضیح دهید.

$۲^۸ + ۸^۲ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ + ۸ \times ۸ = ۲۵۶ + ۶۴ = ۳۲۰$

۱) چون الویت اول توان است پس ابتدا حاصل $۲^۸$ را محاسبه می‌کنیم

۲) و سپس $۸^۲$ را محاسبه می‌کنیم

۳) حاصل را با هم جمع می‌کنیم

MATH-HOME.IR

فعالیت

۱ــ مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را محاسبه کنید.

$۲^۳ = ۲\times ۲\times ۲ =$ $\quad (-۲)^۲ = (-۲)\times(-۲)$ $\quad (-۲)^۳ = (-۲)\times(-۲)\times(-۲)$

$(-۲)^۴ = (-۲)\times(-۲)\times(-۲)\times(-۲)$ $\quad (-۲)^۵ = (-۲)\times(-۲)\times(-۲)\times(-۲)\times(-۲)$ $\quad (-۲)^۶ = (-۲)\times(-۲)\times(-۲)\times(-۲)\times(-۲)\times(-۲)$

با توجه به توان‌ها و حاصل عبارت‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲ــ عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

اصلاح شود $-(۲\times۲\times۲) = -۸$

$-۲^۳ = -(۲\times۲\times۲) = -۸$ $\quad (-۲)^۳ = (-۲)\times(-۲)\times(-۲) = -۸$

$-۲^۴ = -(۲\times۲\times۲\times۲) = -۱۶$ $\quad (-۲)^۴ = (-۲)\times(-۲)\times(-۲)\times(-۲) = +۱۶$

۳ــ الگوی عددی زیر را کامل کنید.

$۲^۶ \to ۲^۵ \to ۲^۴ \to ۲^۳ \to ۲^۲ \to ۲^۱ \to ۲^۰$

$۶۴ \to ۳۲ \to ۱۶ \to ۸ \to ۴ \to ۲ \to ۱$

$\Rightarrow ۲^۹ = ۱$

مبهم

ارتباط بین عددهای توان‌دار و حاصل آنها را توضیح دهید. اعداد توان دار ردیف اول با عدد متناظرشان در ردیف دوم برابری باشند، مثال $۲^۵ = ۳۲$

به نظر شما در جای خالی چه عددی باید نوشت؟

$\Rightarrow ۲^۹ = ۱$ هر عدد به توان صفر (به غیر صفر) برابر یک است

کار در کلاس

۱ــ حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

$-۱^۵ = -۱$ $\quad (-۵)^۲ = +۲۵$ $\quad -۳^۲ = -۹$

$۷^۰ = ۱$ $\quad -۱^۴ = -۱$ $\quad (-۱)^۴ = ۱$ $\quad (-۱)^۵ = -۱$

$۴ + ۲^۰ = ۴ + ۱ = ۵$ $\quad ۰^۵ + ۱/۱^۰ = ۰ + ۱ = ۱$ $\quad (-۹)^۰ = ۱$ $\quad (\frac{۲}{۷})^۰ = ۱$

$۵^۰ = ۱$ $\quad (-۲)^۳ = -۸$ $\quad ۲^۳ = ۸$ $\quad -۱^۵ = -۱$

۲ــ در جای خالی علامت $>$ یا $=$ یا $<$ بگذارید.

$(-۲)^۱ = (-۲)$ $\quad (\frac{۳}{۵})^۲ < ۲^۰$ $\quad ۷^۰ < ۷^۱$ $\quad ۲^۰ < ۲^۱$

MATH-HOME.IR

تمرین

۱ــ کدام درست و کدام نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$(-\frac{۲}{۳})^{۰}+(\frac{۱}{۳})^{۰}>۱$ ✓ $1+1>1$

$(۲\frac{۱}{۲})^{۰}>(-\frac{۱}{۲})^{۲}$ ✓ $1>\frac{1}{4}$

$(۳+۲)^{۰}=۲^{۰}+۳^{۰}$ ✗ $1\neq 2$

$۴^{۰}<(-۲)^{۲}$ ✓ $1<4$

$۲^{۰}+۳^{۰}+۵^{۰}=۱$ ✗ $1+1+1\neq 1$

$۴+۲^{۰}=۶$ ✗ $4+1\neq 6$

۲ــ الف) حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

$۲\times۱۰^{۳}+۴\times۱۰^{۲}+۷\times۱۰^{۱}+۲\times۱۰^{۰}=$ $۲۰۰۰+۴۰۰+۷۰+۲=۲۴۷۲$

$۵\times۱۰^{۳}+۰\times۱۰^{۲}+۱\times۱۰^{۱}+۹\times۱۰^{۰}=$ $۵۰۰۰+۰+۱۰+۹=۵۰۱۹$

ب) با توجه به تمرین‌های بالا عددهای زیر را به‌صورت گسترده و سپس توانی نمایش دهید.

