



## عمران در تخصص ماست

### به نام خدا

در دو روز اخیر، اظهار نظرهای متفاوتی از جانب اساتید و همکاران گرامی در نقد سؤالات کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران سال ۹۲ انجام شده و دانشجویان عزیز نیز ضمن تماس‌های مکرر با مؤسسه سری عمران، خواهان دانستن نظرات اساتید این مؤسسه در رابطه با این آزمون می‌باشند. با توجه به این امر، اشاره به چند موضوع زیر را ضروری می‌دانیم:

۱- پیش از هرگونه اظهارنظری، ابتدا تلاش شما دانشجویان و دوستان عزیز را ارج نهاده و از صمیم قلب به شما دوست

عزیز، خسته نباشید عرض می‌کنیم که برای رشد و تعالی خود در زندگی، نزدیک به یک سال زحمت کشیدید.

۲- نظر اکثر دانشجویان عزیز بر این است که کنکور سال ۹۲ کنکور نسبتاً سختی (در بعضی از درس‌ها واقعاً مشکل)

بوده است. ما نیز با شما هم عقیده هستیم که کنکور امسال نسبتاً دشوار بوده اما زمانی که آزمون سخت باشد، به

طور کلی میانگین کلیه داوطلبان به طور محسوسی کاهش می‌یابد. به طور مثال در کنکور سال ۹۰ که کنکور

متوسطی بوده با میانگین حدود ۳۰ درصد داوطلبان رتبه زیر ۶۰۰ کسب کرده‌اند در حالیکه در آزمون سال ۹۱ که

کنکور سختی بوده است با میانگین حدود ۳۰ درصد داوطلبان رتبه زیر ۲۰۰ کسب کرده‌اند.

۳- بسیاری از دانشجویان که هدف آنها شرکت در کنکور سال آینده می‌باشد، احتمالاً تحت تأثیر صحبت‌های

دوستان و اساتید قرار گرفته و بر این باور خواهند بود که سؤالات کنکور امسال سؤالاتی نسبتاً سخت بوده که

هیچ نمونه مشابهی در کتاب‌های کنکور و یا جزوات اساتید نداشته است و کمی ترس و دلهره در خود احساس

می‌کنند. برای این که به شما و داوطلبان سال آینده دلگرمی داده باشیم، تلاش کردیم که با تلاش همه جانبه

اساتید مؤسسه سری عمران، پاسخ تشریحی کنکور را در کمتر از ۴۸ ساعت پس از دریافت سؤالات آزمون بر

روی سایت خود قرار دهیم و ضمناً به همه مهندسان عمران اطمینان دهیم که با مطالعه کتاب‌های سری عمران

می‌توانستید به اکثر سؤالات پاسخ دهید زیرا این سؤالات قبلاً در کتاب‌های سری عمران عیناً و یا با مشابهت

بسیار زیادی آمده است!!! این موضوع را می‌توانید در پاسخ‌های تشریحی مشاهده کنید.

۴- بیان سختی هر درس، سلیقه‌ای بوده و از نظر افراد مختلف متفاوت است ولی با توجه به اصرار فراوان دانشجویان،

با کمک اساتید مؤسسه، سؤالات کنکور امسال را با توجه به سطح آن، درصدبندی کردیم. قابل ذکر است که

درصدهای در نظر گرفته شده در هر درس با توجه به میزان سختی و درصد پاسخگویی داوطلبانی که مجاز به

انتخاب رشته خواهند شد، لحاظ شده است و می‌توان مطابق زیر آن را دسته‌بندی کرد:

۱۰٪ - ۰٪ : سؤال بسیار سخت است.

۴۰٪ - ۱۰٪ : سطح سؤال دشوار است و دانشجویانی که آمادگی کاملی داشتند، می‌توانستند به این سؤالات پاسخ

دهند.

۷۰٪ - ۴۰٪ : سؤال متوسط است و یا ایده مطرح شده در آن مشابه کنکور سال‌های گذشته می‌باشد.

۱۰۰٪ - ۷۰٪ : سؤال بسیار راحت است و یا عیناً مشابه کنکور سال‌های گذشته می‌باشد.

سؤالات زبان عمومی نسبت به سؤالات سال‌های گذشته سخت‌تر طرح شده بود و می‌توان گفت آزمون فوق یکی از سخت‌ترین آزمون‌های مطرح شده در چند سال اخیر است. اما همان‌طور که در کتاب زبان عمومی نیز بیان شد با وجود سختی آزمون، باز هم تعداد ۶ سؤال را می‌توانستید با بررسی لغات کنکورهای سال‌های گذشته پاسخ دهید. در قسمت گرامر ۳ سؤال از مبحث ضمائر موصولی و ۲ سؤال از بحث صفت و قید مطرح شده بود که با آشنایی با ایده‌های سؤالات کنکورهای گذشته و تکنیک‌های پاسخگویی به تست‌های گرامر و حذف گزینه که در کتاب زبان عمومی به طور کامل بررسی شد، می‌توانستید به این سؤالات پاسخ دهید.

متن زبان تخصصی در کنکور امسال مشابه سال گذشته استاندارد مطرح شده، که این امر نشان دهنده درک طراح از شرایط دانشجویان در جلسه کنکور دارد. ۵ سؤال انتهایی این درس (سؤالات دانش عمومی) نسبت به سال گذشته آسان‌تر مطرح شده بود. در یک ارزیابی کلی پاسخ به ۵-۶ تست از درس زبان عمومی و ۸-۱۰ تست در درس زبان تخصصی، عملکرد مناسبی برای دانشجویان محسوب می‌شود.

سؤالات ریاضی در رشته عمران از سال ۹۰ به بعد تغییر الگوی محسوسی داشته است. طرح سؤالات ریاضی آزمون سال ۹۲ بسیار غیر استاندارد به نظر می‌رسد. بیشتر سؤالات امسال از روی کتاب‌های مرجع طرح شده است که برای امتحانات تشریحی دانشگاهی مناسب بوده و این امر نشان‌دهنده آن است که طراح توجه چندانی به زمان محدود کنکور نداشته است.

با این اوصاف، حل ۵ تست از ۱۵ تست ریاضی در کنکور ۹۲ عملکرد قابل قبولی است.

در درس مقاومت مصالح، سؤالات استاندارد و مناسبی طرح شده بود که همان‌گونه که در پاسخ‌های تشریحی آورده شده است، با مطالعه کتاب سری عمران به طور کامل می‌توانستید به سؤالات آن پاسخ دهید. طراح در این درس توزیع نسبتاً مناسبی از سؤالات فصل‌های مختلف مقاومت انجام داده است. طراح این درس را می‌توان یک استاد منطقی و آگاه از شرایط شرکت‌کنندگان در کنکور دانست.

در درس تحلیل سازه‌ها سؤالات دشوار بوده و از نقاط ابهام این درس، طرح نشدن سؤال از مباحث درجه نامعینی و پایداری و ناپایداری و همچنین فرمول‌های حفظی و حل خرپاها می‌باشد. به نظر می‌رسد که طراح محترم بسیار به حل سازه‌های نامعین علاقه‌مند می‌باشد که جای بسی تعجب است. ضمناً با توجه به اینکه مبحث شیب افت جزو مباحث تحلیل سازه (۲) می‌باشد نبایستی در کنکور سراسری از آن سؤال مطرح می‌شد و در ۵ سال گذشته نیز سؤالی از آن مطرح نشده بود ولی متأسفانه طراح امسال یک سؤال از آن مطرح کرده است. به نظر می‌رسد دانشجویانی که بین ۸ تا ۱۰ سؤال را پاسخ داده‌اند، عملکرد خوبی را در این درس داشته‌اند.

آزمون امسال (۹۲) در درس مکانیک خاک و پی‌سازی نسبت به آزمون‌های سه سال اخیر به مراتب ساده‌تر و استانداردتر بوده است. طرح سؤالات جدید و استاندارد از مفاهیم پایه و اصلی، از ویژگی‌های بارز این درس در آزمون بوده است. در یک ارزیابی کلی می‌توان درس مکانیک خاک را شامل سؤالات ساده و متوسط دانست. درس پی‌سازی نیز شامل سؤالات متوسط و همچنین چند سؤال مفهومی (شاید هم سخت) بوده است که البته در کل از سال گذشته ساده‌تر بوده‌اند.

به نظر می‌رسد دانشجویانی که بین ۱۰ تا ۱۲ سؤال را پاسخ داده‌اند، عملکرد بسیار خوبی را در این درس داشته‌اند. لازم به ذکر است که با مطالعه کتاب‌های مکانیک خاک و مهندسی پی سری عمران، دانشجویان قادر به پاسخگویی به ۸۵ درصد سؤالات بودند ولی اینکه آیا در شرایط جلسه کنکور و با وقت مشخص، چنین امکانی وجود دارد یا نه، خود جای سؤال دارد و پاسخ صحیح به این سؤال، میزان استاندارد بودن آزمون را نشان می‌دهد.

#### مکانیک سیالات و هیدرولیک

#### پاسخ‌گویان: ساسان امیرافشاری، حسین فراهانی

سؤالات درس مکانیک سیالات نسبت به آزمون سال‌های گذشته نسبتاً ساده‌تر شده‌اند، به طوریکه شاهد سؤالاتی بودیم که مشابه آنها قبلاً نیز در کنکور مطرح شده بود. البته امسال نیز مانند سال گذشته، شاهد طرح ۳-۴ سؤال جدید و مشکل بودیم.

ولی در درس هیدرولیک سطح سؤالات نسبت به آزمون سال گذشته نسبتاً پایین‌تر بوده به طوریکه به سادگی می‌توان به اکثر سؤالات آن پاسخ صحیح داد.

به طور کلی به نظر می‌رسد اگر دانشجویان در مجموع به ۱۰ تا ۱۲ سؤال از این دو درس پاسخ صحیح داده باشند، عملکرد مناسبی در آزمون داشته‌اند.

لازم به ذکر است با مطالعه دقیق کتاب‌های سیالات و هیدرولیک سری عمران، امکان پاسخ‌گویی به ۹ سؤال از ۱۲ سؤال مکانیک سیالات و ۸ سؤال از ۸ سؤال هیدرولیک، وجود داشت.

#### سازه‌های فولادی و بتنی

#### پاسخ‌گویان: نادر فنائی، محمد آهنگر، حسین صباغیان

درس فولاد در کنکور امسال بسیار استاندارد و مناسب طرح شده بود و با مطالعه کتاب سری عمران، به طور کامل می‌توانستید به این سؤالات پاسخ دهید. طرح سؤال در این درس کار دشواری بوده و طراح در این درس، عملکرد بسیار خوبی داشته است. متأسفانه درس بتن در کنکور امسال، در تعدادی از تست‌ها سلیقه‌ای و غیراستاندارد طرح شده بود. از طرفی طراح بودجه‌بندی فصل‌ها را رعایت نکرده بود. در مجموع حل کردن ۷ سؤال از ۱۶ سؤال عملکرد نسبتاً خوب و حل کردن ۱۰ سؤال از ۱۶ سؤال عملکرد بسیار خوبی در درس فولاد و بتن محسوب می‌شود.

#### راهسازی و روسازی

#### پاسخ‌گویان: مسعود مهدیان، مسعود دانایی

در درس راهسازی سؤالات استاندارد و متناسب با شرایط کنکور طرح شده بود و با تکیه بر کتاب راهسازی سری عمران انتظار حل ۹۰٪ سؤالات، انتظار بی‌راهی نبود.

در درس روسازی مشابه سال گذشته، سؤالات ناعادلانه و سلیقه‌ای طرح شده و طراح بدون مطالعه مراجع موجود، طرح سؤال را انجام داده است. از جمله نکات منفی در طرح این سؤالات، عدم رعایت توزیع مناسب سؤالات بین بخش‌های مهمی نظیر طراحی روسازی، بارگذاری و ... است. در این آزمون حتی یک مسئله که بتوان با آن مهارت یک دانشجوی فنی را آزمایش کرد نیز به چشم نمی‌خورد.

با این اوصاف، حل ۵ تست از ۱۴ تست راهسازی و روسازی در کنکور ۹۱ عملکرد مناسب و حل ۹ تست از ۱۴ تست عملکرد فوق‌العاده‌ای محسوب می‌شود.

در پایان از شما دانشجویان عزیز که به کتاب‌ها و کلاس‌های مؤسسه سری عمران اعتماد کرده‌اید کمال تشکر را داریم و مجدداً یادآوری می‌کنیم که تلاش شبانه‌روزی سری عمران، داشتن نقشی هر چند کوچک در اعتلای دانش مهندسين عزیز می‌باشد. ضمناً جهت اطلاعات بیشتر می‌توانید به قسمت تالار گفتگو در سایت سری عمران [www.serieomran.ir](http://www.serieomran.ir) مراجعه نمایید.

به یادتان هستیم به یادمان باشید

سری عمران



اگر دانشگاه اصلاح نشود، ملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)

# آزمون سراسری سال ۱۳۹۲

## کارشناسی ارشد

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوالات	از شماره	تا شماره
۱	زبان تخصصی	۳۰	۱	۳۰
۲	ریاضیات	۱۵	۳۱	۴۵
۳	مکانیک جامدات (مقاومت مصالح - خلیل سازه‌ها)	۲۰	۴۶	۶۵
۴	مکانیک خاک و پی	۲۰	۶۶	۸۵
۵	مکانیک سیالات و هیدرولیک	۲۰	۸۶	۱۰۵
۶	طراحی (سازه‌های فولادی و بتنی - راهسازی و روسازی راه)	۳۰	۱۰۵	۱۳۵

گروه پاسخ دهنندگان:

نادر فنائی، محمد آهنگر، حسین صباغیان، ساسان امیرافشاری، حسین فراهانی، مسعود مهدیان،  
مهدی اژدرنژاد، مجید فرقانی، محمد اصفهانی، زهرا آهنگر، مسعود دانایی، محسن حیدری



## زبان

۱- (۲)

۶۰٪

هنگامی که مقاله دانش آموز را میخواندم گیج شدم، زیرا فاقد ..... بود. ابتدا درباره سفری به یک مزرعه گفته بود و سپس امتحان ریاضی اش را توضیح داده بود، (در حالیکه) قرار بود موضوع او درباره یک ساختمان برگزیده باشد.

- (۱) پشتکار - ایستادگی (۲) انسجام - پیوستگی (۳) تعادل (۴) استنباط - استنتاج

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، درس ۳، لغت ۱۸

۱۸- پیوستگی، انسجام  
coherence  
Syn: consistency  
There was no **coherence** between the first and the second half of the film.  
بین نیمه اول و دوم فیلم هیچگونه انسجامی وجود نداشت.

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، تست ۱۰ درس ۳

The points the author makes are fine, but the whole essay lacks .....  
1) coherence 2) profile 3) route 4) solidarity  
نکاتی که نویسنده به آن اشاره می کند خوب است اما کل مقاله فاقد پیوستگی می باشد.  
(۱) پیوستگی، انسجام (۲) نیمرخ (۳) مسیر، راه (۴) اتحاد

۲- (۱)

۵٪

اگر شما در پاییز اینجا باشید، خواهید دید که درخت بلوط در حال از دست دادن برگهایش است. اکثر درختان بلوط ..... میباشند، یعنی برگهایشان را در پاییز از دست میدهند.

- (۱) برگریز (۲) همزی (۳) تغییر ناپذیر (۴) نامتقارن

۳- (۱)

۵٪

هنگامی که من به ملاقات (او) رفتم، خوشامدگویی مارشا ..... بود. افراد معدودی به من گفته بودند که او اغلب سرد و غیر دوستانه است، اما من چنین برداشتی از او نکردم.

- (۱) دوستانه - صمیمی (۲) اجتناب ناپذیر (۳) بسیار گرسنه (۴) افسرده

۴- (۴)

۴۰٪

یکی از عرصه هایی که در آن خوشامدگویی ها بارز میگردد، ..... میباشد. برای مثال اینکه شخص زودتر سلام میکند و چگونه فردی مورد خوش آمدگویی قرار میگیرد، میتواند بخشی از سیستم لایه بندی در یک جامعه باشد.

- (۱) هیبت (۲) مرگ (۳) بازداری (۴) شان - مقام

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، لغت ۵۱ درس ۴

۵۱- شان، مقام  
status  
The success of her book has given her unexpected celebrity **status**.  
موفقیت کتابش، شهرتی پیش بینی نشده برایش به همراه داشت.

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، تست ۲۹، درس ۴

In many countries, doctors have traditionally enjoyed high social .....  
1) arena 2) status 3) circumstance 4) disposition  
در بسیاری از کشورها، دکترها به شکل سنتی از شان اجتماعی بالایی بهره مند گردیده اند.  
(۱) استادیوم (۲) شان، مقام (۳) مقتضیات، شرایط (۴) تمایل، خلق و خو

## کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، تست ۱۹، درس ۵

The association works to promote the ..... of retired people as active and useful members of the community.

- 1) status                      2) posture                      3) standpoint                      4) disclosure

انجمن می‌کوشد تا شان افراد بازنشسته را مانند افراد فعال و مفید جامعه ارتقاء دهد.  
 (۱) شأن، مقام                      (۲) طرز ایستادن یا قرار گرفتن، موضع  
 (۳) نقطه‌نظر، دیدگاه                      (۴) افشاء

۳۰٪

۵- (۳)

کارگران خدمات اجتماعی به دلیل نادیده گرفتن تقاضای آن زن برای کمک، به شدت مورد ..... دادگاه قرار گرفتند.  
 (۱) تغییر شکل دادن                      (۲) مجبور کردن  
 (۳) سرزنش کردن - توبیخ کردن                      (۴) مجبور کردن

## کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، لغت ۱۰ درس ۱۲

rebuke

۱۰- سرزنش کردن، توبیخ کردن

Syn: reprimand, reprove, censure

 Members of the jury were sharply **rebuked** for speaking to the press.

