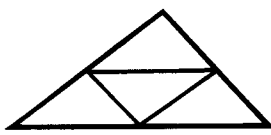


|   |                      |   |                        |
|---|----------------------|---|------------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان  | رشته : ریاضی فیزیک   | ساعت شروع : ۸ صبح                             | مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه |
| نام و نام خانوادگی :  | سال سوم آموزش متوسطه | تاریخ امتحان : ۱۳۹۴/۰۳/۰۹                     | تعداد صفحه : ۲         |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴ |                      | مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://ace.medu.ir |                        |

|      |  |      |
|------|--|------|
| ردیف | توجه : استفاده از ماشین حساب ساده ( دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد ) بلامانع است.<br>سؤالات ( پاسخ نامه دارد ) | نمره |
|------|--|------|

|      |  |   |
|------|--|---|
| ۱    | معادله‌ی $\frac{5}{x} - \frac{4}{x(x-2)} = \frac{x-4}{x-2}$ را حل کنید.  | ۱ |
| ۰/۷۵ | جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید.<br>الف) باقیمانده‌ی تقسیم $P(x) = 5x^3 + 2x^2 - x + 4$ بر $x+1$ برابر با ..... است.<br>ب) مجموع ضرایب بسط دو جمله ای $(3x-1)^6$ برابر ..... است.<br>ج) کمترین مقدار تابع $f(x) = 3x^2 - 12x + 1$ برابر با ..... است.   | ۲ |
| ۱    | یک مثلث با محیط $P$ در نظر بگیرید. وسط های اضلاع آن را به هم وصل کنید و مثلث کوچکتر جدیدی بسازید. این عمل را مجددا روی مثلث کوچکتر انجام دهید. این عمل را به طور متوالی انجام دهید. مجموع محیط های مثلث های به دست آمده چقدر است؟<br>                         | ۳ |
| ۱/۲۵ | ابتدا ضابطه‌ی تابع $y =  x-1  +  2-x $ را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید. سپس نمودار آن را رسم کنید.   | ۴ |
| ۰/۷۵ | آیا دو تابع زیر مساویند؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه کنید.<br>$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - x} \\ g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-1} \end{cases}$  | ۵ |
| ۱/۵  | اگر $f = \{(0,2), (1,-1), (3,-\frac{1}{4}), (-2,3), (-1,0)\}$ و $g = \{(2,\sqrt{2}), (-1,2), (\frac{1}{4},3), (1,\frac{3}{4})\}$ باشند،<br>الف) تابع $f \circ g$ را به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب بنویسید.<br>ب) تابع $g \circ f$ را به دست آورید.<br>ج) مقدار $(\frac{f}{g})(1)$ را محاسبه کنید.  | ۶ |
| ۰/۷۵ | گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید.<br>i. تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ..... است.<br>الف) زوج (ب) فرد<br>ii. تابع $y = x^2 - 1$ در بازه‌ی $(-\infty, 0)$ ..... است.<br>الف) نزولی (ب) صعودی<br>iii. تابع $y = f(x)$ با دامنه‌ی $[-2, 1]$ را در نظر بگیرید. دامنه‌ی تابع $g(x) = -f(2x) + 1$ بازه‌ی ..... است.<br>الف) $[-4, 2]$ (ب) $[-1, \frac{1}{2}]$ | ۷ |

ادامه سوالات در برگه دوم

باسمه تعالی

|   |                      |   |                        |
|---|----------------------|---|------------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان  | رشته : ریاضی فیزیک   | ساعت شروع : ۸ صبح                             | مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه |
| نام و نام خانوادگی :  | سال سوم آموزش متوسطه | تاریخ امتحان : ۱۳۹۴/۰۳/۰۹                     | تعداد صفحه : ۲         |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴ |                      | مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir |                        |

|      |  |      |
|------|--|------|
| ردیف | توجه : استفاده از ماشین حساب ساده ( دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد ) بلامانع است.<br>سؤالات ( پاسخ نامه دارد ) | نمره |
|------|--|------|