$۴۲۳۵=۴۰۰۰+۲۰۰+۳۰+۵=$ $۴\times۱۰^{۳}+۲\times۱۰^{۲}+۳\times۱۰^{۱}+۵\times۱۰^{۰}$

$۹۲۰۷=$ $۹۰۰۰+۲۰۰+۰+۷=۹\times۱۰^{۳}+۲\times۱۰^{۲}+۰\times۱۰^{۱}+۷\times۱۰^{۰}$

۳ــ به‌جای n عددهای ۱ تا ۵ را قرار دهید و در عبارت ۴^{n} و $n^{۴}$ را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین حساب استفاده کنید.

n	۱	۲	۳	۴	۵
۴^{n}	$۴^{۱}=۴$	$۴^{۲}=۱۶$	$۴^{۳}=۶۴$	$۴^{۴}=۲۵۶$	$۴^{۵}=۱۰۲۴$
$n^{۴}$	$۱^{۴}=۱$	$۲^{۴}=۱۶$	$۳^{۴}=۸۱$	$۴^{۴}=۲۵۶$	$۵^{۴}=۶۲۵$

برای $n=۱۰$ کدام یک بزرگ‌تر از دیگری است؟

$۴^{۱۰}=۱,۰۴۸,۵۷۶$

$۱۰^{۴}=۱۰۰۰$

۴ــ در بعضی از ماشین حساب‌ها کلید توان به‌صورت زیر استفاده می‌شود. عددهای توان‌دار را محاسبه می‌کنند. برای مثال $۲^{۳}$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود. حالا شما عددهای مختلف را در ماشین حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه راه دیگری برای پیدا کردن جواب $۲^{۳}$ وجود دارد؟

x^{y}

$۲^{۳}=۲\times۲\times۲=۸$

۵ــ حاصل عبارت‌ها را به ازای عددهای داده شده به‌دست آورید.

$a^{۲}-b^{۲}+ab$ $a=-۲$ $b=۲$ $\Rightarrow (-۲)^{۲}-۲^{۲}+(-۲)\times(۲)=۴-۴+(-۴)=-۴$

$a^{۳}-۲b^{۲}+a^{۲}b$ $a=۱$ $b=-۲$ $\Rightarrow ۱^{۳}-۲\times(-۲)^{۲}+۱^{۲}\times(-۲)=۱-۸-۲=-۹$

MATH-HOME.IR

ضرب اعداد توان دار با پایه‌های برابر

ساده کردن عبارت‌های توان دار

فعالیت

۱ــ زهره می‌خواست مسئله‌هایی را که معلم داده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانش‌آموزان مساحت مستطیل به طول 2^4 و عرض 2^3 را به‌دست آورند. زهره به‌صورت زیر عمل کرد و عبارت‌ها را به‌صورت ضرب نوشت.

$$S = a\times b = 2^4\times 2^3 = \underbrace{2\times2\times2\times2}_{\text{۴ مرتبه}}\times\underbrace{2\times2\times2}_{\text{۳ مرتبه}}$$

سیما با مشاهدهٔ عبارت زهره به او گفت: هفت تا ۲ ضرب شده است. پس عبارت تو با 2^7 برابر است. نتیجه‌گیری سیما را با یک تساوی نشان دهید.

$2^4\times2^3=2^7$

۲ــ مانند نمونه عمل کنید.

$5^2\times5^4 = \underbrace{5\times5}_{\text{۲ مرتبه}}\times\underbrace{5\times5\times5\times5}_{\text{۴ مرتبه}} = 5^6$

$4^2\times4^3 = 4\times4\times4\times4\times4\times4 = 4^6$ (۲ مرتبه، ۳ مرتبه)

$7^3\times7^3 = 7\times7\times7\times7\times7\times7 = 7^6$ (۳ مرتبه، ۳ مرتبه)

$x^2\times x^3 = x\times x\times x\times x\times x = x^5$ (دو مرتبه، سه مرتبه)

$a^3\times a^4 = a\times a\times a\times a\times a\times a\times a = a^7$ (سه مرتبه، چهار مرتبه)

با توجه به تساوی‌های بالا یک رابطه برای ساده کردن عبارت‌های توان‌دار با پایه‌های مساوی بنویسید.

یکی از پایه‌ها را می‌نویسیم و توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم

$a^b\times a^c = a^{b+c}$

۳ــ با توجه به رابطه بالا، مانند نمونه عبارت توان‌دار را به صورت ضرب ۲ یا چند عبارت توان‌دار بنویسید.

$2^7 = 2^5\times2^2$

$2^7 = 2^6\times2^1$

$2^7 = 2^2\times2^2\times2^3$

$5^4 = 5^2\times5^2$

$5^4 = 5^3\times5^1$

$5^4 = 5^2\times5^3\times5^4$

کار در کلاس

۱ــ حاصل عبارت‌های زیر را به‌صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$(-4)^1\times(-4)^5 = (-4)^6$

$(-2)^4\times(-2)^2 = (-2)^6 = 2^6$

$1/5^4\times\left(\frac{3}{2}\right)^4 = 1/5^8$

$5^3\times5^4 = 5^7$

$7^3\times7 = 7^4$

$\left(\frac{1}{2}\right)^5\times0/5^2 = 0/5^7$

۲ــ با باز کردن عبارت توان‌دار جواب را ساده‌تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$5^4 = 5^2\times5^2 = 25\times25 = 25^2$

$4^4 = 4^2\times4^2 = 16\times16 = 16^2$

$2^6 = 2^3\times2^3 = 8\times8 = 8^2$

$3^4 = 3^2\times3^2 = 9\times9 = 9^2$

۳ــ اگر $2^{10}=1024$ باشد حاصل 2^{12} را به‌دست آورید.