 اعضای هیئت منصفه برای صحبت با مطبوعات به شدت توبیخ شدند.

۵٪

۶- (۲)

کیت با ..... از مهارت‌هایش، نباید مشکلی در پیدا کردن شغل داشته باشد.  
 (۱) ضمیمه                      (۲) کارنامه ای (مجموعه ای)                      (۳) آغاز  
 (۴) خبرگی - مهارت

۳۰٪

۷- (۴)

برای ..... به کسالتی که در زندگیم شکل گرفته بود، تصمیم گرفتم که برای یک سال در یک مزرعه زندگی کنم.  
 (۱) نوسان کردن                      (۲) استخراج کردن                      (۳) حواس (کسی را) پرت کردن                      (۴) تسکین دادن

## کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، لغت ۲۴ درس ۱۲

alleviate

۲۴- تسکین دادن

Syn: lessen, assuage

 Heavy rains in March **alleviated** the drought conditions.

 بارندگی سنگین در ماه مارس شرایط خشکسالی را تسکین داد.

## کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، تست ۱۳ درس ۱۳

Heavy rains in March ..... the drought conditions.

- 1) alleviated                      2) revealed                      3) accelerated                      4) envisioned

بارندگی‌های سنگین در ماه مارس، شرایط خشکسالی را تسکین داد.  
 (۱) تسکین دادن                      (۲) نشان دادن، آشکار کردن  
 (۳) شتاب دادن                      (۴) تصور کردن، انتظار داشتن

۵٪

۸- (۲)

ما باید معلمان کشورمان را ..... زیرا آنها عمده مسئولیت آموزش آینده (نسل‌های آینده) را بر عهده دارند.  
 (۱) (به صورت واژه) بیان کردن                      (۲) حمایت کردن - تبرئه کردن                      (۳) تکریم کردن                      (۴) تایید کردن  
**توجه:** در صورتیکه حرف d در انتهای گزینه سوم ایراد تایپی باشد، این گزینه میتواند پاسخ بهتری برای این تست باشد.

۹- (۱)

۷۰٪

دوقلوهای با سن .....، در دوره پرورش نسبت به متغیرهای محیطی در مقایسه با خواهر و برادرها بهتر تطابق پیدا می کنند.  
(۱) یکسان - مساوی (۲) ناپایدار (۳) مجاور (۴) سازگار

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، لغت ۲۷ درس ۲

**identical** ۲۷- یکسان، مشابه  
The two rooms were virtually **identical**.  
اتاق‌ها (۲ اتاق) تقریباً مشابه بودند.

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، تست ۶ درس ۱

Roman coins that she showed me were ..... to the one I had found in the garden.  
1) crucial 2) specific 3) adjacent 4) identical  
سکه‌های رومی که او به من نشان داد با آن که در باغ پیدا کردم یکسان بود.  
(۱) حیاتی، بسیار مهم (۲) مشخص (۳) همجوار (۴) یکسان

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، تست ۱۶ درس ۲

The interests of both parties may not be ....., but they do overlap considerably.  
1) explicit 2) vital 3) adequate 4) identical  
علاقه‌های دو حزب ممکن است که با یکدیگر یکسان نباشد اما آنها اشتراکات قابل توجهی دارند.  
(۱) واضح، آشکار (۲) حیاتی، ضروری (۳) کافی (۴) یکسان

۱۰- (۳)

۷۰٪

ویژگی اصلی مثبت ۱۲۳ برای ویندوز (سیستم عامل) ..... آن با تمامی نسخه های قبلی این محصول میباشد.  
(۱) تمایز - ناهمخوانی (۲) بی طرفی (۳) سازگاری (۴) وضوح

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، لغت ۱۶ درس ۱

**compatible** ۱۶- سازگار  
Such policies are not **compatible** with democratic government.  
چنین سیاست‌هایی با یک حکومت دموکراتیک سازگار نیستند.

۱۱- (۳)

۴۰٪

- در ابتدا به جمله‌ای که در آن جای خالی قرار گرفته دقت کنید:

The conclusion from such experiments ..... stimulation gives the animals pleasure.

توجه کنید که در جمله فعل give و در گزینه ها فعل is قرار دارد، و برای ارتباط این دو فعل نیاز به ضمیر موصولی داریم بنابراین تنها گزینه ۳ میتواند صحیح باشد. مهندسان عزیز دقت کنید که برای ارتباط دو جمله نیاز به ضمیر موصولی داریم، لذا گزینه (۱) و (۲) فاقد ضمیر موصولی و نادرست می باشند. در صورت انتخاب ضمیر موصولی whose دیگر دو فعل در جمله قرار ندارد (در نتیجه بحث استفاده از ضمیر موصولی را در این جمله غیر ضروری می کند) و این گزینه نیز نمیتواند پاسخ صحیحی باشد.

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، نکته کاربردی ۱ از مهارت دوم فصل اول

**نکته کاربردی ۱:** همانطور که در مهارت اول نیز بیان شد زمانی نیاز به ضمیر موصولی داریم که بخواهیم دو جمله را به یکدیگر ارتباط دهیم. بنابراین شما باید در تست‌ها توجه کنید، در صورتی که دو جمله (همراه با دو فعل) داشتیم، نیاز به یک ضمیر موصولی مناسب در جمله خواهیم داشت. جهت درک بیشتر به مثال‌های زیر توجه کنید:

The man who came by bus teaches English.

مردی که با اتوبوس آمد، انگلیسی درس می دهد.

تست ۵، صفحه ۱۴، فصل اول گرامر

Health is clearly an important concern ..... both individuals and the planet as a whole.

- 1) affects 2) it affects 3) that affects 4) that it affects

پایه: سلامتی به وضوح عامل مهمی است که هم افراد و هم کل کره زمین را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

توجه کنید که در این تست دو جمله با دو فعل *is* و *affect* وجود دارد که به یکدیگر متصل شده‌اند. بنابراین نیاز به یک ضمیر موصولی برای ارتباط آنها داریم و گزینه (۱) و (۲) فاقد ضمیر موصولی و نادرست می‌باشند. (نکته ۱)  
دقت کنید که ضمیر موصولی دو جمله زیر را به هم ارتباط می‌دهد.

1- *Health is an important concern.*

فاعل فاعل

2- *Health affects both individuals and the planet as a whole.*

فاعل فعل

*Health* در دو جمله نقش فاعلی دارد بنابراین برای جایگزینی یکی از آنها با ضمیر موصولی و ارتباط دو جمله، *that* نقش فاعلی دارد و بلافاصله بعد آن فعل قرار می‌گیرد و گزینه (۳) صحیح می‌باشد.  
شایان ذکر است در صورتی که گزینه (۴) را انتخاب کنید، برای ارتباط دو جمله از دو ضمیر *that* و *it* که به اسم *Health* اشاره دارد، استفاده کرده‌اید که نادرست است.

توجه: کلیه تست‌های مطرح شده در مهارت (۲) فصل اول کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد) مشابه با این تست می‌باشند.

۱۲- (۴)

۷۵٪

این تست را از دو طریق می‌توانید پاسخ دهید:  
- حذف گزینه:

دقت کنید که گزینه ۱ و ۳ هر دو ضمیر موصولی مکان هستند و بنابراین در صورت انتخاب یکی، گزینه دیگر نیز صحیح می‌شود، پس این دو گزینه نادرست هستند (به خاطر دارید که از این نکته برای پاسخ به تست ۲۵ در صفحه ۲۷ کتاب نیز استفاده کردیم).  
در گزینه ۲ استفاده از فاعل *they* نادرست است به این دلیل که جمله در رابطه با یک مکان در مغز صحبت می‌کند و باید از فاعلی که مشخص کننده مکان است، استفاده شود (در این جا ضمیر موصولی نقش مفعولی دارد که کلاً ساختار نادرستی است). بنابراین گزینه ۴ صحیح است.  
- دقت کنید که جمله اول یک جمله مستقل است:

One important centre is in the septal region.

و در جمله دوم نیز در رابطه با One important centre صحبت کرده، پس نیازی به ربط دو جمله با ضمیر موصولی نمی‌باشد و تنها گزینه ۴ می‌تواند صحیح باشد. دقت کنید که در این سوال دو جمله مستقل از یکدیگر وجود دارد که با حرف ربط *and* به یکدیگر متصل شده‌اند.  
با استفاده از ایده‌های مطرح شده برای پاسخ به دو تست زیر می‌توانستید با حذف گزینه به پاسخ صحیح برسید.

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، تست ۲۵، صفحه ۲۷

The streams formed in all possible ways join to form rivers ..... they are the tributaries.

1) that

2) of which

3) in that

4) which

پایه: جریان‌هایی که در مسیرهای مختلف تشکیل شده‌اند به یکدیگر می‌پیوندند تا رودخانه‌هایی را تشکیل دهند که خودشان (جریان‌ها) شاخه‌های فرعی آنها (رودخانه‌ها) می‌باشند.

در گزینه‌ها عبارت *of which* قرار دارد بنابراین باید بررسی کنیم که آیا ترکیب اضافی قبل از اتصال دو جمله وجود داشته است یا خیر.

{ The streams formed in all possible ways joint to form rivers.

{ They are the tributaries of rivers.

ترکیب اضافی

بنابراین با توجه به وجود ترکیب اضافی برای اتصال دو جمله باید از *of which* استفاده کرد و گزینه (۲) صحیح است.

تذکره: در صورتی که نتوانستید این ترکیب اضافی را تشخیص دهید، می‌توانید از استدلال‌های زیر که در بسیاری از تست‌ها جهت رسیدن به پاسخ صحیح به شما کمک می‌کند، استفاده کنید.

در ابتدا دقت کنید که قبل از *that* نمی‌تواند حرف اضافه قرار گیرد و گزینه (۳) نادرست است، حال به گزینه (۱)، (۴) و قبل و بعد از جای خالی توجه کنید.

rivers ..... they are the .....

اسم غیر جاندار

فعل + فاعل

which و that

در صورتی که در این تست نیاز به ضمیر موصولی بدون حرف اضافه داشتیم، چون قبل از جای خالی اسم غیر جاندار است هر دو ضمیر موصولی *that* و *which* می‌توانستند پاسخ تست باشند اما یک تست نمی‌تواند دو پاسخ صحیح داشته باشد، بنابراین هر دو گزینه (۱) و (۴) نادرست است و گزینه (۲) پاسخ صحیح است.  
داوطلبان گرامی توجه کنید، در تست‌هایی که هر دو گزینه *which* و *that* وجود دارد و اسم قبل از آنها غیر جاندار است و قبل از جای خالی کاما قرار ندارد، می‌توانید با توجه به این نکته تعدادی از گزینه‌ها را حذف کنید.



In the industrialized nations and affluent regions in the developing world, refrigerator ..... to store foodstuffs at low temperatures.

- 1) is used                      2) that used                      3) which is used                      4) that is used

پاسخ: در کشورهای صنعتی شده و مناطق مرفه در دنیای در حال توسعه، از یخچال برای نگهداری مواد غذایی در دمای پائین استفاده می‌شود.

در ابتدا به قبل و بعد از جای خالی توجه کنید.

refrigerator ..... to store foodstuffs at low temperatures.

در این جمله فعلی وجود ندارد و تنها فعل آن در گزینه‌ها می‌باشد، بنابراین نیاز به ضمیر موصولی نداریم و گزینه (۱) صحیح است.

تذکر: جهت بررسی آنکه نیاز به ضمیر موصولی داریم یا نه، باید در تست‌ها در ابتدا دو جمله به همراه دو فعل را مشخص کنید.

۱۰٪

۱۳- (۱)

توجه کنید که استفاده از فعل are در دو گزینه آخر نادرست است و در این جا نیاز به یک قید داریم. Either در نقش قید برای جملات منفی جایگزین also و too می‌گردد و با توجه به مثبت بودن این جمله گزینه ۱ صحیح است.

۳۰٪

۱۴- (۲)

به کل جمله‌ای که این جای خالی در آن قرار دارد، دقت کنید:

when the septal region is stimulated in conscious patients ..... neurosurgery, they experience feelings of pleasure, optimism, euphoria, and happiness.

با توجه به وجود فعل is و undergo نیاز به ضمیر موصولی داریم. با در نظر گرفتن اینکه در گزینه‌ها یک فعل واحد به چهار شکل پیشنهاد شده است، بنابراین تست فوق از مبحث حذف ضمائر موصولی می‌باشد و تنها گزینه ۲ می‌تواند صحیح باشد. به خاطر دارید که در مبحث حذف ضمائر موصولی تنها فرم (فعل+ing) و یا P.P می‌تواند صحیح باشد و در این تست به علت عدم وجود گزینه‌های undergone نیازی به تشخیص معلوم و مجهول بودن فعل نیست و undergoing صحیح است.

تکنیک حل تست مهارت سوم:

شما در سؤالات این قسمت در کنکور کارشناسی ارشد با تستی مواجه هستید که یک فعل واحد را در چهار شکل به شما پیشنهاد کرده‌اند که از بین این چهار گزینه حتماً یکی به شکل (فعل+ing) و یا (قسمت سوم فعل) نوشته شده است. حال برای پاسخ به این گونه سؤالات:

۱- در ابتدا توجه کنید که دو جمله با دو فعل وجود دارد و نیاز به ضمیر موصولی داریم یا نه (در مهارت دوم به طور کامل با این موضوع آشنا شدیم).

۲- حال با توجه به معلوم و مجهول بودن فعل جمله قبل از حذف، یکی از دو گزینه ing+ فعل و یا قسمت سوم فعل می‌تواند پاسخ تست باشد.

ing+ فعل ⇒ در صورتی که فعل قبل از حذف معلوم باشد

قسمت سوم فعل ⇒ در صورتی که فعل قبل از حذف مجهول باشد (p.p. یا being p.p.)

تست ۱۹، صفحه ۲۲

1- Activities ..... companionship and a new interest can help.

- 1) that giving                      2) give                      3) giving                      4) which given

پاسخ: فعالیت‌هایی که همراهی (مصاحبت) و علاقه جدید ایجاد کنند، می‌توانند مؤثر باشند (کمک کنند).

با توجه به وجود دو جمله به همراه دو فعل give و can، نیاز به یک ضمیر موصولی داریم در گزینه‌های (۱) و (۴) پس از ضمیر موصولی اسم مصدر (ing+ فعل) و قسمت سوم فعل (p.p) قرار دارد که نمی‌تواند جایگزین فعل اصلی در جمله شود بنابراین این دو گزینه نادرست است (داوطلبانی که با مفاهیم مربوط به فعل مانند مصدر، اسم مصدر، فعل اصلی و ... ناآشنا هستند می‌توانند برای تسلط بر آنها به مهارت (۵) فصل دوم رجوع کنند). در گزینه‌های (۲) و (۳) ضمیر موصولی دیده نمی‌شود بنابراین حتماً ضمیر موصولی حذف شده است که تنها گزینه (۳) با ساختار (ing+ فعل) می‌تواند صحیح باشد.

Activities which are giving companionship and a new interest can help.

giving

توجه: کلیه تست‌های مطرح شده در مهارت ۳ فصل اول کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد) مشابه با این تست می‌باشد.

با توجه به وجود تضاد در جمله و ویرگول بعد از جای خالی، گزینه ۲ صحیح است.  
همچنین بخشهایی از مغز به وضوح باعث اضطراب موشها در زمانی که به صورت الکتریکی تحریک میشوند، میگردند، این مناطق، مراکز آزار دهنده نامیده میشوند. .... وجود مراکز آزار دهنده نسبت به reward centres با اطمینان کمتری میباشد.

تضاد (اگرچه)

کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد)، تست ۳۱، صفحه ۱۱۹

Unfortunately, .... (31)...., they were wiped out by disease. This species is now extinct but could have been saved by the cloning technology we have today.

- 1) although      2) despite      3) however      4) hence

۳۱- با توجه به کلمات ربط قیدی متفاوت در گزینه‌ها باید نوع ارتباط بین دو جمله را تشخیص دهیم.  
برای یک برنامه تولید مثل جمع‌آوری شدند ..... به وسیله یک بیماری از بین رفتند.

تضاد (اگرچه)

با توجه به کلمه ربط تضاد و ویرگول گزینه (۳) صحیح است.

**توجه:** در حدود ۱۰ سؤال مشابه دیگر از مبحث ارتباط دهنده‌های جمله connectors در مهارت پنجم از فصل (۳) کتاب زبان عمومی (سری عمومی ارشد) بررسی شده است.

بخش درک مطلب:

متن اول:

در سال ۱۸۸۹ از برج ایفل در بازار جهانی پاریس رونمایی گردید، علیرغم بحث‌های اولیه در خصوص جذابیت ظاهری (مربوط به زیبایی سازه) آن، طی مدت کوتاهی تبدیل به نماد شهر و سمبل پیشرفت تکنیکی گردید. بیش از صد سال بعد، در بازیهای المپیک ۲۰۰۸ پکن، چین از شاهکار معماری خودش رونمایی کرد که مانند برج ایفل یک ابر پروژه فولادی بود. استادیوم ملی پکن که غالباً آن را به نام لانه پرنده می‌شناسند ۵ سال طول کشید تا تکمیل گردد و از ۴۲۰۰۰ تن فولاد ساخته شد که آن را تبدیل به بزرگترین سازه فولادی در جهان کرد.