|    |  |          |
|----|--|----------|
| ۸  | به کمک رسم نمودار، ثابت کنید تابع زیر وارون پذیر نیست.<br>$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x-1 & x < 0 \end{cases}$  | ۱        |
| ۹  | $\alpha$ زاویه ای حاده و $\beta$ زاویه ای منفرجه است و $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ . مقدار $\cos(\alpha - \beta)$ را محاسبه کنید. | ۱        |
| ۱۰ | معادله $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.  | ۱/۲۵     |
| ۱۱ | مقدار $\tan^{-1}(\tan \frac{4\pi}{3})$ را حساب کنید.   | ۰/۷۵     |
| ۱۲ | نمودار تابعی را رسم کنید که در نقطه $y = -2$ تعریف شده باشد، در این نقطه حد داشته ولی حد آن غیر از مقدار تابع در عدد $-2$ باشد.  | ۰/۷۵     |
| ۱۳ | حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید.<br>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\frac{x}{2}}$      | ۱/۷۵     |
| ۱۴ | مقدار $a$ را طوری بیابید که تابع زیر در $x = 1$ پیوسته باشد.<br>$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - 1 & 0 \leq x < 1 \\ \frac{x}{[x]} + a & x \geq 1 \end{cases}$         | ۱/۵      |
| ۱۵ | با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = x^2 + 1$ را در نقطه $a$ محاسبه کنید.  | ۱/۵      |
| ۱۶ | مشتق توابع زیر را به دست آورید. ( ساده کردن مشتق لازم نیست.)<br>الف) $y = (4x^5 + 2) \cos x$ ب) $y = \sqrt{x^2 + \sin x} - 1$ ج) $y = 1 + 3 \cos^{-1} x$               | ۲/۵      |
| ۱۷ | آهنگ تغییرات مساحت دایره به شعاع $R = 4$ را به دست آورید.  | ۱        |
| ۲۰ | موفق باشید.  | جمع نمره |

باسمه تعالی

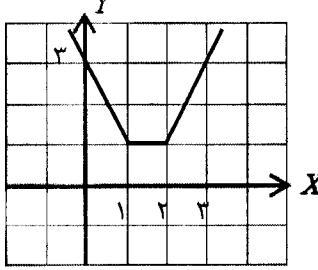
|   |                              |
|---|------------------------------|
| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان                                     | رشته‌ی: ریاضی فیزیک          |
| سال سوم آموزش متوسطه  | تاریخ امتحان: ۰۳ / ۰۹ / ۱۳۹۴ |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴ |                              |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir                                     |                              |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|
|------|---------------|------|

|   |   |   |
|---|---|---|
| ۱ | $\frac{5(x-2)-4}{x(x-2)} = \frac{x-4}{x-2} \quad (0/25) \Rightarrow 5x-14 = x^2-4x \quad (0/25) \Rightarrow x^2-9x+14=0$ $\Rightarrow x=2 \text{ غ ق ق } (0/25)$ $\Rightarrow x=7 \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">تمرین در کلاس صفحه‌ی ۲۷</p> | ۱ |
|---|---|---|

|   |   |      |
|---|---|------|
| ۲ | الف) ۲ (۰/۲۵) مثال صفحه‌ی ۷    ب) ۲ <sup>۶</sup> (۰/۲۵) تمرین در کلاس صفحه‌ی ۱۰    ج) -۱۱ (۰/۲۵) مثال صفحه‌ی ۱۹ | ۰/۷۵ |
|---|---|------|

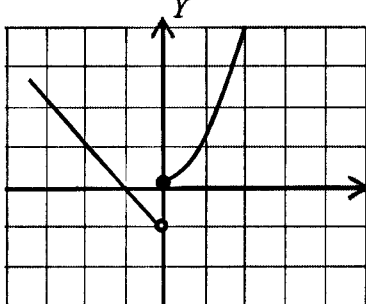
|   |  |   |
|---|--|---|
| ۳ | $\Rightarrow S_p = \frac{P}{1-\frac{1}{2}} = 2P \quad (0/5)$ <p>(۰/۲۵) دنباله‌ی هندسی با <math>q = \frac{1}{2}</math> ، <math>P, \frac{1}{2}P, \frac{1}{4}P, \dots</math> (۰/۲۵) : دنباله‌ی محیط مثلث‌ها</p> <p>مسائل صفحه‌ی ۵</p> | ۱ |
|---|--|---|

|   |  |      |
|---|--|------|
| ۴ | $y = \begin{cases} -2x+3 & x < 1 \quad (0/25) \\ 1 & 1 \leq x < 2 \quad (0/25) \\ 2x-3 & x \geq 2 \quad (0/25) \end{cases}$  <p style="text-align: right;">(۰/۵)</p> <p>مسائل صفحه‌ی ۳۵</p> | ۱/۲۵ |
|---|--|------|

|   |  |      |
|---|--|------|
| ۵ | $D_f = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty) \quad (0/25) \quad , \quad D_g = [1, +\infty) \quad (0/25)$ <p>مساوی نیستند. زیرا دامنه‌ها برابر نیستند. (۰/۲۵)</p> <p>مسائل صفحه‌ی ۵۳</p> | ۰/۷۵ |
|---|--|------|