$2^{12} = 2^{10}\times2^2 = 1024\times4 = 4096$

MATH-HOME.IR

فعالیت

۱ــ مانند نمونه عبارت‌ها را بازکرده و دوباره به‌صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$۲^۳\times۵^۳ = ۲\times۲\times۲\times۵\times۵\times۵ = ۱۰\times۱۰\times۱۰ =$

$۳^۲\times۴^۲ = (۳\times۳)\times(۴\times۴) = (۳\times۴)\times(۳\times۴) = ۱۲\times۱۲ = ۱۲^۲$

$(\frac{۲}{۷})^۳\times۵^۳ = \frac{۲}{۷}\times\frac{۲}{۷}\times\frac{۲}{۷}\times۵\times۵\times۵ = \frac{۱۰}{۷}\times\frac{۱۰}{۷}\times\frac{۱۰}{۷} = (\frac{۱۰}{۷})^۳$

$a^۲\times b^۲ = a\times a\times b\times b = (a\times b)\times(a\times b) = (a\times b)^۲$

$x^۴\times y^۴ = x\times x\times x\times x\times y\times y\times y\times y = (xy)\times(xy)\times(xy)\times(xy) = (xy)^۴$

با مقایسهٔ تساوی‌ها یک قانون کلامی برای ساده کردن عبارت‌های توان‌دار با توان‌های مساوی به‌دست آورید.

پایه‌ها را در هم ضرب می‌کنیم و یکی از توان‌ها را می‌نویسیم

$a^m\times b^m = (ab)^m$

۲ــ با قانونی که به‌دست آوردید، عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$۲^۴\times۳^۴ = ۶^۴$ $\quad (\frac{۲}{۳})^۶\times(\frac{۳}{۴})^۶ = (\frac{۱}{۲})^۶$ $\quad (\frac{۱}{۲})^۵\times۳^۵ = (\frac{۳}{۲})^۵$

$(-۲)^۷\times(-۱)^۷ = (+۲)^۷ = ۲^۷$ $\quad (-۲)^۵\times۳^۵ = (-۶)^۵$ $\quad x^۲\times y^۲ = (xy)^۲$

۳ــ به تساوی‌های روبه‌رو توجه کنید. $\quad ۶^۵ = (۲\times۳)^۵ = ۲^۵\times۳^۵ \quad (ab)^۳ = a^۳\times b^۳$

مانند نمونه‌های بالا عددهای توان‌دار زیر را باز کنید.

$۱۲^۸ = ۲^۸\times۳^۸ = ۴^۸\times۳^۸$ $\quad ۱۰^۴ = ۲^۴\times۵^۴$ $\quad ۱۵^۷ = (۳\times۵)^۷ = ۳^۷\times۵^۷$

$۳۰^۵ = ۲^۵\times۳^۵\times۵^۵$ $\quad (xyz)^۴ = x^۴\times y^۴\times z^۴$ $\quad (xy)^{۱۰} = x^{۱۰}\times y^{۱۰}$

کار در کلاس

۱ــ مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را تا حد امکان ساده کنید.

$۷^۲\times۷^۳\times۹^۵ = ۷^۵\times۹^۵ = ۶۳^۵$

$۵^۲\times۵^۴\times۷^۶ = \underbrace{۵^۶}_{\text{ضرب با توان‌های مساوی}}\times\underbrace{۷^۶}_{\text{ضرب با پایه‌های مساوی}} = ۳۵^۶$

$۲^۳\times۶^۳\times۳^۲\times۴^۷ = ۱۲^۳\times۱۲^۷ = ۱۲^{۱۰}$

$(۲^۵\times۳^۲\times۵)\times(۲^۲\times۳^۵\times۵^۶) = (۲^۵\times۲^۲)\times(۳^۲\times۳^۵)\times(۵\times۵^۶)$

$= ۲^۷\times۳^۷\times۵^۷ = ۳۰^۷$

$۲^a\times۲^b = ۲^{a+b}$

۲ــ عبارت توان‌دار مقابل را تا حد امکان ساده کنید.

به‌جای a و b عددهای ۳ و ۵ و یک بار ۴ و ۷ قرار دهید و تساوی‌ها را به‌صورت عددی بنویسید.

۱۱۱

$۲^۳\times۲^۵ = ۲^۸$ $\quad ۳+۵=۸$

$۲^۴\times۲^۷ = ۲^{۱۱}$ $\quad ۴+۷=۱۱$

حل سؤال ۷

توان عدد ۴	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
شماره‌ی عدد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
تعداد ارقام	۱	۱	۲	۲	۳	۴	۴	۵	۵	۶	۷	۷	۸	۸	۹

تعداد ارقام $= \left[\frac{3n}{5}\right] + 1$ توان / قسمت صحیح

مضارب ۳ یک بار تکرار شده است

پاسخ باز است

تمرین

۱ـ در تساوی‌های زیر به‌جای a و b و c عددهای مختلفی قرار دهید و تساوی‌های عددی بسازید.