با طول ۳۳۰ متر، عرض ۲۲۰ متر و ارتفاع ۶۹/۲ متر، طراحی استادیوم لانه پرنده بر مبنای ۲۴ ستون خریایی هر یک به وزن ۱۰۰۰ تن میباشد. هنگامی که در سال ۲۰۰۵ ساخت پوسته فولادی بیرونی استادیوم آغاز شد، به علت وزن ستونها، هیچ جرثقیلی قادر به بلند کردن آنها نبود. در نتیجه، ستونها در تکه‌هایی (مجزا) به پکن منتقل شدند و در موقعیت مورد نظر نصب گردیدند. وقتی که هر ۲۴ ستون در موقعیت قرار گرفتند، تیرهای کوچکتر میان آنها جوش داده شدند تا سختی بیشتری به سازه ببخشند و ظاهر منحصر به فرد، بیضوی شکل و بطور اریب هاشور خورده آن را بهبود بخشند. در نهایت مجموعه سوم تیرها اضافه شد تا بخش شفاف، (همان) پوسته پلیمری را که پوشش بین تیرهای فولادی را تامین می‌کند، نگه دارند.

سه ماه تحقیق منجر به تولید فولادی جدید با محتوای پایین فسفر و سولفور گردید (میزان فسفر و سولفور در آهن جدید کاهش یافته بوده). که آن را Q35 نامیدند. Q35 فولادی با سختی بالاست که قادر به تحمل تنشهایی تا ۳۵۰۰۰۰۰۰ پاسکال میباشد. این امر میتواند در ساخت ۲۴ ستون خریایی که هر کدامشان ۳۰۰ متر طول داشتند و انتظار میرفت که ۱۱۲۰۰ تن بار را تحمل نمایند، تعیین کننده باشد. با این همه، فولادهای با مقاومت بالا مشکلات خاص خودشان را نیز طی ساخت داشتند، مثلاً اینکه غالباً در موقعیتهای مخاطره آمیز و مرتفع به دماهای بالاتری برای جوشکاری نیاز داشتند. علاوه بر این، جوشکاری صرفاً در دمای ۱۵-۱۶ درجه سانتی گراد قابل انجام بود که به این معنا بود که کارگران مجبور بودند در ساعات عصر جوشکاری کنند. در آگوست سال ۲۰۰۶ بیش از ۴۰۰ جوشکار سه شب کار کردند تا ۳۲۰ کیلومتر درز جوش مورد نیاز برای نصب قاب فولادی شمالی و مشبک استادیوم را جوش دهند.

در سپتامبر ۲۰۰۶ به نظر میرسید که سازه قادر است که روی پای خودش بایستد و ۷۸ پایه نگهدارنده در مقابل تیمهای مضطرب طراحی و ساخت یک به یک برداشته شدند و کل سازه برای ایستادن روی پای خودش رها گردید. مانند برج ایفل، لانه کبوتر نیز بدون نقد نبوده است خصوصاً برای سبک و ظاهر غیر سنتی اش. با این حال لانه کبوتر تبدیل به سمبلی تکان دهنده از چین مدرن و توانمندی مهندسی بشر گردیده است.

نقش اصلی سازه ای ستونها در استادیوم چیست؟

- (۱) تحمل بارهای ثقلی      (۲) تحمل بارها در زمان ساخت      (۳) تحمل بار باد      (۴) تحمل بار زلزله در زمان ساخت

پایه به اولین جمله از پاراگراف آخر توجه کنید:

"در سپتامبر ۲۰۰۶ به نظر میرسید که سازه قادر است که روی پای خودش بایستد و ۷۸ پایه نگهدارنده در مقابل تیمهای مضطرب طراحی و ساخت یک به یک برداشته شد و کل سازه برای ایستادن روی پای خودش رها گردید." در واقع نقش پایه نگهدارنده، کمک به پایداری سازه و تحمل بارهای مختلف در زمان ساخت آن بوده است.

۱۷- (۴)

۷۰٪

مطابق متن، کدام گزینه صحیح میباشد؟

- (۱) افزایش میزان سولفور باعث کاهش شکل پذیری فولاد میگردد  
(۲) افزایش میزان فسفر باعث افزایش شکل پذیری فولاد میگردد  
(۳) افزایش میزان سولفور باعث افزایش سختی فولاد میگردد  
(۴) افزایش میزان فسفر باعث کاهش سختی فولاد میگردد

پایه به اولین جمله از پاراگراف سوم توجه کنید:

"سه ماه تحقیق منجر به تولید فولادی جدید با محتوای پایین فسفر و سولفور گردید (میزان فسفر و سولفور در آهن جدید کاهش یافته بوده). که آن را Q35 نامیدند. Q35 فولادی با سختی بالاست که قادر به تحمل تنشهایی تا ۳۵۰۰۰۰۰۰ پاسکال میباشد." بنابراین کاهش میزان فسفر و سولفور باعث افزایش سختی فولاد میگردد. میتوان اینگونه نتیجه گرفت که افزایش هر یک از این عناصر باعث کاهش سختی فولاد میگردد. بنابراین گزینه ۴ صحیح میباشد.

۱۸- (۱)

۴۰٪

وزن تیرها و سقف های استادیوم بازیهای المپیک پکن چقدر است؟

- (۱) ۱۸۰۰۰ تن (۲) ۴۲۰۰۰ تن (۳) ۲۴۰۰۰ تن (۴) ۶۶۰۰۰ تن

پایه در آخرین خط از پاراگراف اول اشاره شده است که کل وزن فولاد در سازه مورد نظر ۴۲۰۰۰ تن میباشد. همچنین در پاراگراف دوم ذکر شده که این سازه دارای ۲۴ ستون هریک به وزن ۱۰۰۰ تن میباشد. بنابراین وزن تیرها و سقف ها، از کم کردن وزن ستونها از وزن کل سازه بدست می آید.

$$۴۲۰۰۰ - (۲۴ \times ۱۰۰۰) = ۱۸۰۰۰$$

۱۹- (۱)

۸۰٪

کدامیک بزرگترین سازه فولادی در جهان میباشد.

- (۱) لانه کبوتر (۲) بازار جهانی پاریس (۳) برج ایفل (۴) پل سانفرانسیسکو

پایه پاسخ این تست به وضوح در آخرین جمله از پاراگراف اول آمده است.

۲۰- (۴)

۵۰٪

اصلی ترین چالش قبل از اینکه برج ایفل ساخته شود چه بود؟

- (۱) آسانسور سازه (۲) اندازه سازه (۳) پایداری سازه (۴) زیبایی سازه

پایه به اولین جمله از پاراگراف اول متن توجه کنید:

در سال ۱۸۸۹ از برج ایفل در بازار جهانی پاریس رونمایی گردید، علیرغم بحث های اولیه در خصوص جذابیت ظاهری (مربوط به زیبایی سازه) آن، طی مدت کوتاهی تبدیل به .....

متن دوم:

انتخاب مدلهای پیش بینی حرکت زمین و تعیین سهم وزنی هر یک از آنها جهت تخصیص، یک مولفه اساسی از تحلیل خطر زلزله میباشد. نشان داده شد که عدم قطعیت مرتبط با انتخاب مدل میرایی بیش از سایر جنبه های مدلسازی لرزه ای بر روی نتایج خطر تاثیر میگذارد. با این عدم قطعیت شناختی غالباً بوسیله یک رویکرد نظر کارشناسی و در قالب یک چهارچوب درخت منطقی برخورد میگردد. وزن های شاخه ای در چهار چوب درخت منطقی متناظر با درجه اعتقاد متخصصان به مدلهای مختلف پیش بینی میباشد. هرچند که به نظر ساده میرسد، رویکرد درخت منطقی ابزاری چالش بر انگیز برای غلبه بر این عدم قطعیت میباشد. بسیاری از متخصصان بر این باورند که هر تلاشی برای تخصیص اعداد به درجات باور یک اشتباه استراتژیک است. از نقطه نظری دیگر، اشاره شده است که به دلیل انتخاب غیر رسمی مدلهای شاخه و وزن آنها، مشکلات بالقوه در ساخت و استفاده از درختهای منطقی انتظاری معقول است. علاوه بر این ملاحظات عمومی، فقدان متخصصین بومی مجرب مانعی مضاعف برای استفاده از درختهای منطقی در مناطقی نظیر ایران است.

۲۱- (۳)

۳۰٪

مطابق متن، کدام گزاره صحیح است؟

- (۱) صرفاً یک مدل میرایی میتواند برای تحلیل خطر زلزله مورد استفاده قرار بگیرد
- (۲) تحلیل خطر زلزله وابسته به مدل میرایی نمیشد
- (۳) امکان استفاده از مدلهای میرایی در تحلیل خطر زلزله وجود دارد
- (۴) مدل میرایی وابسته به ویژگیهای خطر زلزله نمیشد

۲۲- (۲)

۵۰٪

چه نوعی از عدم قطعیت در انتخاب مدل میرایی وجود دارد؟

- (۱) عدم قطعیت شانس
  - (۲) عدم قطعیت شناختی
  - (۳) عدم قطعیت تصادفی
  - (۴) بدون عدم قطعیت
- پاسخ: پاسخ این سوال در ابتدای خط چهارم مورد اشاره قرار گرفته است.

۲۳- (۱)

۵۰٪

واژه pitfall چه معنایی دارد؟

- (۱) مشکل
- (۲) درخت منطقی
- (۳) عدم قطعیت
- (۴) خطر زلزله

۲۴- (۳)

۷۰٪

چالش اصلی استفاده از درخت منطقی برای تحلیل خطر زلزله در ایران کدام است؟

- (۱) فقدان مدلهای میرایی
- (۲) فقدان حرکات زمین
- (۳) فقدان متخصصین
- (۴) فقدان دانش درباره عدم قطعیت

پاسخ: به آخرین جمله متن توجه کنید:

the absence of domestic experienced experts is additional impediment with the use of logic trees in regions such as Iran.

**تذکر:** با توجه به کلمه additional در این جمله نمیتوان با صراحت گفت اصلیترین چالش فقدان متخصصین است. اما با در نظر گرفتن اینکه صورت سؤال چالش استفاده از درخت منطقی را برای ایران مطرح کرده است. بهترین گزینه (۳) است.

۲۵- (۱)

۵۰٪

واژه impediment در این متن به چه معنایی می باشد؟

- (۱) مشکل
- (۲) تحلیل عدم قطعیت
- (۳) تحلیل درخت منطق
- (۴) متخصصین بومی باتجربه

۲۶- (۲)

۸۰٪

مصلح ساخت و ساز که به احتمال زیاد به طور فراوان در سازه های بنایی (غیر مسلح) یافت میشود، ..... میباشد.

- (۱) فولاد
- (۲) آجر
- (۳) آلومینیوم
- (۴) بتن مسلح

۲۷- (۲)

۹۰٪

خرش خصوصیتی از بتن است که به واسطه آن بتن به تغییر شکل تحت بارهای ..... ادامه میدهد.

- (۱) مناسب
- (۲) پایدار (مداوم)
- (۳) معلق
- (۴) اساسی

۲۸- (۴)

۹۰٪

یک پدیده شکست که مرتبط با تنش دوره ای میباشد، معروف است به:

- (۱) سخت شدگی کرنشی
- (۲) مفصل پلاستیک
- (۳) شکست نرم
- (۴) خستگی

۲۹- (۳)

۸۰٪

تنش هایی که در اثر خمش سرد و راست کردن، سرد کردن بعد از نورد یا بوسیله جوشکاری ایجاد میگردند، ..... نامیده میشوند.

- (۱) تنشهای تسلیم
- (۲) تنشهای نهایی
- (۳) تنشهای پسماند
- (۴) تنش های بار بهره برداری

۳۰- (۴)

۷۰٪

شخصی که میتواند بین شن و ماسه با بازرسی بصری ..... .

- (۱) حل کردن - تصمیم گرفتن
- (۲) تعیین کردن
- (۳) تحمل کردن
- (۴) تمایز قائل شدن

**توجه:** شکل صحیح گزینه چهارم بصورت differentiate میباشد که متاسفانه در دفترچه سوالات دارای ایراد املائی میباشد.





## ریاضیات

۳۱- (۲)

با استفاده از ایده تعریف مشتق صورت سؤال را به فرم زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x+y) = f(x) - f(y) + x^2 y + xy^2$$

$$f(x+y) - f(x) = -f(y) + x^2 y + xy^2$$

$$\frac{f(x+y) - f(x)}{y} = -\frac{f(y)}{y} + x^2 + xy$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{f(x+y) - f(x)}{y} = \lim_{y \rightarrow 0} \underbrace{-\frac{f(y)}{y}}_{-1} + \lim_{y \rightarrow 0} \underbrace{(x^2 + xy)}_{x^2}$$

$$f'(x) = x^2 - 1$$

طرفین را به  $y$  تقسیم می‌کنیم:

حال از طرفین حد  $\lim_{y \rightarrow 0}$  می‌گیریم:

بنابراین می‌توان نوشت:

و در نهایت حاصل  $\sum_{k=1}^{17} f'(k)$  برابر است با:

$$\text{جواب} = \sum_{k=1}^{17} f'(k) = \sum_{k=1}^{17} k^2 - 1 = \sum_{k=1}^{17} k^2 - \sum_{k=1}^{17} 1 = 11^2 + 12^2 + \dots + 17^2 - 6 = 1393$$

۳۲- (۱)

حد موردنظر را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\text{حد} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{k}{n}\right)^{\frac{k}{n}}$$

حال با استفاده از مجموع ریمان حد فوق را محاسبه می‌کنیم:

گام اول: تشخیص جمله عمومی:

$$\left(1 + \frac{k}{n}\right)^{\frac{k}{n}} = e^{\frac{k}{n} \ln \left(1 + \frac{k}{n}\right)}$$

$$\text{توان: } a_n = \frac{k}{n} \ln \left(1 + \frac{k}{n}\right)$$

$$na_n = \frac{k}{n} \ln \left(1 + \frac{k}{n}\right)$$

$$c_k = \frac{k}{n} \Rightarrow f(c_k) = c_k \ln(1 + c_k) \Rightarrow f(x) = x \ln(1 + x)$$

گام دوم: ضرب جمله عمومی در  $n$ :

گام سوم: تشخیص  $f(c_k)$ :

گام چهارم: محاسبه  $\int_0^1 f(x) dx$

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 x \ln(1+x) dx$$

و نهایتاً انتگرال فوق را با روش جز به جز حل می‌کنیم:

$$u = \ln(1+x) \Rightarrow du = \frac{dx}{1+x}$$

$$dv = x dx \Rightarrow v = \frac{x^2}{2}$$

$$\int_0^1 x \ln(1+x) dx = \left. \frac{x^2}{2} \ln(1+x) \right|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{x^2 - 1 + 1}{1+x} dx = \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \int_0^1 \left( x - 1 + \frac{1}{1+x} \right) dx = \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \left( \frac{x^2}{2} - x + \ln(1+x) \right) \Big|_0^1$$

$$= \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - 1 + \ln 2 \right) = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{توان}$$

بنابراین جواب حد برابر  $e^{\frac{1}{4}}$  یا  $\sqrt[4]{e}$  است.

۵۵٪

۳۳- (۳)

انتگرال را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$\text{انتگرال} = \int_0^1 \frac{\ln(x+1) - \ln(x+2)}{(x+3)^2} dx = \int_0^1 \underbrace{(\ln(x+2) - \ln(x+1))}_u \cdot \underbrace{\frac{-dx}{(x+3)^2}}_{dv}$$

$$\begin{cases} du = \frac{dx}{x+2} - \frac{dx}{x+1} \\ v = \frac{1}{x+3} \end{cases}$$

$$\text{روش جز به جز} \quad \left. \frac{\ln(x+2) - \ln(x+1)}{x+3} \right|_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{x+3} \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+1} \right) dx$$

$$= \left( \frac{\ln 3}{4} - \frac{\ln 2}{4} \right) - \left( \frac{\ln 2}{3} \right) - \int_0^1 \left( \frac{1}{(x+3)(x+2)} - \frac{1}{(x+3)(x+1)} \right) dx$$

حال در انتگرال دوم با کمک تجزیه کسر داریم:

$$= \frac{1}{4} \ln 3 - \frac{1}{4} \ln 2 - \int_0^1 \frac{1}{x+2} + \frac{-1}{x+1} + \frac{-1}{x+3} dx = \frac{1}{4} \ln 3 - \frac{1}{4} \ln 2 - \left( \ln(x+2) - \frac{1}{2} \ln(x+1) - \frac{1}{2} \ln(x+3) \right) \Big|_0^1$$

$$= \frac{1}{4} \ln 3 - \frac{1}{4} \ln 2 - \left( \ln 3 - \frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 4 - \ln 2 + \frac{1}{2} \ln 1 + \frac{1}{2} \ln 3 \right)$$

$$= \left( \frac{1}{4} - 1 - \frac{1}{2} \right) \ln 3 + \left( -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 + 1 \right) \ln 2 = -\frac{5}{4} \ln 3 + \frac{23}{12} \ln 2$$

۷۰٪

۳۴- (۴)

اگر  $x_1$  و  $x_2$  دو ریشه معادله در درجه دوم  $ax^2 + bx + c$  باشند، داریم:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

پس می توان نوشت:

$$x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = 3 \end{cases}$$

حال  $(x_1^{91} + x_2^{91})$  را در  $(x_1 + x_2)$  ضرب می کنیم:

$$\underbrace{(x_1^{91} + x_2^{91})}_B \underbrace{(x_1 + x_2)}_{-2} = \underbrace{(x_1^{92} + x_2^{92})}_C + \underbrace{x_1 x_2}_{3} \underbrace{(x_1^{90} + x_2^{90})}_A$$

$$-2B = C + 3A \Rightarrow C = -3A - 2B$$

۳۵٪

۳۵- (۱)

با توجه به گزینه‌ها فقط کافی است همگرایی سری را در نقاط  $x = 1$  و  $x = -1$  بررسی کنیم:

الف)  $x = 1$  :  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}} > \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

واگرا  $\rightarrow$

بنا به آزمون مقایسه، نتیجه می‌گیریم سری در  $x = 1$  واگرا است.