|   |  |     |
|---|--|-----|
| ۶ | <p>مسائل صفحه‌ی ۷۶ (۰/۵) <math>g \circ f = \{(0, \sqrt{2}), (1, 2)\}</math> (۰/۵)    ب) مسائل صفحه‌ی ۷۴ (۰/۵) <math>f - g = \{(1, -\frac{2}{3}), (-1, -2)\}</math> (الف)</p> <p>ج) <math>(\frac{f}{g})(1) = -\frac{2}{3}</math> (۰/۵)    مسائل صفحه‌ی ۷۵</p> | ۱/۵ |
|---|--|-----|

|   |   |      |
|---|---|------|
| ۷ | <p>(i) ب (۰/۲۵) تمرین در کلاس صفحه‌ی ۷۹    (ii) الف (۰/۲۵) تمرین در کلاس صفحه ۸۲    (iii) ب (۰/۲۵) مثال صفحه‌ی ۵۷</p> | ۰/۷۵ |
|---|---|------|

|   |  |   |
|---|--|---|
| ۸ | <p>یک به یک نیست. (۰/۲۵) بنابراین وارون پذیر نیست. (۰/۲۵)</p>  <p style="text-align: right;">(۰/۵)</p> <p>مسائل صفحه‌ی ۹۵</p> | ۱ |
|---|--|---|

|   |  |   |
|---|--|---|
| ۹ | $\cos \alpha = \frac{4}{5} \quad (0/25) \quad , \quad \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (0/25) \Rightarrow \cos(\alpha - \beta) = \underbrace{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta}_{(0/25)} = -\frac{\sqrt{2}}{10} \quad (0/25)$ <p>مسائل صفحه‌ی ۱۱۶</p> | ۱ |
|---|--|---|

ادامه در صفحه‌ی دوم

باسمه تعالی

|   |                              |
|---|------------------------------|
| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان                                     | رشته‌ی: ریاضی فیزیک          |
| سال سوم آموزش متوسطه  | تاریخ امتحان: ۰۳ / ۰۹ / ۱۳۹۴ |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۴ |                              |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir                                     |                              |

| ردیف | راهنمای تصحیح   | نمره |
|------|---|------|
| ۱۰   | $2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \cos x(2\cos x - 1) = 0 \quad (0/25)$ $\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (0/25)$ $\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">مسائل صفحه‌ی ۱۲۳</p>   | ۱/۲۵ |
| ۱۱   | $\tan \frac{4\pi}{3} = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \quad (0/25) \Rightarrow \tan^{-1}(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3} \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">مثال صفحه‌ی ۱۲۸</p>   | ۰/۷۵ |
| ۱۲   | رسم نمودار با ویژگی خواسته شده (۰/۷۵) مسائل صفحه‌ی ۱۴۴  | ۰/۷۵ |
| ۱۳   | <p>الف) <math display="block">\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x^2 + x^2 + x + 1)}{x-1} = 5 \quad (0/25)</math></p> <p>ب) <math display="block">\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2\sin^2 \frac{x}{2}}}{\frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2} \sin \frac{x}{2} }{\frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sqrt{2}\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} = -\sqrt{2} \quad (0/25)</math></p> <p style="text-align: right;">مسائل صفحه‌ی ۱۵۲ و ۱۵۳</p>   | ۱/۷۵ |
| ۱۴   | $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} \times \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{1}{2} \quad (0/25), \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} [x] + a = 1 + a \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow 1 + a = \frac{1}{2} \quad (0/25) \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">تمرین در کلاس صفحه‌ی ۱۵۶</p> | ۱/۵  |
| ۱۵   | $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 + 1 - (a^2 + 1)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)(x+a)}{x-a} = 2a \quad (0/5)$ <p style="text-align: right;">مثال صفحه‌ی ۱۶۴</p>  | ۱/۵  |
| ۱۶   | <p>الف) <math display="block">y' = \underbrace{(2 \cdot x^2)}_{(0/5)} (\cos x) - \underbrace{(\sin x)(4x^5 + 2)}_{(0/5)}</math></p> <p>ب) <math display="block">y' = \frac{2x + \cos x}{3\sqrt{(x^2 + \sin x - 1)^2}} \quad (0/5)</math></p> <p>ج) <math display="block">y' = 2 \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (0/5)</math> <p style="text-align: right;">قواعد مشتق گیری صفحات ۱۷۱ تا ۱۷۷</p> </p>  | ۲/۵  |
| ۱۷   | $S(R) = \pi R^2 \quad (0/25) \Rightarrow S'(R) = 2\pi R \quad (0/25) \Rightarrow S'(4) = 8\pi \quad (0/5)$ <p style="text-align: right;">مسائل صفحه‌ی ۱۸۱</p>   | ۱    |

همکاران محترم، لطفاً به سایر راه حل های صحیح به تناسب بارم را تقسیم کنید. با تشکر طراحان