$a^b \times a^2 = a^{b+c}$ $\quad 5^3 \times 5^2 = 5^{3+2}$ $\quad a^c \times b^c = (a \times b)^2$ $\quad 5^2 \times 3^2 = (5 \times 3)^2$

$a=5$
$b=3$
$c=2$

۲ـ با استفاده از تجزیه به عددهای اول، هر عدد را به‌صورت توان‌دار بنویسید.

$121 = 11 \times 11 = 11^2$ $\quad 256 = 2^8$ $\quad 441 = 3^2 \times 7^2$ $\quad 10000 = 2^4 \times 5^4$

۳ـ مسئله‌هایی طرح کنید که پاسخ آنها: الف) 2^3 ب) 2×3 ج) 5^2 باشد.

الف) حجم مکعب به ضلع ۲ چند است؟ ب) مساحت مستطیلی به طول و عرض ۳ و ۲ را بدست آورید

ج) مساحت مربعی به ضلع ۵ را بدست آورید

۴ـ عددهای توان‌دار را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. 9^2 و 8^1 و 6^0 و 4^{10} و 3^5

$6^0, 8^1, 9^2, 3^5, 4^{10}$

۵ـ کدام یک درست و کدام‌یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$4^3 \times 4^4 = 4^{12}$ ✗ 4^7 $\quad 3^2 \times 2^3 = 6^5$ ✗ 72 $\quad 4^3 + 2^3 = 6^3$ ✗ $64 + 8 \neq 216$

$4^3 \times 4^4 = 4^7$ ✓ $\quad 3^2 \times 2^2 = 6^2$ ✓ $\quad 4^1 + 3^1 = 7^1$ ✓ $4 + 3 = 7$

✓ $(-2^3) \times 7^3 = (-14)^3$ $\quad (\frac{2}{3})^0 \times (\frac{2}{3})^7 = (\frac{2}{3})^7$ ✓

۶ـ کدام‌یک از عبارت‌های زیر $(\frac{2}{3})^3$ را نشان می‌دهد؟

$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ $\quad \frac{2+2+2}{3}$ $\quad \frac{3 \times 2}{3}$ $\quad \frac{2}{3} \times 3$ $\quad \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ $\quad \frac{2}{3} + 3$

۷ـ به جدول زیر توجه کنید و با توجه به آن سؤال‌ها را جواب دهید.

۱ رقمی ۲ رقمی

4^0	4^1	4^2	4^3	4^4	4^5	4^6	4^7	4^8	4^9	4^{10}
۱	۴	۱۶	۶۴	۲۵۶	۱۰۲۴	۴۰۹۶	۱۶۳۸۴	۶۵۵۳۶	۲۶۲۱۴۴	۱۰۴۸۵۷۶
۱	۱	۲	۲	۳	۴	۴	۵	۵	۶	۷

تعداد ارقام

حاصل عبارت 65536×4096 را به‌صورت توان‌دار بنویسید. $4^6 \times 4^8 = 4^{12}$

تعداد رقم‌های 4^{10} را پیش‌بینی کنید. ۷ رقمی 4^{20} چند رقمی می‌شود؟ چرا؟ ۱۳ رقمی است

۸ـ جاهای خالی را کامل کنید. چه الگویی مشاهده می‌کنید؟ یک تساوی دیگر بنویسید.

الگو یابی

$1^2 - 0^2 = 1^3$ $\quad 3^2 - 1^2 = 2^3$ $\quad 6^2 - 3^2 = 3^3$ $\quad 10^2 - 6^2 = 4^3$ $\quad 15^2 - 10^2 = 5^3$ $\quad 21^2 - 15^2 = 6^3$

+۱ +۲ +۳ +۴ +۵ +۶

۹ـ در جای خالی یکی از عمل‌های + یا − یا × یا ÷ را قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.

$2^6 \boxed{\div} 16 = 2^0 \boxed{+} 3^1$ $\quad (-7)^0 \boxed{+} 8^1 = 3^2$ $\quad 3^2 \boxed{+} 7^2 = 58$ $\quad 2^5 \boxed{\div} 8 = 4$

اصلاحیه

فرمول نهایی

$\left[\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 - \left(\frac{(n-1)n}{2}\right)^2\right] = n^3$

$(1+2+3+\dots+n)^2 - (0+1+2+3+\dots+(n-1))^2 = n^3$

MATH-HOME.IR

جذر و ریشه

فعالیت

۱ـ یک شرکت برای محوطه‌سازی، سنگ‌های مرمر در اندازه‌های ۵۰×۲۵ سانتی‌متر خریداری کرده است. سنگ فروش در مجموع ۸۱ متر مربع سنگ به این شرکت فروخته است. ضلع بزرگ‌ترین مربعی که می‌توان با این سنگ‌ها ساخت چند متر است؟

۹ متر است

حدس و بررسی

۲ـ مساحت یک زمین بازی کودکان که به شکل مربع است، برابر ۱۴۴ متر مربع است. طول ضلع این مربع چند متر است؟