ب)  $x = -1$  :  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$

$a_n = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}}$  مثبت و نزولی

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}} = \frac{1}{\infty} = 0$  همگرا به صفر

بنا بر آزمون سری متناوب، سری در  $x = -1$  همگراست.

بنابراین بازه همگرایی این سری توانی برابر  $[-1, 1)$  است.

۸۰٪

۳۶- (۱)

چون حول  $x$  دوران کرده است،  $x$  را ثابت نگه داشته و جای  $y$  را با  $\sqrt{y^2 + z^2}$  عوض می‌کنیم، معادله رویه حاصل از دوران برابر است با:

دوران حول محور  $x$  ها  $\rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$   $\rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{(\sqrt{y^2 + z^2})^2}{4} = 1$

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{4} = 1$

۳۵٪

۳۷- (۲)

با توجه به تغییر متغیرهای زیر داریم:

$y = \alpha, \beta = xy$

$u_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial x} = y u_\beta \Rightarrow u_x = y u_\beta$  (I)

یکبار دیگر از رابطه (I) نسبت به  $x$  مشتق می‌گیریم:

$u_{xx} = \frac{\partial}{\partial x} (y u_\beta) = y \left( \frac{\partial u_\beta}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial u_\beta}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) \Rightarrow u_{xx} = y^2 u_{\beta\beta}$  (II)

حال از رابطه (I) نسبت به  $y$  مشتق می‌گیریم:

$u_x = y u_\beta \xrightarrow{\text{مشتق نسبت به } y} u_{xy} = 1 \times u_\beta + y \left( \frac{\partial u_\beta}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{\partial u_\beta}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial y} \right)$

$u_{xy} = u_\beta + y u_{\beta\alpha} + x y u_{\beta\beta}$

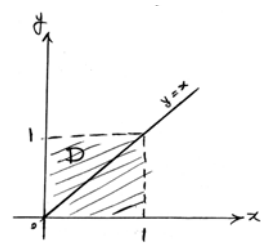
پس عبارت داده شده برابر است با:

$x u_{xx} - y u_{xy} + u_x = x y^2 u_{\beta\beta} - y u_\beta - y^2 u_{\beta\alpha} - x y^2 u_{\beta\beta} + y u_\beta = 0$

$\Rightarrow -y^2 u_{\beta\alpha} = 0 \xrightarrow{y=\alpha} -\alpha^2 u_{\beta\alpha} = 0 \xrightarrow{\alpha \neq 0} u_{\beta\alpha} = 0$  یا  $u_{\alpha\beta} = 0$

۱۵٪

انتگرال صورت سؤال را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:



$$\iint_D \frac{\min\{x, y\}}{1 + \max\{x, y\}} dx dy = \int_0^1 \left( \int_0^y \frac{\min\{x, y\}}{1 + \max\{x, y\}} dx + \int_y^1 \frac{\min\{x, y\}}{1 + \max\{x, y\}} dx \right) dy$$

$$0 < x < y \Rightarrow \begin{cases} \min\{x, y\} = x \\ \max\{x, y\} = y \end{cases} \quad y < x < 1 \Rightarrow \begin{cases} \min\{x, y\} = y \\ \max\{x, y\} = x \end{cases}$$

$$= \int_0^1 \left( \int_0^y \frac{x}{1+y} dx + \int_y^1 \frac{y}{1+x} dx \right) dy = \int_0^1 \left( \frac{x^2}{2(1+y)} \Big|_0^y + y \ln(1+x) \Big|_y^1 \right) dy$$

$$= \int_0^1 \left( \frac{y^2}{2(1+y)} + y \ln 2 - y \ln(1+y) \right) dy = \left( \frac{y^2}{2} \ln 2 - \frac{y^2}{2} \ln(1+y) \right) \Big|_0^1 + \int_0^1 \frac{y^2}{1+y} dy$$

$$= \int_0^1 \frac{(y^2 - 1 + 1) dy}{1+y} = \int_0^1 \left( y - 1 + \frac{1}{1+y} \right) dy = \left( \frac{y^2}{2} - y + \ln(1+y) \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{2} - 1 + \ln 2 = \ln 2 - \frac{1}{2}$$

۲۰٪

۳۹-۱)

انتگرال خط را با استفاده از تعریف حل می کنیم:

ابتدا معادله را پارامتری می کنیم:

$$\alpha(t): \begin{cases} x = \cos t \\ y = b \sin t \end{cases} \quad \pi < t < 0$$

$$\int_C F \cdot dR = \int_\pi^0 \underbrace{(-3b^2 \sin^2 t + 2, 16 \cos t)}_{f(\alpha(t))} \cdot \underbrace{(-\sin t, b \cos t)}_{\alpha'(t)} dt = \int_\pi^0 (-3b^2 \sin^2 t - 2 \sin t + 16b \cos^2 t) dt$$

$$= -3b^2 \int_\pi^0 \sin^2 t (1 - \cos^2 t) dt - 2 \int_\pi^0 \sin t dt + 16b \int_\pi^0 \frac{1 + \cos^2 t}{2} dt$$

$$= 3b^2 \cos t \Big|_\pi^0 - b^2 \cos^3 t \Big|_\pi^0 + 2 \cos t \Big|_\pi^0 + 16b \left( \frac{1}{2} t + \frac{1}{4} \sin 2t \right) \Big|_\pi^0$$

$$= 6b^2 - 2b^2 + 4 - 16b\pi = 0 \Rightarrow 4b^2 - 16b\pi + 4 = 0$$

حال برای آنکه مقدار مینیمم را بیابیم، مشتق را برابر صفر قرار می دهیم:

$$\xrightarrow{\text{مشتق}} 8b - 16\pi = 0 \Rightarrow b = 2\pi$$

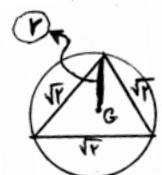
۱۰٪

۴۰-۲)

با توجه به قضیه استوکس می توان نوشت:

$$\oint_C z dx + x dy + y dz = \iint_S \text{curl } f \cdot n ds$$

$$f = (z, x, y) \Rightarrow \text{curl } f = (1, 1, 1)$$



$$g: x + y + z - 1 = 0$$

$$n = \pm \frac{\nabla g}{|\nabla g|} = \pm \frac{(1, 1, 1)}{\sqrt{3}}$$

$$\iint_S \text{curl } f \cdot n ds = \iint_S -\frac{3}{\sqrt{3}} ds = -\sqrt{3} \iint_S ds = -\sqrt{3} \times \text{مساحت دایره} \quad , \quad r = \frac{2}{3} \times \text{ارتفاع}$$

S سطح محدود به C در فضای xyz است، شکل را ببینید:

$$r = \frac{2}{3} \times \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$-\sqrt{3} \times \text{مساحت دایره} = -\sqrt{3} \times \pi \times \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = -\frac{2\pi}{\sqrt{3}} = -\frac{2\pi\sqrt{3}}{3} \xrightarrow[\text{در یک منفی ضرب می کنیم}]{\text{در جهت ساعتگرد}} \frac{+2\pi\sqrt{3}}{3}$$

۸۰٪

۴۱- (۴)

معادله  $(\sqrt{x+y})dx = dy$  را با تغییر متغیر  $u = x + y$  به صورت زیر می نویسیم:

$$u = x + y \Rightarrow du = dx + dy \Rightarrow dy = du - dx$$

$$\sqrt{u} dx = du - dx \Rightarrow (1 + \sqrt{u}) dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{1 + \sqrt{u}} \quad \text{تفکیک پذیر}$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفین انتگرال می گیریم}} x = \int \frac{du}{1 + \sqrt{u}}$$

برای حل انتگرال از تغییر متغیر  $u = z^2$  استفاده می کنیم:

$$u = z^2 \Rightarrow du = 2z dz$$

$$x = \int \frac{2z dz}{1 + z} = 2 \int \frac{z + 1 - 1}{z + 1} dz$$

$$x = 2(z - \ln(1 + z)) + k \Rightarrow \frac{x}{2} - z + \ln(1 + z) = c$$

و نهایتاً با جایگذاری  $z = \sqrt{x + y}$  داریم:

$$\sqrt{x + y} - \ln(1 + \sqrt{x + y}) - \frac{1}{2}x = c$$

۲۰٪

۴۲- (۲)

با استفاده از روش کاهش مرتبه داریم:

$$u = y'$$

$$xu' + 2u - e^{-x^2} = 0 \xrightarrow{u' = \frac{du}{dx}} \underbrace{(2u - e^{-x^2})}_{M} dx + \underbrace{x}_{N} du = 0$$

پس فاکتور انتگرال برابر است با:

$$\begin{cases} \frac{\partial M}{\partial u} = 2 \\ \frac{\partial N}{\partial x} = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\frac{\partial M}{\partial u} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N} = \frac{2 - 1}{x} = \frac{1}{x} = f(x)$$

$$\mu(x) = e^{\int f(x) dx} = e^{\int \frac{1}{x} dx} = x$$

$$\xrightarrow{\times x} (2ux - xe^{-x^2}) dx + x^2 du = 0 \xrightarrow{\text{کامل}} x^2 u + \frac{1}{2} e^{-x^2} = c \xrightarrow{y'(-1)=2, u(1)=2} 2 + \frac{1}{2} e^{-1} = c$$

$$\Rightarrow x^2 u + \frac{1}{2} e^{-x^2} = 2 + \frac{1}{2} e^{-1} \quad \text{جواب معادله}$$

$$\xrightarrow{x=1} u(-1) + \frac{1}{2} e^{-1} = 2 + \frac{1}{2} e^{-1} \Rightarrow u(-1) = 2 \xrightarrow{u=y'} y'(-1) = 2$$



روش اول: می‌دانیم اگر  $y_1$  یک جواب معادله  $y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0$  باشد، جواب دیگر آن به صورت  $y_2 = y_1 \cdot \int \frac{e^{-\int P(x)dx}}{y_1^2} dx$  است، پس داریم:

$$xy'' - (x+n)y' + ny = 0 \Rightarrow \underbrace{y'' - (1 + \frac{n}{x})y'}_{P(x)} + \frac{n}{x}y = 0$$

$$\Rightarrow \int P(x)dx = -\int (1 + \frac{n}{x})dx = -(x + n \ln x)$$

$$\Rightarrow \int \frac{e^{-\int P(x)dx}}{y_1^2} dx = \int \frac{x^n e^{-x}}{e^{2x}} dx = \int x^n \cdot e^{-x} dx$$

$$\underline{\underline{\text{جز به جز}}} \Rightarrow -(x^n e^{-x} + nx^{n-1} e^{-x} + n(n-1)x^{n-2} e^{-x} + \dots + n! e^{-x})$$

$$\Rightarrow y_2 = y_1 \cdot \int \frac{e^{-\int P(x)dx}}{y_1^2} dx$$

$$y_2 = e^x \cdot [-(x^n e^{-x} + \dots + n! e^{-x})] = -(x^n + nx^{n-1} + \dots + n!) = -\sum_{k=0}^n \frac{n! x^k}{k!}$$

و از آنجا که معادله همگن است، واضح است که اگر  $y_2$  یک جواب معادله باشد، آنگاه  $y_2 - \frac{1}{n!} y_2$  نیز جواب معادله است. پس می‌توان نوشت:

$$-\frac{1}{n!} y_2 = \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!}$$

روش دوم: با در نظر گرفتن  $n=1$  با مشتق‌گیری و جایگذاری گزینه‌ها در معادله موردنظر، به سادگی می‌توان دریافت که گزینه (۳) صحیح است.

معادله انتگرالی را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(t) = te^{-t} + \int_0^t f(t-x)xe^{-x} dx$$

$$\Rightarrow f(t) = te^{-t} + \overset{\text{کانولوشن}}{f(t) * (te^{-t})}$$

با توجه به تعریف کانولوشن داریم:

حال از طرفین لاپلاس می‌گیریم:

$$\xrightarrow{L} L(f(t)) = L(te^{-t}) + L(f(t)) \cdot L(te^{-t})$$

$$L(te^{-t}) = -\frac{d}{ds} L(e^{-t}) = -\frac{d}{ds} \left( \frac{1}{s+1} \right) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

$$L(f(t)) = \frac{1}{(s+1)^2} + \frac{1}{(s+1)^2} L(f(t))$$

$$L(f(t)) \left( 1 - \frac{1}{(s+1)^2} \right) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

$$\Rightarrow L(f(t)) = \frac{1}{s^2 + 2s} = \frac{1}{s(s+2)} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s+2} \right)$$

$$\xrightarrow{L^{-1}} f(t) = \frac{1}{2} (1 - e^{-2t})$$

و در نهایت بر طرفین رابطه فوق معکوس تبدیل لاپلاس را اعمال می‌کنیم:

می‌دانیم در نقاط تکین منظم اگر جواب معادله برابر  $r_1$  و  $r_2$  شود و  $r_1 > r_2$  باشد، بطوریکه اختلاف آنها عدد صحیح شود ( $r_1 - r_2 \in \mathbb{Z}$ )، دو جواب به‌صورت زیر است:

$$y_1 = x^{r_1} \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n \Leftarrow \text{جواب متناظر } r_1$$

$$y_2 = \alpha y_1 \ln x + x^{r_2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \Leftarrow \text{جواب متناظر } r_2$$

$$y_2 = \alpha \left( x^{r_1} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \right) \ln x + x^{r_2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

پس همانطور که مشاهده مالی کنید جواب متناظر با ریشه کوچکتر (یعنی  $y_2$ ) هر دو جواب را در خود دارد.

### تحلیل سازه و مقاومت مصالح

در لوزی در فواصل  $\frac{h}{8}$  از محور خنثی تنش برشی ماکزیمم مقدار می‌باشد.

این سؤال عیناً نکته ۳ صفحه ۴۸۱ کتاب مقاومت سری عمران است.

ثابت می‌شود که در یک مقطع لوزی شکل، تنش برشی ماکزیمم در فاصله  $\frac{1}{8}h$  در بالا و پایین محور خنثی رخ داده و توزیع آن در هر طرف محور خنثی، به‌صورت سهمی شکل بوده و ضریب  $K$  برابر  $\frac{9}{8}$  می‌باشد.

$$\tau_{max} = \frac{9}{8} \frac{V}{A} \quad \text{لوزی}$$

$$\Delta L = \frac{FL}{AE} \Rightarrow E = \frac{FL}{A \Delta L} = \frac{(30 \times 10^3) \times 100}{300 \times 5} = \frac{10^4}{5} = 2000 \text{ N/mm}^2$$

این سؤال عددگذاری داخل فرمول است که ساده شده تست ۷۱ صفحه ۱۷۵ مقاومت سری عمران است.

سطح مقطع کابل  $AB$ ،  $1/5$  سانتی‌متر مربع و مدول الاستیسیته آن  $10 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$  می‌باشد. چنانچه تغییر طول آن ۲ میلی‌متر باشد، نیروی  $P$  بر حسب کیلوگرم کدام است؟

(۱) ۸۵  
(۲) ۱۵۰  
(۳) ۲۱۰  
(۴) ۳۰۰

با بررسی نمودار جسم آزاد یکی از اعضای قاب و روابط تشابه داریم:

$$\frac{d}{200} = \frac{h}{150} \Rightarrow \frac{h}{d} = \frac{3}{4}$$

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow P \times d = F_{AB} \times h \Rightarrow P = F_{AB} \times \frac{3}{4}$$

$$\Delta L_{AB} = \frac{F_{AB} L}{AE} = 2 \text{ mm} \Rightarrow F_{AB} = \frac{AE}{L} \Delta L_{AB} = \frac{1/5 \times 10 \times 10^4}{150} \times 0.2 = 200 \text{ kg}$$

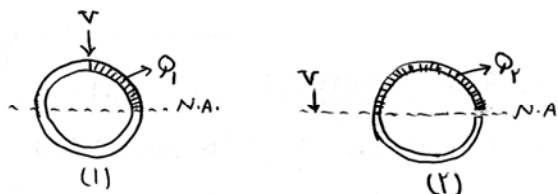
$$\Rightarrow P = F_{AB} \times \frac{3}{4} = 200 \times \frac{3}{4} = 150 \text{ kg}$$

۶۰٪

۴۸- (۲)

با فرض اینکه در هر دو حالت نیروی برشی در مرکز برش مقاطع اعمال شده است داریم:

$$\tau_{1max} = \frac{VQ_1}{It} \quad , \quad \tau_{2max} = \frac{VQ_2}{It} \Rightarrow \frac{\tau_{1max}}{\tau_{2max}} = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{Q_1}{2Q_1} = \frac{1}{2}$$



این سؤال عیناً تست ۴۵ صفحه ۱۹۵ کتاب سری عمران است.