$۱۲\times۱۲=۱۴۴$ ✓ $۱۰\times۱۰=۱۰۰$ × $۱۱\times۱۱=۱۲۱$ ×

۱۲ متر است

۳ـ جدول زیر طول ضلع تعدادی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

طول ضلع	۳	۴	۱/۵	$\frac{۲}{۵}$	۹	۷/۴	$\frac{۱۱}{۶}$	۲۰	۰/۹
مساحت مربع	۹	۱۶	۲/۲۵	$\frac{۴}{۲۵}$	۸۱	۵۴/۷۶	$\frac{۱۲۱}{۳۶}$	۴۰۰	۰/۸۱

۴ـ در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می‌گیرد؟ چرا؟ خیر، مجذور هیچ عددی ۱۵ نمی‌شود

$۱^۲,۲^۲,۳^۲,۴^۲,\ldots,n^۲$

با کمک ماشین‌حساب، حدس و آزمایش عددی پیدا کنید که بتوان به‌جای x قرار داد. $x^۲=۱۵$ وجود ندارد

در تساوی $۹=۳^۲$، عدد ۹ را توان دوم یا مجذور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز ریشهٔ دوم یا جذر ۹ می‌نامند. آیا ۳- نیز ریشهٔ دوم ۹ است؟ چرا؟ بله $(-۳)\times(-۳)=۹$

پس ۳- هم جذر یا ریشه‌ی دوم عدد ۹ می‌باشد

کار در کلاس

جدول زیر را کامل کنید.

عدد	۹	۲۵	$\frac{۱}{۴}$	۴۹
ریشه دوم (جذر)	۳ و ۳-	$+۵$ و -۵	$\frac{۱}{۲}$ و $-\frac{۱}{۲}$	۷ و ۷-
رابطه ریاضی	$(-۳)^۲=۹$ $۳^۲=۹$	$(-۵)^۲=۲۵$ $۵^۲=۲۵$	$(-\frac{۱}{۲})^۲=\frac{۱}{۴}$ $(\frac{۱}{۲})^۲=\frac{۱}{۴}$	$(-۷)^۲=۴۹$ $۷^۲=۴۹$

MATH-HOME.IR

توان دوم یا مجذور عدد ۳ را با 3^2 و توان دوم یا مجذور عدد ۳- را با $(-3)^2$ نمایش می‌دهیم. برای نمایش ریشهٔ دوم از نماد $\sqrt{\ }$ (بخوانید رادیکال) استفاده می‌کنیم.

ریشه‌های دوم عدد ۹ را با $\sqrt{9}$ و $-\sqrt{9}$ نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر $\sqrt{9}=3$ و $-\sqrt{9}=-3$

اصلاح شود

مثبت

کار در کلاس

۱ــ تساوی‌ها را کامل کنید.

$\sqrt{16}=4$ $\quad -\sqrt{16}=-4$ $\quad \sqrt{36}=6$ $\quad -\sqrt{81}=-9$

$\sqrt{\frac{1}{100}}=\frac{1}{10}$ $\quad -\sqrt{\frac{9}{25}}=-\frac{3}{5}$ $\quad \sqrt{49}=7$ $\quad \sqrt{\frac{1}{81}}=\frac{1}{9}$

۲ــ کدام‌یک درست و کدام‌یک نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$\sqrt{25}=5$

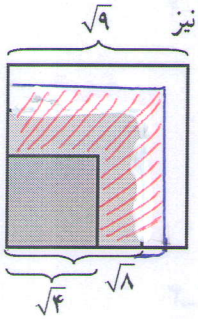
$\sqrt{25}>5$ ✗ $\quad \sqrt{25}=5$ ✓ $\quad \sqrt{25}=5\times2$ ✗ $\quad \sqrt{25}=2^5$ ✗

$\sqrt{25}=5^2$ ✗ $\quad \sqrt{25}=-5$ ✗ $\quad -\sqrt{25}=-5$ ✓ $\quad \sqrt{25}<5$ ✗

در این درس منظور از جذرهای جذر مثبت یک عدد است

فعالیت

۱ــ مربع به مساحت‌های ۴، ۸ و ۹ سانتی‌متر مربع در شکل زیر نمایش داده شده است. طول ضلع‌های مربع‌ها نیز مشخص شده است. با کمک شکل عبارت را کامل کنید.



$\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$

شکل اصلاح شود

به نظر شما به کدام یک از این دو عدد نزدیک‌تر است؟ $\sqrt{9}$

۲ــ به کمک روش فوق و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عددهای داده شده را به‌دست آورید و جدول را کامل کنید.

جذر تقریبی	مربع کامل بعدی	عدد	مربع کامل قبلی
$\sqrt{5}$ بین عددهای ۲ و ۳ است	۹	۵	۴
$\sqrt{17}$ بین دو عدد ۴ و ۵ است	۲۵	۱۷	۱۶
$\sqrt{61}$ بین عددهای ۷ و ۸ است	۶۴	۶۱	۴۹
$\sqrt{30}$ بین عددهای ۵ و ۶ است	۳۶	۳۰	۲۵

MATH-HOME.IR

کار در کلاس

$\sqrt{۲۸}$ به ۵/۳ نزدیک‌تر است یا ۵/۲

۱ــ می‌خواهیم مقدار تقریبی $\sqrt{۲۸}$ را به‌دست آوریم.

الف) $\sqrt{۲۸}$ بین کدام دو عدد قرار دارد؟ چرا؟ $\sqrt{۲۵} < \sqrt{۲۸} < \sqrt{۳۶} \Rightarrow ۵ < \sqrt{۲۸} < ۶$

ب) به کدام یک نزدیک‌تر است؟ چرا؟ عدد ۵ چون ۲۸ به ۲۵ نزدیک‌تر است

ج) با توجه به جدول زیر جای خالی را کامل کنید: $\sqrt{۲۸} \cong$ ۵/۲ (حواس در نظر گرفته شود که با ماشین حساب مطابقت دارد)

اضافه (نیازی نیست)

عدد	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	~~۵/۴~~
مجذور	۲۵	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹	~~۲۹/۱۶~~

با ماشین حساب انجام شود

۲ــ به همین روش مقدار تقریبی عددهای زیر را به‌دست آورید. راهبرد حدس و آزمایش

$\sqrt{۸} \cong$ $\sqrt{۱۴} \cong$ $\sqrt{۲۰} \cong$

تمرین

۱ــ چرا عددهای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی‌معناست؟ $\sqrt{-۲۵} = ?$

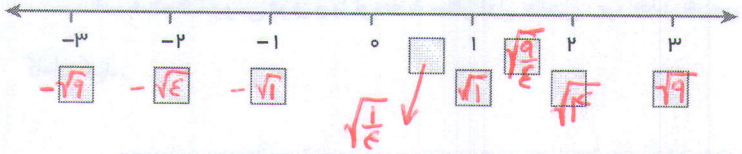
چون حاصل ضرب دو عدد مثبت و یا دو عدد منفی، عددی مثبت است

۲ــ کدام‌یک درست و کدام‌یک نادرست‌اند؟

$\sqrt{۱۵} < \sqrt{۲۱}$ ✓ $\sqrt{۶}$ بین ۵ و ۷ است ✗ $\sqrt{۵} > ۴$ ✗

$\sqrt{۳} > ۲$ ✗ $\sqrt{۴۰}$ بین ۵ و ۷ است ✓ $\sqrt{۱۲} < ۴$ ✓

۳ــ به جای □ در محور اعداد زیر یکی از عددهای $\sqrt{۹}$، $-\sqrt{۴}$، $\sqrt{۱}$، $\sqrt{\frac{۱}{۴}}$، $-\sqrt{۱}$، $\sqrt{\frac{۹}{۴}}$ و $-\sqrt{۹}$ را قرار دهید.



۴ــ جاهای خالی را کامل کنید.

الف) ۷ و ۷- ریشه‌های ..... هستند. ۴۹

ب) مجذور عدد صفر همان ..... است. صفر

ج) اگر عددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه ..... است. مثبت

د) هر عدد مثبت دارای ..... ریشهٔ دوم است که یکی از آنها ..... دیگری است. دو / قرینه‌ی

۵ــ جذر تقریبی ~~عددهای~~ های زیر را به دست آورید. اصلاح شود

$\sqrt{۴۰}$ $\sqrt{۳۰}$ $\sqrt{۵۰۰}$ $\sqrt{۱۰۰۰}$

جذر $\sqrt{۸۱}$ برابر است با

۱) ۹ ۲) ۳ ۳) -۳ ۴) ±۳

MATH-HOME.IR

۸ مرور فصل

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به‌کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

- توان
- پایه
- مجذور
- مکعب
- جذر
- جذر تقریبی

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- محاسبهٔ عدد توان‌دار
- محاسبهٔ یک عبارت توان‌دار با رعایت ترتیب
- تأثیر پرانتز در محاسبهٔ عبارت توان‌دار
- محاسبهٔ عبارت توان‌دار با پایه‌های منفی
- توان صفر
- قانون ضرب با پایه‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در محاسبه
- قانون ضرب با توان‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در تجزیه عددها
- ساده کردن یک عبارت توان‌دار
- مفهوم مجذور و مکعب
- مفهوم جذر و ریشه
- پیدا کردن جذر یا ریشه عددهای مربع کامل وجذر تقریبی

کاربرد

از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبهٔ سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی فراگرفته‌اید.

۱ــ عبارت توان‌دار زیر را محاسبه کنید.

$(۲^۳+۰^۴)^۱+۲^۲\times۳^۲-۱^۳ = (۸+۰)^۱+۴\times۹-۱ = ۸+۳۶-۱ = ۴۳$

۲ــ عبارت توان‌دار را تا حد امکان ساده کنید. (اصل ضرب)

$۴^۲\times۸^۳\times۶^۲\times۳^۳ = ۲^۴\times۲^۹ = ۲^{۱۳}$

$(۰/۲۵)^۲\times(\frac{۱}{۴})^۳\times\frac{۱}{۴^۵} = ۰/۲۵^{۱۰}$

۳ــ جذر تقریبی عدد ۳۲ را بنویسید. $\sqrt{۳۲}\simeq ۵/۶$

۴ــ ریشه‌های عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید. ۱۱ و ۱۱-

$\sqrt{۴۹} = ۷$ $\quad -\sqrt{۲۵} = -۵$

عدد	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۳	۵/۴	۵/۵	۵/۶	۵/۷
مجذور	۲۵	۲۶/۱	۲۷/۴	۲۸/۹	۲۸/۹	۲۹/۱۶	۳۰/۲۵	۳۱/۳۶	۳۲/۴۹