نیروی برشی قائم  $V$  در مرکز برش دو مقطع (۱) و (۲) وارد می‌شود. شکل (۱) لوله‌ای بسته و شکل (۲) لوله‌ای است که روی محور  $z$ ، جدار آن به هم چسبیده نیست. نسبت تنش برشی ماکزیمم در شکل (۱)، به تنش برشی ماکزیمم در شکل (۲) کدام است؟

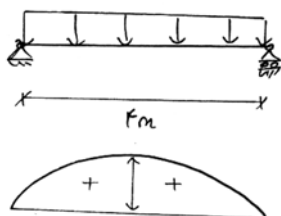
(۱) ۲ (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

با توجه به اثر کردن نیروی برشی در مرکز برش، در هر دو مقطع تنش برشی ماکزیمم در محل برخورد مقطع با محور خنثی به وجود می‌آید و داریم:

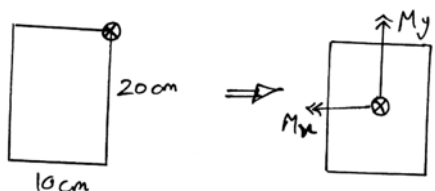
$$\begin{cases} \tau_1 = \frac{VQ}{I(2t)} \\ \tau_2 = \frac{VQ}{It} \end{cases} \Rightarrow \tau_1 = \frac{1}{2} \tau_2$$

۱۵٪

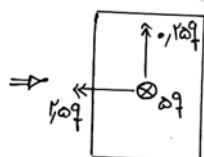
۴۹- (۲)

 $q \text{ (N/m)}$ 


$$M_{max} = \frac{q(4)^2}{8} = 2q \text{ N.m}$$



$$\begin{aligned} M_x &= 5q \times 0.1 = 0.5q \text{ N.m} \\ M_y &= 5q \times 0.05 = 0.25q \text{ N.m} \end{aligned}$$



لنگرهای خمشی کل



$$\sigma_{max} = \sigma_{max}^c = \frac{P}{A} + \frac{M_x}{S_x} + \frac{M_y}{S_y} = \frac{\Delta q}{0.1 \times 0.1^2} + \frac{2.15q}{0.1 \times 0.1^2} + \frac{0.25q}{0.2 \times 0.1^2} = \frac{500q}{2} + \frac{15000q}{4} + \frac{1500q}{2} = 250 \times 10^6$$

$$(250 + 3750 + 750)q = 250 \times 10^6 \Rightarrow 4750q = 250 \times 10^6 \Rightarrow q = 52631 \text{ N/m}$$

این سؤال مشابه تست ۲۹ صفحه ۵۷۳ کتاب مقاومت سری عمران است.

تنش برشی ماکزیمم در محل بار متمرکز  $P$  در نقطه  $B$  و در سطح زیرین تیر چقدر است؟ (نیروی فشاری  $P$  در تکیه گاه  $C$ ، در وسط وجه پایینی مقطع اعمال می شود)

(۱)  $\frac{16P}{a^2}$   
 (۲)  $\frac{17.5P}{a^2}$   
 (۳)  $\frac{19P}{a^2}$   
 (۴) صفر

برای بررسی تنش برشی ماکزیمم، ابتدا مقدار لنگر در  $B$  را محاسبه می کنیم:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_C \times (L_1 + L_2) - PL_1 = 0 \Rightarrow R_C = \frac{PL_1}{L_1 + L_2} = \frac{P \times 10a}{10a + 15a} = \frac{2}{5}P$$

$$M_{B_1} = R_C \times L_2 = \frac{2}{5}P \times 15a = 6Pa$$

با انتقال نیروی محوری فشاری  $P$  به مرکز سطح مقطع مربعی، نتیجه می شود که مقطع تحت اثر لنگر منفی  $\frac{Pa}{2}$  قرار دارد و داریم:

$$M_{B_2} = P \times \frac{a}{2} = \frac{Pa}{2}, \quad M_B = M_{B_1} - M_{B_2} = 6Pa - \frac{Pa}{2} = \frac{11Pa}{2}$$

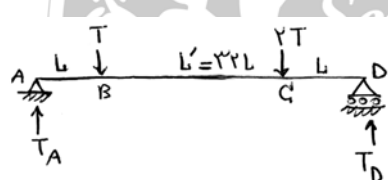
$$\sigma_B = \frac{M_B}{S} = \frac{P}{A} = \frac{\frac{11Pa}{2}}{\frac{a^3}{6}} - \frac{P}{a^2} = \frac{33P}{a^2} - \frac{P}{a^2} = \frac{32P}{a^2}$$

$$(\tau_B)_{max} = \frac{1}{2}\sigma_B = \frac{1}{2} \times \frac{32P}{a^2} = \frac{16P}{a^2}$$

۶۰٪

۵۰- (۱)

از روش مدلسازی با تیر برای محاسبه عکس العمل های تکیه گاهی در تکیه گاه های  $A$  و  $D$  استفاده می کنیم. تیر داده شده غیر منشوری است و ما می دانیم که در روش مدلسازی با تیر نیایستی سختی پیچشی اجزاء مختلف مقطع تیر  $(\frac{GJ}{L})$  تغییر کند. اگر شعاع تیر معادل برابر  $4R$  فرض شود طول قسمتهای  $AB$  و  $CD$  که شعاعشان همان  $4R$  است تغییر نمی کند و  $L$  باقی می ماند ولی طول قسمت میانی  $BC$  که شعاعش برابر  $2R$  است، بایستی اصلاح شود. چنانچه طول معادل  $BC$  برابر  $L'$  فرض شود، داریم:



$$\frac{G \times \frac{1}{2} \pi (2R)^4}{2L} = \frac{G \times \frac{1}{2} \pi (4R)^4}{L'} \Rightarrow L' = 32L$$

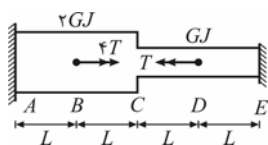
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow T_D \times 34L - T \times L - 2T \times 32L = 0$$

$$\Rightarrow T_D = \frac{67}{34}T, \quad T_A = 3T - T_D = \frac{35}{34}T$$

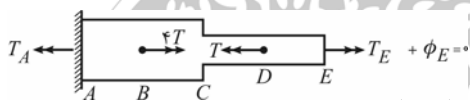
**تذکر:** بدون حل این تست می توان جواب را از روی گزینه ها پیدا کرد. با توجه به تقارن سازه و همچنین بزرگتر بودن لنگر اعمالی در گره  $C$  نسبت به لنگر گره  $B$ ، انتظار می رود لنگر تکیه گاه  $D$  بزرگتر باشد که تنها در گزینه اول این مسئله رعایت شده است. لازم به ذکر است که لنگرهای ارائه شده در گزینه دوم، تعادل لنگر پیچشی را برای عضو برقرار نمی کند!

این سؤال مشابه تمرین ۳-۲۲ صفحه ۲۶۹ و تست ۶۸ صفحه ۲۹۵ کتاب مقاومت مصالح سری عمران است.

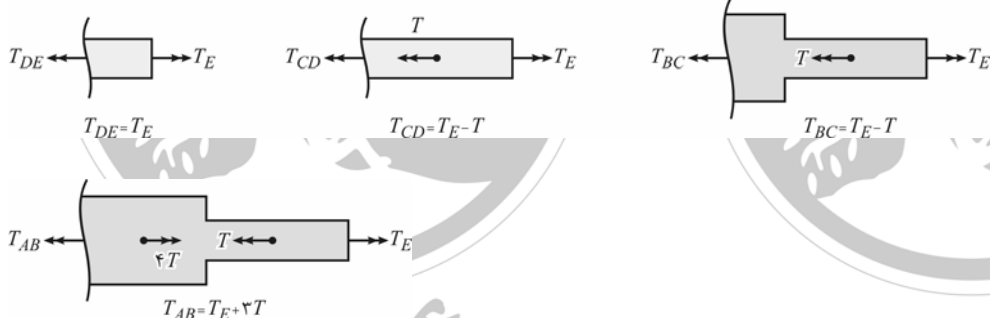
در سازه نامعین مقابل، لنگرهای ایجاد شده در تکیه‌گاه‌های A و E را به دست آورید.



هاله سازه فوق یک درجه نامعین بوده و با حذف تکیه‌گاه E، می‌توان سازه زیر را به همراه معادله سازگاری  $\phi_E = 0$  بررسی کرد:



با استفاده از نمودار جسم آزاد هر یک از قسمت‌ها، لنگر پیچشی داخلی در هر یک از آنها عبارت است از:



$$T_{DE} = T_E, \quad T_{CD} = T_E - T, \quad T_{BC} = T_E - T, \quad T_{AB} = T_E - T + 4T = T_E + 3T$$

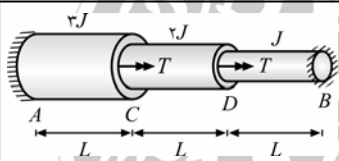
$$\phi_E = \phi_A + \phi_B/A + \phi_C/B + \phi_D/C + \phi_E/D, \quad \phi_A = 0$$

$$\phi_E = \frac{T_{AB} \times L_{AB}}{(GJ)_{AB}} + \frac{T_{BC} L_{BC}}{(GJ)_{BC}} + \frac{T_{CD} L_{CD}}{(GJ)_{CD}} + \frac{T_{DE} L_{DE}}{(GJ)_{DE}}$$

$$\phi_E = \frac{(T_E + 3T) \times L}{2GJ} + \frac{(T_E - T) \times L}{2GJ} + \frac{(T_E - T) \times L}{GJ} + \frac{(T_E) \times L}{GJ}$$

$$\phi_E = 0 \Rightarrow T_E = 0, \quad T_A = 4T - T = 3T$$

با به دست آوردن مقادیر  $T_E$  و  $T_A$ ، سازه تحلیل شده و زاویه پیچش در همه نقاط آن قابل محاسبه است.



عضو شکل مقابل با مقطع دایره‌ای پله‌ای تحت اثر دو لنگر پیچشی T در نقاط C و D قرار گرفته

است. نقاط A و B به صورت گیردار می‌باشند. مطلوبست عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی نقاط A و B.

$$T_A = \frac{9}{11}T, \quad T_B = \frac{5}{11}T \quad (2)$$

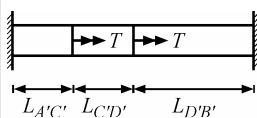
$$T_A = \frac{15}{11}T, \quad T_B = \frac{7}{11}T \quad (4)$$

$$T_A = \frac{5}{11}T, \quad T_B = \frac{9}{11}T \quad (1)$$

$$T_A = \frac{7}{11}T, \quad T_B = \frac{15}{11}T \quad (3)$$

مطابق روش مدلسازی با تیر اصلاح شده، مشابه توضیحات ارائه شده در تست شماره ۶۴، با در نظر گرفتن صلبیت پیچشی قسمت DB به عنوان صلبیت پیچشی مبنا، خواهیم داشت:

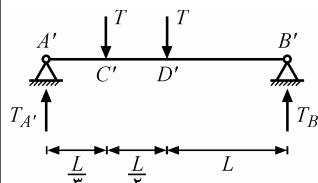
$$k_{AC} = k_{A'C'} \Rightarrow \frac{2GJ}{L_{AC}} = \frac{GJ}{L_{A'C'}} \Rightarrow L_{A'C'} = \frac{L_{AC}}{2}$$



$$k_{CD} = k_{C'D'} \Rightarrow \frac{2GJ}{L_{CD}} = \frac{GJ}{L_{C'D'}} \Rightarrow L_{C'D'} = \frac{L_{CD}}{2}$$

$$k_{DB} = k_{D'B'} \Rightarrow \frac{GJ}{L_{DB}} = \frac{GJ}{L_{D'B'}} \Rightarrow L_{D'B'} = L_{DB}$$

بنابراین می‌توان از تیر مقابل استفاده کرد:



$$\begin{aligned}\sum M_A = 0 &\Rightarrow T_{B'} \times \left(\frac{L}{3} + \frac{L}{3} + L\right) \\ &= T \times \frac{L}{3} + T \times \left(\frac{L}{3} + \frac{L}{3}\right) \Rightarrow T_{B'} = \frac{4}{11}T \\ \sum F_y = 0 &\Rightarrow T_{A'} = 2T - T_{B'} = 2T - \frac{4}{11}T = \frac{18}{11}T\end{aligned}$$

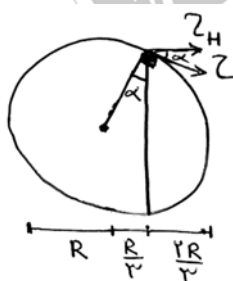
۵۱- (۴)

بایستی حداکثر کوپل پیچشی قابل تحمل توسط مقطع براساس ظرفیت چسب و چوب جداگانه محاسبه شود و کمترین آنها به عنوان جواب انتخاب گردد:

(۱) براساس ظرفیت چوب: تنش برشی ماکزیمم در چوب در محیط مقطع دایروی به دست می‌آید و داریم:

$$(\tau_{max})_w = \frac{TR}{J} = (\tau_{all})_w = 2/5 \tau \Rightarrow T_1 = 2/5 \times \frac{J}{R} \tau = 2/5 \times \frac{1}{2} \pi R^4 \tau = 1/25 \pi R^3 \tau$$

(۲) براساس ظرفیت چسب: مؤلفه‌ای از تنش برشی که بر امتداد چسب عمود است، سهم چسب شده و آنرا به برش می‌اندازد. با توجه به شکل زیر داریم:



$$\sin \alpha = \frac{R}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$(\tau_{max})_g = \tau_H = \tau \cos \alpha = \frac{TR}{J} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = (\tau_{all})_g = \tau$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{3}{2\sqrt{2}} \frac{J}{R} \tau = \frac{3}{2\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} \pi R^4 \tau = \frac{3\pi}{4\sqrt{2}} R^3 \tau$$

$$T_{max} = \min(T_1, T_2) = \min(1/25 \pi R^3 \tau, \frac{3\pi}{4\sqrt{2}} R^3 \tau) = \frac{3\pi}{4\sqrt{2}} R^3 \tau$$

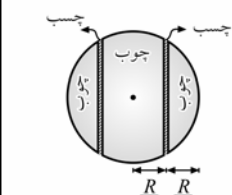
**تذکر:** طراح تست فراموش کرده است که ترم  $\tau$  را در گزینه‌های تست بگذارد و گزینه‌ها در شکل فعلی آن اشکال دارد.

این سؤال مشابه تست ۶۲ صفحه ۲۹۱۴ کتاب مقاومت سری عمران است.

عضوی مطابق شکل تحت کوپل پیچشی  $T$  قرار دارد. مقطع از سه قسمت چوبی که توسط چسب به یکدیگر متصل شده‌اند، تشکیل یافته است. مطلوبست حداکثر کوپل پیچشی قابل تحمل توسط آن:

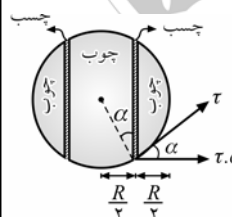
تنش مجاز برشی چسب  $\tau \text{ kg/cm}^2$

تنش مجاز برشی چوب  $5\tau \text{ kg/cm}^2$



$$\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{J}{R} \tau \quad (۴) \quad \frac{5}{\sqrt{3}} \frac{J}{R} \tau \quad (۳) \quad \frac{2}{3} \frac{J}{R} \tau \quad (۲) \quad \frac{2}{R} \tau \quad (۱)$$

با توجه به توضیحات ارائه شده در تست شماره ۵۶، با محاسبه مؤلفه‌ای از تنش برشی که بر راستای چسب عمود است، می‌توان حداکثر لنگر پیچشی را بر مبنای ظرفیت چسب محاسبه کرد:



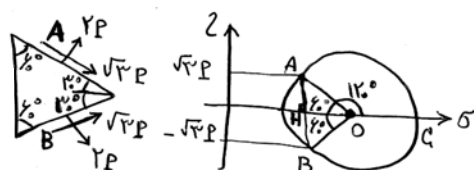
$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{R^2 - \frac{R^2}{4}}}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2} R = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \tau_{max} = \tau \cos \alpha = \frac{TR}{J} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow T_{max} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{J}{R} \tau$$

از طرفی حداکثر لنگر پیچشی بر مبنای ظرفیت چوب برابر  $T = \frac{J}{R} \times (\tau_{all})_w = \frac{J}{R} \times 5\tau$  می‌باشد و داریم:

$$\Rightarrow T_{max} = \min \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{J}{R} \tau, \frac{J}{R} \times 5\tau \right\} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{J}{R} \tau$$

از دایره مور تنش استفاده می‌کنیم. توجه داریم که با توجه به زاویه بین صفحات  $A$  و  $B$  در المان  $(60^\circ)$ ، زاویه بین نقاط متناظر این صفحات در دایره مور تنش برابر است با  $120^\circ = 2 \times 60^\circ$ ، دایره مور المان تنش داده شده به صورت زیر می‌باشد.



$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{OA} = \frac{\sqrt{3}P}{R} \Rightarrow R = 2P$$

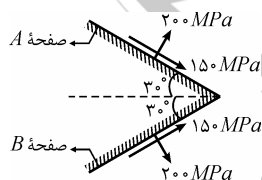
$$\sigma_{ave} = 2P + R \cos 60^\circ = 2P + 2P \times \frac{1}{2} = 3P$$

برای رسیدن به صفحه قائم بایستی صفحه مایل  $A$  به میزان  $60^\circ$  در جهت ساعتگرد بچرخد که نتیجه می‌شود نقطه متناظر صفحه  $A$  بایستی در دایره مور المان تنش به میزان  $120^\circ$  درجه در جهت ساعتگرد بچرخد که با توجه به دایره مور فوق به نقطه  $C$  می‌رسیم که در آن تنش عمودی ماکزیمم و تنش برشی برابر صفر است و داریم:

$$\sigma_x = \sigma_c = \sigma_{max} = \sigma_{ave} + R = 2P + 2P = 4P, \quad \tau_{xy} = \tau_c = 0$$

این سؤال مشابه تمرین ۱-۲۷ صفحه ۴۰ کتاب مقاومت مصالح سری عمران است.