$۵ < \sqrt{۳۲} < ۶$

$\frac{۸۰}{۱۰۰}a \times \frac{۸۰}{۱۰۰}a = \frac{۶۴}{۱۰۰}a^۲ = ۶۴\%\, S \Rightarrow ۱۰۰\% - ۶۴\% = ۳۶\%$ ① کم می‌شود

$a = ۳۰$ $\quad \frac{۲۰}{۱۰۰} \times ۳۰ = ۶ \quad S_۱ = ۹۰۰ \quad S_۲ = ۲۴^۲ = ۵۷۶$ ② روش دوم: راهبرد مثال

$۹۰۰ - ۵۷۶ = ۳۲۴$

x	۳۲۴
۱۰۰	۹۰۰

$\Rightarrow x = ۳۶\%$

۴ تمرین های دوره ای

۱ــ حاصل عبارت‌ها را پیدا کنید.

$\frac{(-۲۴)\times(-۳۵)}{(-۲۱)\times(-۲۰)} = + \frac{\cancel{۲۴}^{۸} \times \cancel{۳۵}^{۷}}{\cancel{۲۱}_{۷} \times \cancel{۲۰}_{۴}} = + \frac{\cancel{۸}^{۲} \times \cancel{۷}^{۱}}{\cancel{۷}_{۱} \times \cancel{۴}} = +۲$

$\frac{(\cancel{+۴۹}^{۷})\times(\cancel{-۶۵}^{\cancel{۵}^{۱}})}{(\cancel{+۱۳}_{۱})\times(\cancel{-۳۵}_{\cancel{۵}_{۱}})} = +۷$

$(۷-۱۸)\times(-۲) =$ $\qquad (-۴-۳)\div(-۷) =$

$a = ۱۰ \rightarrow \frac{۲۰}{۱۰۰} \times ۱۰ = ۲$

$S_۱ = ۱۰۰ \quad S_۲ = ۶۴$

$۱۰۰ - ۶۴ = ۳۶$

۲ــ مساحت مربعی به ضلع a برابر است با $a^۲$. اگر از ضلع مربع ٪۲۰ کم کنیم. مساحت مربع چند درصد کم می‌شود؟

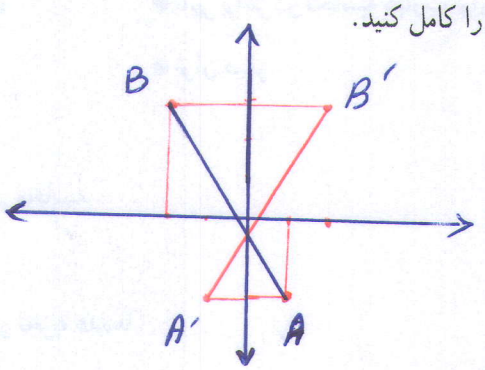
۳ــ الگوی زیر را توصیف کنید و چهار عدد بعدی آن را بنویسید.

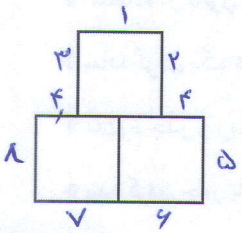
۵ و ۲۵ و ۱۲۵ و ۶۲۵ و ۳۱۲۵ و ۱۵۶۲۵ و ۷۸۱۲۵ توان‌های عدد ۵ است

$\times ۵ \quad \times ۵ \quad \times ۵$

۴ــ نمودارهای زیر را کامل کنید.

۳	۵	۱۶۹	$\sqrt{۲۶}$	۷
مکعب	مجذور	جذر	مجذور	جذر
۲۷	۲۵	۱۳	۲۶	$\sqrt{۷}$





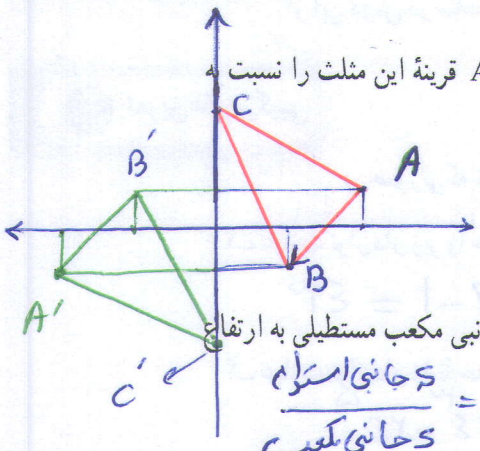
۵ــ مساحت شکل مقابل ۷۵ است. محیط شکل را پیدا کنید. (سه مربع مساوی هستند.)

$۷۵ \div ۳ = ۲۵$ $\qquad ۴ \times ۳ = ۱۲$ کل اضلاع $\qquad ۸ \times ۵ = ۴۰$

$\sqrt{۲۵} = ۵$ $\qquad ۱۲ - ۴ = ۸$ اضلاع مانده

۶ــ نقاط به مختصات $A = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ را پیدا کنید و پاره خط AB را رسم کنید. قرینهٔ این پاره‌خط را نسبت به محور عرض‌ها پیدا کنید و مختصات رأس‌های A' و B' را بنویسید.