وضعیت تنش‌های برشی و قائم در دو صفحه از یک المان که با یکدیگر زاویه  $60^\circ$  درجه می‌سازند، مطابق شکل مقابل است:



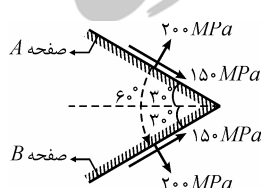
(الف) دایره مور مربوط به این المان را رسم کنید.

(ب) تنش برشی ماکزیمم در این المان چقدر است؟

(ج) تنش‌های اصلی این المان چقدر است؟

(د) تنش‌های برشی و قائم را بر روی صفحه‌ای افقی در این المان به دست آورید.

(الف) با توجه به این که هر صفحه از المان متناظر با یک نقطه بر روی دایره مور می‌باشد، مختصات صفحات  $A$  و  $B$  بر روی دایره مور عبارت است از:

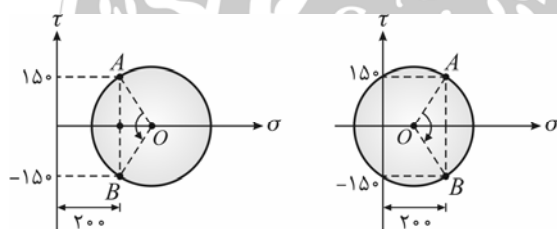


$$A: \begin{cases} \sigma_A = +200 \text{ (کششی)} \\ \tau_A = +150 \text{ (المان را ساعتگرد می‌چرخاند)} \end{cases}$$

$$B: \begin{cases} \sigma_B = +200 \text{ (کششی)} \\ \tau_B = -150 \text{ (المان را پادساعتگرد می‌چرخاند)} \end{cases}$$

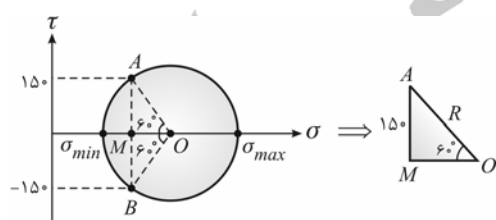
با توجه به این که برای رسیدن از صفحه  $A$  به صفحه  $B$  در المان  $60^\circ$  درجه و در جهت مثلثاتی می‌چرخیم، برای رسیدن از نقطه متناظر با صفحه  $A$  به نقطه متناظر با صفحه  $B$  باید  $120^\circ$  درجه و در جهت مثلثاتی بچرخیم. بنابراین از بین دو دایره مور ممکن زیر، دایره سمت چپ می‌تواند دایره مور این المان باشد.

دقت شود که در دایره مور سمت راست، برای رسیدن از  $A$  به  $B$  به اندازه  $120^\circ$  درجه و در خلاف جهت مثلثاتی چرخیده‌ایم (به عبارتی دایره مور سمت راست با المان مطابقت ندارد).



در دایره مور این المان، مرکز دایره باید در سمت راست نقاط  $A$  و  $B$  قرار گیرد (شکل سمت چپ) تا وضعیت مورد نظر رخ دهد.

(ب) با توجه به این که صفحات  $A$  و  $B$  با افق زاویه‌های یکسانی می‌سازند، زاویه‌های  $AOM$  و  $BOM$  اندازه یکسانی داشته و هر یک برابر  $60^\circ$  درجه می‌باشند. با توجه به این موضوع شعاع دایره مور عبارت است از:



$$\sin 60^\circ = \frac{AM}{OA} = \frac{150}{R}$$

$$\Rightarrow R = \frac{150}{\sin 60^\circ} = \frac{300}{\sqrt{3}} = 100\sqrt{3}$$



می‌دانیم که تنش برشی ماکزیمم نیز با شعاع دایره مور هم‌اندازه بوده و در نتیجه برابر  $100\sqrt{3} \text{ MPa}$  است.

ج) برای محاسبه مقادیر  $\sigma_{max}$  و  $\sigma_{min}$ ، ابتدا باید مختصات مرکز دایره مور را محاسبه کنیم:

$$\tan 60^\circ = \frac{AM}{OM} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{150}{OM} \Rightarrow OM = 50\sqrt{3}$$

$$\sigma_O = \sigma_M + OM \Rightarrow \sigma_O = 200 + 50\sqrt{3}$$

$$\sigma_{max} = \sigma_O + R = (200 + 50\sqrt{3}) + (100\sqrt{3}) = 200 + 150\sqrt{3}$$

$$\sigma_{min} = \sigma_O - R = (200 + 50\sqrt{3}) - (100\sqrt{3}) = 200 - 50\sqrt{3}$$

د) برای رسیدن از صفحه A به صفحه افقی بر روی المان باید  $30^\circ$  درجه در جهت مثلثاتی چرخید، به همین منظور در دایره باید  $60^\circ$  درجه در جهت مثلثاتی چرخید و با انجام این چرخش، به صفحه با برش صفر می‌رسیم. بنابراین صفحه افقی همان صفحه تنش اصلی مینیمم بوده و تنش قائم و برشی بر روی آن به ترتیب  $200 - 50\sqrt{3}$  و صفر است.

۵۳- (۲)

با توجه به هندسه نتیجه می‌شود طول عضو مایل AB برابر است با  $\frac{L}{\cos \theta}$ ، اگر تنش مجاز مصالح برابر  $\sigma$  باشد، داریم:


$$F_{AB} \sin \theta = P \Rightarrow F_{AB} = \frac{P}{\sin \theta} \Rightarrow A_{AB} = \frac{P}{\sigma \sin \theta}$$

$$(Volume)_{AB} = A_{AB} \times L_{AB} = \frac{P}{\sigma \sin \theta} \times \frac{L}{\cos \theta} = \frac{PL}{\sigma \sin \theta \cos \theta} = \frac{2PL}{\sigma \sin 2\theta}$$

با توجه به رابطه فوق دیده می‌شود که برای مینیمم شدن حجم میله AB، بایستی  $\sin 2\theta$  ماکزیمم شود که به ازای  $\theta = \frac{\pi}{4}$  این اتفاق می‌افتد.

۵۴- (۱)

نمودار لنگر خمشی تیر، یک مثلث به شکل زیر است که با توجه به آن دیده می‌شود لنگر خمشی ماکزیمم و در نتیجه تنش خمشی ماکزیمم در تکیه‌گاه A به وجود می‌آید و داریم:



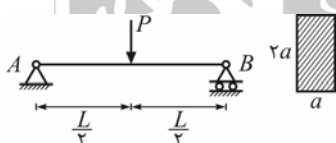
$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{S} = \frac{M}{\frac{b^3}{6}} = \frac{6M}{b^3} = \sigma_{all} = \sigma_a \Rightarrow b = \sqrt[3]{\frac{6M}{\sigma_a}}$$

**تذکره ۱:** صورت سؤال اشکال دارد! چون تنش مجاز مقطع ربطی به ابعاد مقطع ندارد و باید در صورت سؤال کلمه مجاز حذف شود.

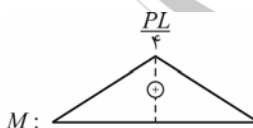
**تذکره ۲:** در گزینه‌ها باید  $G_a$  به  $\sigma_a$  اصلاح شود.

این سؤال، سؤال بسیار ساده‌ای بوده که مشابه تمرین ۴-۱۸ کتاب مقاومت سری عمران است.

در تیر زیر، حداکثر تنش‌های نرمال کششی و فشاری را در مقطع عرضی تیر به دست آورید.

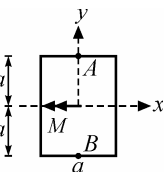


با توجه به نمودار لنگر خمشی تیر، حداکثر لنگر خمشی در وسط تیر رخ داده و مقدار آن برابر  $\frac{PL}{4}$  می‌باشد و حداکثر تنش‌ها نیز در محل حداکثر لنگر رخ می‌دهد.



$$M_{max} = \frac{PL}{4}$$

در این تیر لنگر خمشی وارد بر تیر مثبت می‌باشد. بنابراین پایین تیر را کشیده و بالای تیر را تحت فشار قرار می‌دهد. با توجه به این موضوع، حداکثر تنش فشاری در بالای مقطع و حداکثر تنش کششی در پایین مقطع ایجاد می‌شود. مقادیر این تنش‌ها عبارت است از:



$$\text{فشاری: } \sigma_{max}^c = \sigma_A = -\frac{M \cdot y_c}{I_x} = -\frac{M \times (a)}{\frac{a \times (2a)^3}{12}} = -\frac{3}{2} \frac{M}{a^3}$$

$$\text{کششی: } \sigma_{max}^t = \sigma_B = -\frac{M \cdot y_t}{I_x} = -\frac{M \times (-a)}{\frac{a \times (2a)^3}{12}} = \frac{3}{2} \frac{M}{a^3}$$

با جایگذاری  $M = \frac{PL}{4}$ ، حداکثر تنش نرمال در کل تیر به دست آمده و مقدار آن عبارت است از:

$$\sigma_{max}^c = -\frac{3}{2} \frac{\frac{PL}{4}}{a^3} = -\frac{3}{8} \frac{PL}{a^3} \quad (\text{فشاری}) \quad \sigma_{max}^t = \frac{3}{2} \frac{\frac{PL}{4}}{a^3} = \frac{3}{8} \frac{PL}{a^3} \quad (\text{کششی})$$

از این تمرین نتایج زیر حاصل می شود:

۱- با توجه به رابطه (۴-۸) تنش های نرمال فشاری، منفی به دست آمده و تنش های نرمال کششی، مثبت به دست می آید. توصیه می شود که در مسائل مقدار تنش را بدون در نظر گرفتن علامت پارامترها محاسبه کرده و نوع تنش را با توجه به جهت لنگر، مشخص کنیم.

۲- برای تعیین کردن مقدار تنش ابتدا باید محل مرکز سطح را بدانیم، زیرا محور خنثی از آن عبور کرده و  $y$  فاصله از محور خنثی می باشد.

۳- در یک مقطع متقارن مانند مستطیل، حداکثر تنش نرمال کششی و فشاری یک تیر برابر بوده که در محل لنگر حداکثر و در دورترین فاصله از محور خنثی رخ می دهند.

۴- فرض کنید که در این تیر با توجه به جنس مصالح، تنش مجاز فشاری  $\sigma_{all}^c = 300 \text{ kg/cm}^2$  و تنش مجاز کششی  $\sigma_{all}^t = 500 \text{ kg/cm}^2$  باشد. در این حالت با توجه به یکسان بودن اندازه تنش های حداکثر فشاری و کششی وارد بر تیر، تنش مجاز فشاری مقدار کمتری داشته و با کمک آن حداکثر مقدار  $P$  را می توان به دست آورد:

$$|\sigma_{max}^c| \leq \sigma_{all}^c \Rightarrow \frac{3}{8} \frac{PL}{a^3} \leq 300 \Rightarrow P_{max} = 800 \frac{a^3}{L}$$

۵- در حالت کلی برای تعیین مقدار مجاز  $P$  در این گونه مسائل، با کمک مقایسه مقادیر  $\sigma_{max}^c$  و  $\sigma_{max}^t$  با مقادیر مجاز، دو مقدار حداکثر برای  $P$  به دست آورده و مقدار کمتر را به عنوان بار مجاز وارد بر تیر انتخاب می کنیم.

۴۰٪

۵۵- (۴)

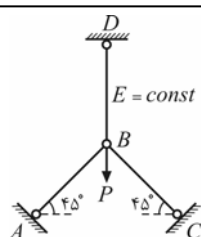
با توجه به تقارن سازه و بارگذاری، تغییر مکان گره  $B$  صرفاً در راستای بارگذاری به طرف پایین بوده و سه میله مانند سه فنر موازی عمل می کند، چون نیروی  $P$  بین این سه میله توزیع می شود و همچنین تغییر مکان قائم  $B$  در هر سه میله یکسان است. با توجه به اینکه در فنرهای موازی نیرو به نسبت سختی توزیع می شود، داریم:

$$F_{BC} = \frac{k_{BC}}{\sum k} \times P = \frac{\frac{A_2 E}{L}}{\frac{A_2 E}{L} + 2 \times \frac{A_1 E}{L} \cos^2(90^\circ - \theta)} \times P = \frac{A_2}{A_2 + 2A_1 \sin^2 \theta} \times P$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم صورت و مخرج کسر بر } A_1} F_{BC} = \frac{\frac{A_2}{A_1} P}{\frac{A_2}{A_1} + 2 \sin^2 \theta}$$

این سؤال مشابه تست ۵۸ صفحه ۱۷۲ و تمرین ۲-۱۸ صفحه ۱۳۷ کتاب مقاومت سری عمران است.

در شکل نشان داده شده، هر سه میله دارای طول یکسان و سطح مقطع میله  $BD$  برابر  $A$  و سطح مقطع میله های  $AB$  و  $BC$  برابر  $A_1$  می باشد. اگر نیروی هر سه میله مساوی باشد، نسبت  $A_1/A$  برابر است با:



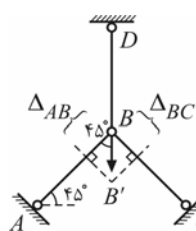
۲ (۴)

۱ (۳)

۱/√۲ (۲)

√۲ (۱)

با توجه به تقارن سازه، نقطه  $B$  تنها در راستای قائم جابه‌جا شده و مطابق روش ویلیو می‌توان نوشت:



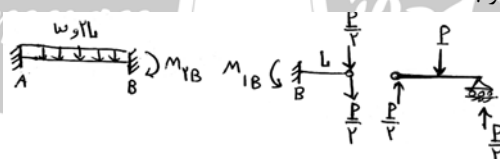
$$\begin{cases} BB' = \Delta BD \\ \Delta AB = \Delta BC = \Delta BD \cos 45^\circ \end{cases}$$

$$\frac{F_{AB} \cdot L}{A_1 E} = \frac{F_{BD} \cdot L}{AE} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow A_1 = \sqrt{2} A \Rightarrow \frac{A_1}{A} = \sqrt{2}$$

۴۰٪

۵۶- (۱)

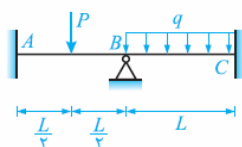
برای اینکه لنگر  $M_D$  صفر شود باید ستون  $BD$  مستقیم باقی بماند و بدون خمش تحت اثر نیروی محوری فشاری باشد. اگر لنگری به گره  $B$  از این ستون وارد شود نصف آن به تکیه‌گاه  $D$  منتقل می‌شود. بنابراین بایستی چرخش گره  $B$  صفر شود. برای این منظور باید لنگر گیرداری گره  $B$  از تیر  $AB$  با لنگر گره  $B$  از تیر طره راست  $B$  برابر باشد:



$$M_{AB} = M_{\bar{B}} \Rightarrow \left( \frac{P}{2} + \frac{P}{2} \right) \times L = \frac{w (2L)^2}{12} \Rightarrow PL = \frac{wL^2}{3} \Rightarrow P = \frac{wL}{3}$$

این سؤال مشابه تست ۱۰ صفحه ۱۴۴ و تست ۱۴ صفحه ۱۷۰ جلد دوم کتاب تحلیل سری عمران می‌باشد.

۱۰- مقدار نیروی  $P$  چقدر باشد تا تکیه‌گاه  $B$  چرخش نداشته باشد؟ ( $EI$  ثابت فرض شود)

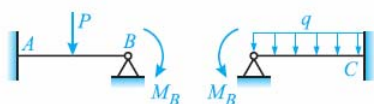


$$\frac{3qL}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2qL}{3} \quad (1)$$

$$qL \quad (4)$$

$$\frac{qL}{2} \quad (3)$$



ابتدا تیر دو دهانه را از محل تکیه‌گاه مفصلی در  $B$  جدا می‌کنیم و لنگرهای  $M_B$  را در طرفین این تکیه‌گاه به صورت مختلف‌الجهت مقابل در نظر می‌گیریم:

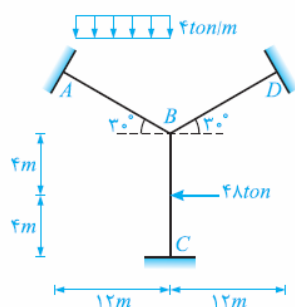
$$(\theta_{BL} = \theta_{BR} = 0 \text{ (معادله سازگاری)})$$

$$\left( \theta_{BL} = \frac{M_B L}{4EI} - \frac{PL^2}{32EI} = 0 \Rightarrow M_B = \frac{PL}{8} \right), \left( \theta_{BR} = \frac{qL^2}{48EI} - \frac{M_B L}{4EI} = 0 \Rightarrow M_B = \frac{qL^2}{12} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{PL}{8} = \frac{qL^2}{12} \Rightarrow P = \frac{2qL}{3}$$

۲۴- کدام یک از گزینه‌ها در سازه زیر صحیح است؟ ( $EI$  برای تمامی اعضاء ثابت و تغییر شکل محوری

اعضاء قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد.)



$$(1) \quad M_{BD} = 12 \text{ ton.m} \text{ و } M_{BC} = -48 \text{ ton.m} \text{ و } M_{BA} = 36 \text{ ton.m}$$

$$(2) \quad M_{BD} = -12 \text{ ton.m} \text{ و } M_{BC} = -36 \text{ ton.m} \text{ و } M_{BA} = 48 \text{ ton.m}$$

$$(3) \quad M_{BD} = 0 \text{ ton.m} \text{ و } M_{BC} = -48 \text{ ton.m} \text{ و } M_{BA} = 48 \text{ ton.m}$$

$$(4) \quad M_{BD} = 12 \text{ ton.m} \text{ و } M_{BC} = -36 \text{ ton.m} \text{ و } M_{BA} = 24 \text{ ton.m}$$

$$L_{AB} = L_{BD} = \frac{12}{\cos 30^\circ} = 8\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} M_{BA} = \frac{2EI}{L}(\theta_B + \theta_A - 2\psi_{BA}) + FEM_{BA} \\ \theta_B = ? , \theta_A = 0 , \psi_{BA} = 0 , FEM_{BA} = \frac{4 \times 12^2}{12} = 48 \end{cases} \Rightarrow M_{BA} = \frac{2EI}{8\sqrt{3}}(\theta_B) + 48$$

$$\begin{cases} M_{BD} = \frac{2EI}{L}(\theta_B + \theta_D - 2\psi_{BD}) + FEM_{BD} \\ \theta_B = ? , \theta_D = 0 , \psi_{BD} = 0 , FEM_{BD} = 0 \end{cases} \Rightarrow M_{BD} = \frac{2EI}{8\sqrt{3}}(\theta_B)$$

$$\begin{cases} M_{BC} = \frac{2EI}{L}(\theta_B + \theta_C - 2\psi_{BC}) + FEM_{BC} \\ \theta_B = ? , \theta_C = 0 , \psi_{BC} = 0 , FEM_{BC} = -\frac{48 \times 8}{8} = -48 \end{cases} \Rightarrow M_{BC} = \frac{2EI}{8}(\theta_B) - 48$$

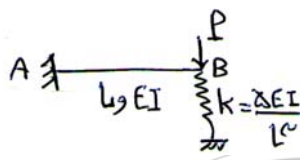
در ادامه با در نظر گرفتن یک معادله تعادل لنگر در نقطه B داریم:

$$M_{BA} + M_{BC} + M_{BD} = 0 \Rightarrow \theta_B = 0$$

$$\Rightarrow M_{BA} = 48 , M_{BD} = 0 , M_{BC} = -48$$

۵۷- (۳)

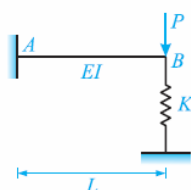
برای محاسبه  $\Delta_B$  می توان مطابق شکل زیر فقط تیر AB به همراه فنر واقع در زیر آن را در نظر گرفت. با توجه به توزیع شدن نیروی P بین تیر AB و فنر انتقالی و همچنین با توجه به اینکه تغییر مکان B برابر است با کاهش طول فنر انتقالی، نتیجه می شود که تیر AB و فنر انتقالی به صورت فنرهای موازی عمل می کنند و داریم:



$$\Delta_B = \frac{P}{k_{beam} + k_s} = \frac{P}{\frac{2EI}{(2L)^3} + \frac{5EI}{L^3}} = \frac{8PL^3}{43EI}$$

این سؤال با توجه به مفاهیم تست ۲ صفحه ۱۹۵ و تست ۱۱ صفحه ۱۹۶ کتاب تملیل جلد ۲ سری عمران قابل حل است.

۲- در قاب مقابل، تغییر مکان نقطه B چقدر است؟



$$\frac{\frac{P}{K}}{\frac{KL^3 + EI}{12I}}$$

$$\frac{PL^3}{12EI} \quad (1)$$

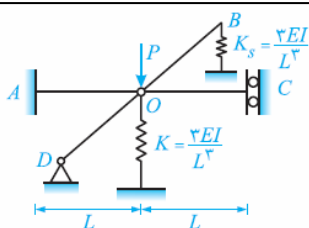
$$\frac{PL^3}{KL^3 + 12EI} \quad (3)$$

تیر پایدار AB و فنر مطابق الگوی (۱) درس نامه به صورت دو فنر موازی عمل کرده و داریم:

$$K_{AB} = \frac{12EI}{L^3} \Rightarrow \Delta_B = \frac{P}{\sum K_i} = \frac{P}{K_{AB} + K_{فنر}} = \frac{P}{\frac{12EI}{L^3} + K} = \frac{PL^3}{12EI + KL^3}$$

سوری سمران





۱۱- در سازه سه بعدی مقابل، نیروی فنر کدام است؟  $(EI$  و  $L$  برای تیرها یکسان فرض شود)

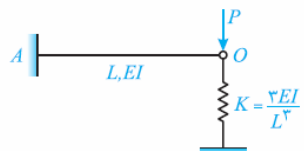
$$\frac{P}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{P}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{P}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{P}{2} \quad (۳)$$

با کمی دقت می‌توان دریافت تیرهای  $OB$ ،  $OD$  و  $OC$  از قسمت‌های معین سازه بوده و با توجه به معادلات تعادل، نیرویی در این اعضا به وجود نمی‌آید. به عبارتی این اعضا در مقابل جابه‌جایی مفصل  $O$  هیچ‌گونه مقاومتی نمی‌کنند و می‌توان آنها را از سازه حذف کرد. در ادامه سازه به صورت زیر تبدیل شده و تیر  $OA$  و فنر به صورت دو فنر موازی خواهند بود که در نتیجه نیروی  $P$  به نسبت سختی بین آنها توزیع می‌شود:

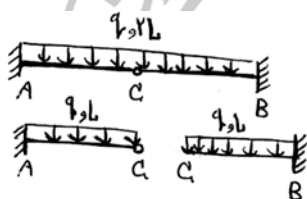


$$F_{\text{فنر}} = P \times \frac{K_{\text{فنر}}}{K_{\text{فنر}} + K_{AO}} = P \times \frac{\frac{3EI}{L^3}}{\frac{3EI}{L^3} + \frac{3EI}{L^3}} = \frac{P}{2}$$

۱۰٪

۵۸- (۱)

بار گسترده یکنواخت  $q$  را روی کل طول تیر اعمال می‌کنیم. با توجه به کاربرد خط تأثیر می‌دانیم لنگر تکیه‌گاه  $A$  برابر است با شدت بار گسترده  $q$ . ضربدر سطح زیر نمودار خط تأثیر لنگر تکیه‌گاه  $A$  که این سطح را  $A_0$  می‌نامیم. از طرف دیگر با توجه به تقارن سازه و بارگذاری در تیر زیر، تیرهای  $AC$  و  $BC$  در مفصل  $C$  به یکدیگر برشی وارد نمی‌کنند و هر یک از آنها مانند یک تیر طره تحت اثر بار گسترده یکنواخت  $q$  عمل می‌کنند و ما می‌دانیم که لنگر تکیه‌گاه‌های  $A$  و  $B$  برابر است با  $\frac{qL^2}{2}$ . بنابراین داریم:



$$M_A = \frac{qL^2}{2} = q \times A_0 \Rightarrow A_0 = \frac{L^2}{2}$$

۵۰٪

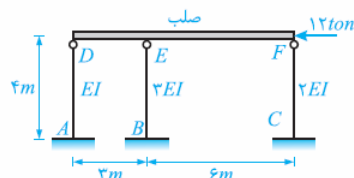
۵۹- (۳)

ستون‌ها مانند فنرهای موازی عمل می‌کنند و در این فنرهای موازی، برش ستون‌ها به نسبت سختی آنها بوده و داریم:

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{V_A \times L_{AC}}{V_B \times L_{BH}} = \frac{V_A \times 4}{V_B \times 2} = 2 \times \frac{V_A}{V_B} = 2 \times \frac{K_{AC}}{K_{BH}} = 2 \times \frac{\frac{3EI}{4^3}}{\frac{3EI}{2^3}} = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{4}$$

این سؤال مشابه تست ۲۵ صفحه ۱۹۸ و تمرین ۱۴-۱۶، صفحه ۱۹۳ جلد ۲ کتاب تحلیل سری عمران می‌باشد.

۲۵- لنگرهای انتهایی ستون‌ها در سازه داده شده برابر است با:



$$M_A = M_B = M_C = 16 \text{ ton.m} \quad (۱)$$

$$M_A = 3M_B = 2M_C = 24 \text{ ton.m} \quad (۲)$$

$$M_A = 8 \text{ ton.m}, M_B = 3M_A, M_C = 2M_A \quad (۳)$$

$$M_A = M_C = 24 \text{ ton.m}, M_B = \text{صفر} \quad (۴)$$

تغییر مکان نقاط  $D$ ،  $E$  و  $F$  در انتهای ستون‌های  $AD$ ،  $BE$  و  $CF$ ، با توجه به صلب بودن تیر برابر بوده و در نتیجه ستون‌های  $AD$ ،  $BE$  و  $CF$  به صورت سه فنر موازی عمل کرده و نیروی  $P$  به نسبت سختی بین آنها توزیع می‌شود:

$$K_{AD} = \frac{3EI}{(4)^3} = \frac{3EI}{64}, \quad K_{BE} = \frac{3(3EI)}{4^3} = \frac{9EI}{64}, \quad K_{CF} = \frac{3(2EI)}{4^3} = \frac{3EI}{32}$$

$$F_{AD} = 12 \times \frac{K_{AD}}{\sum K_i} = 12 \times \frac{\frac{3EI}{64}}{\frac{3EI}{64} + \frac{9EI}{64} + \frac{3EI}{32}} = 2 \text{ ton}$$

$$F_{BE} = 12 \times \frac{K_{BE}}{\sum K_i} = 6 \text{ ton}, \quad F_{CF} = 12 \times \frac{K_{CF}}{\sum K_i} = 4 \text{ ton}$$

$$\begin{cases} M_A = F_{AD} \times 4 = 8 \text{ ton.m} \\ M_B = F_{BE} \times 4 = 24 \text{ ton.m} \Rightarrow M_B = 3M_A, \quad M_C = 2M_A \\ M_C = F_{CF} \times 4 = 16 \text{ ton.m} \end{cases}$$

محاسبه لنگرها:

تمرین ۱۴-۱۶: اگر سقف قاب شکل مقابل را صلب فرض کنیم، نسبت  $\frac{M_A}{M_C}$  کدام

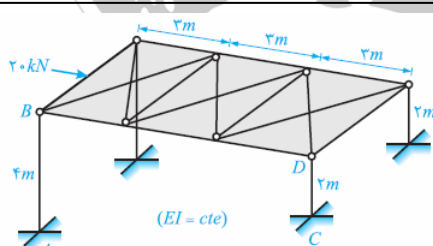
است؟

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{16} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3)$$



● حل: در مقابل حرکت سقف صلب در این قاب، چهار ستون محدودیت ایجاد کرده و تغییر مکان انتهای هر چهار ستون با توجه به صلب بودن سقف و تقارن بارگذاری، یکسان بوده و برابر تغییر مکان سقف صلب است. این چهار ستون به صورت فنرهای موازی عمل کرده و نیروی  $P$  بین ستون‌های قاب به نسبت سختی توزیع می‌شود.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} F_{AB} = P \times \frac{K_{AB}}{\sum K_i} \\ M_A = F_{AB} \times 4 \end{cases} \quad \Rightarrow \frac{M_A}{M_C} = \frac{F_{AB}}{F_{CD}} \times 2 = \frac{K_{AB}}{K_{CD}} \times 2 \Rightarrow \frac{M_A}{M_C} = \frac{\frac{3EI}{4^3}}{\frac{3EI}{2^3}} \times 2 = \frac{1}{4} \\ \Rightarrow \begin{cases} F_{CD} = P \times \frac{K_{CD}}{\sum K_i} \\ M_C = F_{CD} \times 2 \end{cases} \end{aligned}$$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.

۲۰٪

۶۰- (۳)

انحناء که با  $k(x)$  نشان داده می‌شود برابر  $\frac{d\theta}{dx}$  است که ثابت می‌شود برابر  $\frac{M(x)}{EI}$  می‌باشد و داریم:

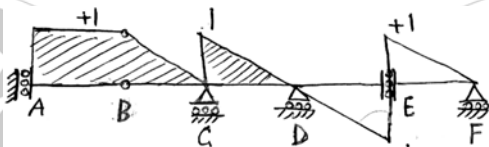
$$d\theta = \frac{xdx}{EI} \Rightarrow k(x) = \frac{d\theta}{dx} = \frac{x}{EI} = \frac{M(x)}{EI} \Rightarrow M(x) = x$$

با توجه به اینکه  $M(x)$  برابر  $x$  به دست آمد نتیجه می‌شود که بارگذاری تیر به صورت بار واحد در انتهای تیر طره  $AB$  بوده است. برای محاسبه تغییر مکان گره  $C$  می‌توانیم بار را از  $B$  به  $C$  منتقل کنیم که در این صورت علاوه بر نیروی واحد، یک لنگر متمرکز برابر ۳ در گره  $C$  وارد می‌شود. با جمع آثار داریم:

$$\Delta_C = \frac{PL^3}{3EI} + \frac{ML^2}{2EI} = \frac{1 \times 1^3}{3EI} + \frac{3 \times 1^2}{2EI} = \frac{11}{6EI}$$

با توجه به اینکه تغییر مکان تیر به سمت پایین است و محور قائم  $y$  به سمت بالا می‌باشد، این تغییر مکان منفی در نظر گرفته شده است.

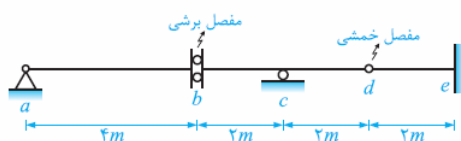
خط تأثیر نیروی برشی سمت راست تکیه‌گاه  $C$  در شکل زیر رسم شده است. با توجه به اینکه در صورت تست، صفت «زنده» برای بار گسترده ذکر نشده است، حق بارگذاری و اعمال بار گسترده در دهانه‌های مختلف (به صورت غیر پیوسته) را نداریم. با توجه به شکل تأثیر دیده می‌شود که حداکثر نیروی برشی سمت راست تکیه‌گاه  $C$  وقتی به وجود می‌آید که بار گسترده روی سه دهانه مجاور  $AB$  و  $BC$  و  $CD$  اثر کند و در این صورت داریم:



$$A_o = l \times 1 + \frac{l \times 1}{2} + \frac{l \times 1}{2} = 2l, \quad (V_C^+)^{max} = x A_o = w \times 2l = 2wl$$

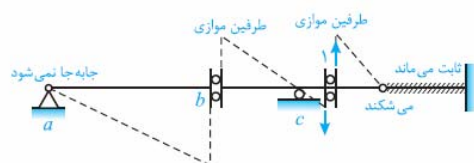
این سؤال مشابه تست‌های ۱۷ و ۱۸ صفحه ۲۸۵ کتاب تحلیل جلد ۲ سری عمران می‌باشد.

۱۷- در تیر شکل مقابل تحت بار گسترده  $1t/m$  با طول متغیر، قدر مطلق برش حداکثر در

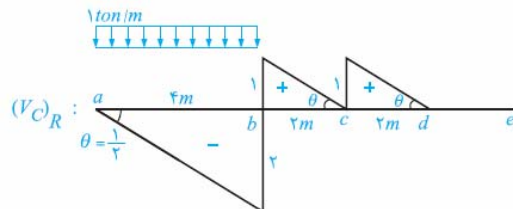


سمت راست تکیه‌گاه  $C$  بر حسب  $ton$ ، چقدر است؟ (سرتاسر تیر قابل بارگذاری می‌باشد.)