۷ــ مختصات سه رأس مثلث ABC عبارت‌اند از $C = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۳ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} ۴ \\ ۱ \end{bmatrix}$ قرینهٔ این مثلث را نسبت به مبدأ مختصات پیدا کنید.



مختصات بردار AB را بنویسید. $\quad AB = \begin{bmatrix} -۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$

جمع متناظر با بردار AC را بنویسید. $\quad A + \vec{AC} = C$

$\begin{bmatrix} ۴ \\ ۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۴ \\ ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۳ \end{bmatrix}$

۸ــ مساحت جانبی استوانه‌ای به ارتفاع ۱۰ و شعاع قاعدهٔ ۳ بیشتر است یا مساحت جانبی مکعب مستطیلی به ارتفاع ۱۰ که قاعده‌اش مربعی به ضلع ۳ است؟

$\frac{S_{\text{جانبی استوانه}}}{S_{\text{جانبی مکعب}}} = \frac{۲ \times ۳ \times ۳/۱۴ \times ۱۰}{۴ \times ۳ \times ۱۰} = \frac{۳/۱۴}{۲} > ۱ \Rightarrow$ جواب استوانه است

۹ــ آیا اگر هر عدد را به توان ۲ برسانیم، از خودش بزرگ‌تر می‌شود؟ چرا؟

خیر

۱۰ــ حاصل ضرب‌های زیر را بنویسید.

$۲x \times ۳x = ۶x^۲ \qquad -۶x^۲ \times ۷x = -۴۲x^۳ \qquad -۴x \times x^۲ \times ۸x^۳ = -۳۲x^۶$

$۰/۵ \longrightarrow ۰/۵^۲ = ۰/۲۵$

$۰/۵ > ۰/۲۵$

⑨ خیر

x	x^2-3x	بزرگتر؟
۰	۰	کم است
۱	$1-3=-2$	〃 〃
۲	$4-6=-2$	〃 〃
۳	$9-9=0$	〃 〃
۴	$16-12=4$	〃 〃
۵	$25-15=10$	〃 〃

x	x^2-3x	بزرگتر؟
۶	$36-18=18$	✓
-1	$1+4=5$	کم است
-2	$4+6=10$	〃 〃
-3	$9+9=18$	✓

$2x\times 3x=6x^2$ $\quad -6x^2\times 7x=-42x^3$ $\quad -4x\times x^2\times 8x^3=-32x^6$

۱۱ــ عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$2(x+1)-2(1-x)=4x$ $\quad 2(x-1)+3x-1-x=4x-3$

$3(x^2y-xy^2)-2(y^2x-yx^2)=5x^2y-5xy^2$ $\quad x^2-x-1-3(x-1)-1=x^2-4x+1$

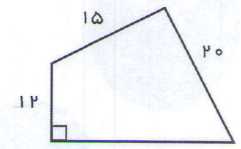
۱۲ــ با راهبرد حدس و آزمایش پاسخ معادلهٔ $x^2-3x=18$ را به‌دست آورید.

$x^2-3x-18=0 \Rightarrow (x-6)(x+3)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-3 \end{cases}$

۱۳ــ قاعدهٔ یک منشور به‌صورت زیر است. اگر ارتفاع این منشور ۱۰ سانتی‌متر باشد، حجم و مساحت جانبی و مساحت کل آن را پیدا کنید.

چون مساحت قاعده را می‌توان محاسبه کرد

پس حجم را هم می‌توانیم محاسبه کنیم



۱۴ــ عبارت توان‌دار زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$\left(-\frac{1}{2}\right)^4\times\left(\frac{6}{5}\right)^7\times\left(1\frac{1}{5}\right)^2=\left(-\frac{1}{2}\right)^4\times\left(\frac{6}{5}\right)^9$

۱۵ــ عدد ۱۴۴ را تجزیه کنید و به‌صورت توان‌دار بنویسید.

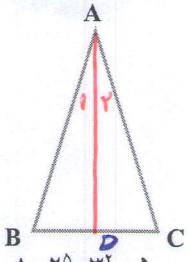
$144=2^4\times 3^2$

۱۶ــ ب.م.م و ک.م.م عددهای زیر را پیدا کنید.

$[12,48]=48$ $\quad (12,48)=12$ $\quad (35,50)=5$ $\quad [35,50]=350$

$[24,36]=72$ $\quad (24,36)=12$

۱۷ــ مثلث ABC متساوی الساقین است. نیمساز زاویهٔ A را رسم می‌کنیم. چرا این نیمساز ضلع BC را نصف می‌کند؟



تعریف نیمساز $A_1=A_2$

$AD=AD$

فرض $AB=AC$

(ض ز ض) $\Rightarrow \triangle ABD=\triangle ACD$ (اجزاء متناظر) $\Rightarrow BD=CD$

۱۸ــ ب.م.م و ک.م.م دو عدد A و B را به‌دست آورید.

$A=2^5\times 3^2\times 5$ $\quad B=2^3\times 3^5\times 7$

$(A,B)=2^3\times 3^2$ $\quad , [A,B]=2^5\times 3^5\times 5\times 7$

MATH-HOME.IR