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۴  
(۴) ۶



برای بررسی این تست، ابتدا خط تأثیر برش در سمت راست تکیه‌گاه  $C$  را رسم می‌کنیم:



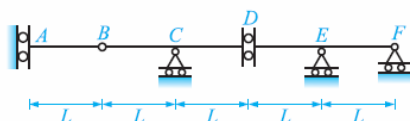
حداکثر برش در سمت راست تکیه‌گاه  $C$ ، زمانی ایجاد می‌شود که بار گسترده حداکثر مساحت بین محور افقی و نمودار خط تأثیر را پوشش دهد. به همین منظور یک بار مساحت‌های مثبت و بار دیگر مساحت منفی را به دست می‌آوریم تا حداکثر مساحت مشخص شود:

$$\begin{cases} S^+ = \frac{2 \times 1 \times 2}{2} = 2 & \text{اگر بار گسترده در } bcd \text{ قرار گیرد.} \\ S^- = \frac{2 \times 4}{2} = 4 & \text{اگر بار گسترده در } ab \text{ قرار گیرد.} \end{cases} \Rightarrow S_{max} = 4$$

$$V_{C_{max}}^R = 1 \times S_{max} = 1 \times 4 = 4 \text{ ton}$$

۱۸- اگر بار گسترده و یکنواخت به شدت  $w$  بتواند به طور اختیاری در دهانه‌های مختلف

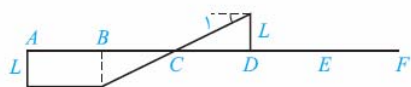
تیر قرار گیرد، حداکثر لنگر خمشی در مفصل برشی  $D$  چقدر است؟



- (۱)  $2wL^2$   
(۲)  $\frac{3wL^2}{2}$   
(۳)  $\frac{wL^2}{2}$   
(۴)  $wL^2$



برای به دست آوردن لنگر حداکثر در نقطه D، ابتدا خط تأثیر آن را رسم می‌کنیم:



حداکثر مقدار لنگر در تیر زمانی خواهد بود که بار گسترده در دهانه ABC قرار گیرد:

$$M_{maxD} = w \times S_{ABC} = w \left[ L \times L + \frac{L \times L}{2} \right] = \frac{3}{2} w L^2$$

۵٪

۶۲- (۴)

**نکته:** مطابق توضیحات تست ۹۲۶ کتاب تحلیل سازه‌های دکتر نادر فنائی، انرژی کرنشی خمشی یک عضو دارای چرخش‌های گرهی در دو انتها و تغییر مکان نسبی را می‌توان با رابطه زیر محاسبه کرد:

$$U = \frac{2EI}{l} (\theta_A^2 + \theta_A \theta_B + \theta_B^2) - \frac{6EI \Delta}{l^2} (\theta_A + \theta_B) + \frac{6EI \Delta^2}{l^3}$$

واضح است که مطابق قرارداد شیب - افت چرخش‌های ساعتگرد و همچنین تغییر مکان‌های نسبی منجر به چرخش ساعتگرد، مثبت در نظر گرفته می‌شوند. از آنجاکه تکیه‌گاه‌های A و C گیردار هستند، چرخش آنها برابر صفر است. چرخش گره B در جهت مثلثاتی (پادساعتگرد) می‌باشد که چون به سمت بالا است و موجب چرخش پادساعتگرد AB شده است، منفی می‌باشد. برای عضو BC، تغییر مکان افقی B به منزله Δ می‌باشد که چون به سمت راست است و موجب چرخش ساعتگرد EC شده است، مثبت می‌باشد و داریم:

$$U_{AB} = \frac{2EI}{l} (\theta_A^2 + \theta_A \theta_B + \theta_B^2) - \frac{6EI \Delta_{VB}}{l^2} (\theta_A + \theta_B) + \frac{6EI \Delta_{VB}^2}{l^3}$$

$$U_{BC} = \frac{2EI}{l} (\theta_B^2 + \theta_B \theta_C + \theta_C^2) - \frac{6EI \Delta_{HB}}{l^2} (\theta_B + \theta_C) + \frac{6EI \Delta_{HB}^2}{l^3}$$

$$\theta_A = \theta_C = 0, \quad U_{ABC} = U_{AB} + U_{BC} = \frac{4EI}{l} \theta_B^2 - \frac{6EI \theta_B}{l^2} (\Delta_{VB} + \Delta_{HB}) + \frac{6EI}{l^3} (\Delta_{VB}^2 + \Delta_{HB}^2)$$

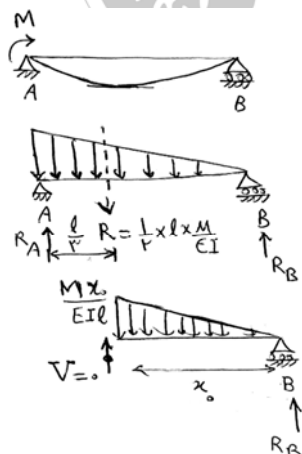
$$= \frac{4EI}{l} (-0.01)^2 - \frac{6EI}{l^2} (-0.01)(-0.02l + 0.01l) + \frac{6EI}{l^3} [(-0.02l)^2 + (0.01l)^2]$$

$$= \frac{4 \times 10^{-4} EI}{l} - \frac{6 \times 10^{-4} EI}{l} + \frac{30 \times 10^{-4} EI}{l} = 28 \times 10^{-4} \frac{EI}{l}$$

۵٪

۶۳- (۲)

از قضیه دو جانبه بتی - ماکسول استفاده می‌کنیم. با توجه به حالت دوم قضیه (حالت لنگر - لنگر) چون با اعمال لنگر خمشی M در فاصله x از تکیه‌گاه A، شیب تکیه‌گاه A برابر صفر شده است، به‌طور متقابل اگر لنگر خمشی متمرکز M در تکیه‌گاه A اثر کند، در فاصله x از تکیه‌گاه A شیب برابر صفر خواهد شد. پس مسأله مطرح شده تبدیل می‌شود به اینکه در یک تیر دو سر ساده تحت اثر لنگر خمشی متمرکز M در یک تکیه‌گاه آن محل شیب صفر (یا همان محل خیز ماکزیمم تیر) را پیدا کنیم. می‌دانیم اگر در نقطه‌ای از تیر اصلی شیب برابر صفر باشد، در نقطه متناظر آن در تیر مزدوجش برش برابر صفر است.



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B \times l - R \times \frac{l}{3} = 0 \Rightarrow R_B = \frac{R}{3} = \frac{1}{3} \times \left( \frac{1}{2} \times l \times \frac{M}{EI} \right) = \frac{ML}{6EI}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} x_0 \times \frac{M x_0}{EI} - R_B = 0$$

$$\frac{M x_0^2}{2EI} = \frac{ML}{6EI} \Rightarrow x_0^2 = \frac{l^2}{3} \Rightarrow x_0 = \frac{l}{\sqrt{3}}$$

$$x = l - x_0 = l - \frac{l}{\sqrt{3}} = \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) l$$

اگر نیروهای افقی  $P$  روی اعضای قائم را به تکیه‌گاه‌ها منتقل کنیم دیده می‌شود که تیر  $AB$  تحت اثر لنگرهای مختلف‌الجهت  $Pl$ ، خمش محض را تجربه می‌کند و در این حالت که تیر پایه  $q$  است تغییر مکان قائم وسط تیر  $C$  به سمت پایین است و برابر است با  $\frac{Pl^3}{8EI}$ .  $\frac{Pl^3}{8EI} = \frac{Pl(2l)^3}{8EI} = \frac{Pl^3}{2EI}$  تجربه می‌کند و در این حالت که تیر پایه  $q$  است تغییر مکان قائم وسط تیر  $C$  به سمت بالا باشد. از بنابراین صفر شدن تغییر مکان قائم وسط دهانه تیر بایستی تغییر مکان قائم گره  $C$  ناشی از گرادیان حرارتی برابر  $\frac{Pl^3}{2EI}$  به سمت بالا باشد. از کار مجازی برای محاسبه  $\Delta T$  استفاده می‌کنیم:

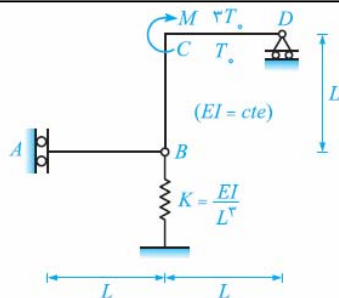
$$\begin{aligned} \Delta V_C &= \int_0^{2l} \frac{\alpha \Delta T}{h} m(x) dx \\ &= \frac{\alpha \Delta T}{h} \int_0^{2l} m(x) dx = \frac{\alpha \Delta T}{h} \times \left[ \frac{1}{2} \times 2l \times \left( -\frac{l}{2} \right) \right] \\ &= -\frac{\alpha l^2 \Delta T}{2h} = \frac{Pl^3}{2EI} \Rightarrow \Delta T = -\frac{Plh}{\alpha EI} \end{aligned}$$

علامت منفی در رابطه فوق نشان می‌دهد که بایستی دمای تار تحتانی به میزان  $\frac{Plh}{\alpha EI}$  از تار فوقانی کمتر باشد و از آنجا که دمای تار فوقانی تیر تغییر نمی‌کند نتیجه می‌شود که تار تحتانی باید به اندازه  $\frac{Plh}{\alpha EI}$  سرد شود.

این سؤال کاملاً مشابه با کاربرد روش کار مجازی در تست ۱۴۹ صفحه ۲۲۴ جلد ۱ کتاب تملیل سری عمران می‌باشد.

۴۹- در قاب مقابل، عضو  $AB$  تحت اثر گرادیان حرارتی نشان داده شده قرار گرفته است.

لنگر  $M$  چقدر باشد تا جابه‌جایی گره  $D$  صفر شود؟



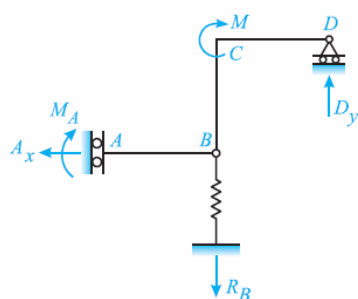
$$\frac{\alpha EIT_1}{h} \quad (2)$$

$$\frac{3\alpha EIT_1}{h} \quad (4)$$

$$\frac{3\alpha EIT_1}{2h} \quad (1)$$

$$\frac{\alpha EIT_1}{2h} \quad (3)$$

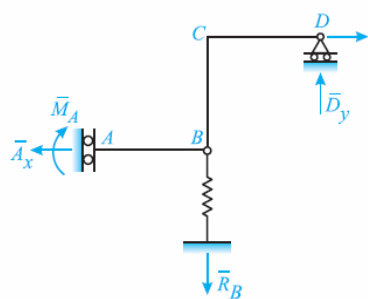
برای یافتن جابه‌جایی نقطه  $D$ ، یک بار واحد افقی در نقطه  $D$  قرار می‌دهیم:



$$AB \text{ قطعه} : \sum M_B = 0 \Rightarrow M_A = 0$$

$$BCD \text{ قطعه} : \sum M_B = 0 \Rightarrow D_y = \frac{M}{L}$$

$$\text{در کل قاب} : \begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow R_B = D_y = \frac{M}{L} \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0 \end{cases}$$

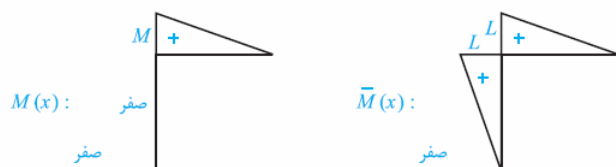


$$AB \text{ قطعه} : \sum M_B = 0 \Rightarrow \bar{M}_A = 0$$

$$BCD \text{ قطعه} : \sum M_B = 0 \Rightarrow \bar{D}_y = 1$$

$$\text{در کل قاب} : \begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow \bar{R}_B = \bar{D}_y = 1 \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow \bar{A}_x = 1 \end{cases}$$





$$\Delta_D = \int \frac{MM}{EI} dx + \int \bar{M} \times \frac{\alpha}{h} \times (T_b - T_t) dx + \int \bar{N} \left( \frac{T_b + T_t}{2} - T_o \right) \alpha dx$$

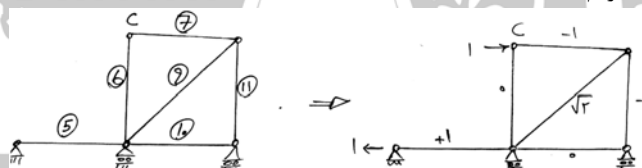
$$\Delta_D = \left[ \frac{1}{EI} \times \left( \frac{M \times L \times L}{3} \right) \right] + \frac{\alpha}{h} \times (T_o - 3T_o) \times \left( L \times \frac{L}{2} \right) + 0 = \frac{ML^2}{3EI} - \frac{\alpha L^2 T_o}{h} = 0 \Rightarrow M = \frac{3\alpha EIT_o}{h}$$

تذکر: با توجه به صفر بودن  $\bar{N}$  در عضو تحت گرادیان حرارتی، عبارت سوم در سمت راست تساوی صفر می‌شود.

۷۲۵

۶۵- (۴)

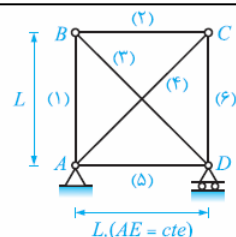
با انتخاب بخشی پایدار و معین از خرپا داریم:



$$\Delta_{c_x} = \frac{N_7 \times (-1) \times L}{AE} + \frac{N_8 \times (+1) \times L}{AE} + \frac{N_{11} \times (-1) \times L}{AE} + \frac{N_9 (\sqrt{2}) \times \sqrt{2}L}{AE}$$

$$\Delta_{c_x} = \frac{L}{AE} (-N_7 + N_8 - N_{11} + 2N_9)$$

این سؤال مشابه تمرین ۱۲-۱۱ صفحه ۱۱۲ جلد ۲ کتاب تحلیل سری عمران می‌باشد.



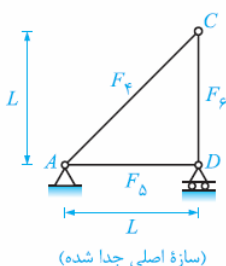
تمرین ۱۲-۱۱: خرپای نامعین مقابل مفروض است اگر نیروی محوری اعضاء در اثر بارگذاری دلخواه را  $F_f$  بنامیم، تغییر مکان افقی نقطه C برابر است با:

$$\frac{L}{AE} (F_f - 2F_f) \quad (2)$$

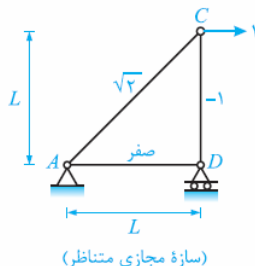
$$\frac{L}{AE} (\sqrt{2}F_f - F_f) \quad (1)$$

$$\frac{L}{AE} (F_f - \sqrt{2}F_f) \quad (4)$$

$$\frac{L}{AE} (2F_f - F_f) \quad (3)$$



(سازه اصلی جدا شده)



(سازه مجازی متناظر)

● حل: نیروهای اعضاء خرپا در اثر بارگذاری را با توجه به اطلاعات سؤال می‌دانیم. با توجه به نکته اشاره شده، قسمت پایدار و معین ACD را از این خرپا جدا می‌کنیم (دقت شود که انتخاب ACD به این دلیل است که با توجه به گزینه‌ها اعضاء (۴) و (۶) باید در سازه جدا شده حضور داشته باشد). در ادامه با استفاده از روش کار مجازی تغییر مکان افقی C را محاسبه می‌کنیم. سازه اصلی و مجازی در این حالت به صورت مقابل خواهد بود:

در ادامه مطابق فصل پنجم، جابه‌جایی افقی نقطه C به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta_{C_x} = \sum \frac{F\bar{F}L}{AE} = \frac{F_f \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}L}{AE} + \frac{F_f \times (-1) \times L}{AE} = \frac{L}{AE} (2F_f - F_f)$$

بنابراین گزینه (۳) پاسخ صحیح است.

## مکانیک خاک و مهندسی پی

۶۶- (۳)

۸۰٪

$$\gamma = \frac{G_s(1+\omega)}{1+e} \gamma_w \Rightarrow 1/5 = \frac{2/5 \times (1+0/2)}{1+e} \times 1 \Rightarrow e = 1$$

در حالت اول داریم:

$$\omega = 0/2 = 20\%$$

 در حالت دوم که خاک اشباع می‌شود، با توجه به ثابت ماندن حجم خاک،  $e$  نیز ثابت بوده و همان  $e = 1$  است. بنابراین خواهیم داشت:

$$\omega G_s = s_r e \Rightarrow \omega \times 2/5 = 1 \times 1 \Rightarrow \omega = 0/4 = 40\%$$

پس افزایش درصد رطوبت خاک برابر است با:

$$\Delta \omega = 40\% - 20\% = 20\%$$

این تست تقریباً مشابه تست ۱۰ از فصل اول کتاب مکانیک خاک سری عمران است که در صفحه ۵۵ آمده است.

یک لایه خاک درشت‌دانه به ضخامت ۵ متر بر روی یک بستر سنگی قرار دارد. لایه مورد نظر خشک بوده و وزن مخصوص آن برابر  $1800 \text{ kg/m}^3$  می‌باشد. چند سانتی‌متر بارندگی در منطقه باعث اشباع شدن این لایه می‌گردد؟ از تبخیر و خروج آب از لایه مذکور صرف نظر کنید و چگالی دانه‌های جامد خاک را برابر  $2/7$  در نظر بگیرید.

۱۳۳ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۶۷ (۲)

۲۵۰ (۱)

$$\gamma_d = \frac{G_s \gamma_w}{1+e} \Rightarrow 1800 = \frac{2/7 \times 1000}{1+e} \Rightarrow e = 0/5 \Rightarrow n = \frac{e}{1+e} = \frac{0/5}{1+0/5} = \frac{1}{3}$$

$$n = \frac{V_v}{V} = \frac{H_v}{H} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{H_v}{5} \Rightarrow H_v = \frac{5}{3} \text{ m} = 167 \text{ cm}$$

۶۷- (۳)

۹۰٪

با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} \text{شن} \\ \text{ماسه} \\ \text{ریزدانه} \end{array} \right\} \begin{array}{l} = \frac{500}{1000} \times 100 = 50\% \\ = \frac{300}{1000} \times 100 = 30\% \\ = \frac{200}{1000} \times 100 = 20\% \end{array}$$

پس برای تعیین نام خاک براساس روش متحد (یونیفاید) خواهیم داشت:

الف) حرف اول:

$$P_{200} = 20\% < 50\% \Rightarrow S \text{ یا } G \xrightarrow{\text{شن بیشتر از ماسه است}} G$$

ب) حرف دوم:

$$P_{200} = 20\% > 12\% \Rightarrow \text{حرف دوم } C \text{ یا } M \text{ است}$$

$$PI_A = 0/73(60-20) = 29/2 > PI = 60-40 = 20 \Rightarrow \text{خاک زیر خط } A \text{ است و لای } (M) \text{ می‌باشد.}$$

 بنابراین نام خاک  $GM$  است.

این تست مشابه تست ۴۷ از فصل اول کتاب مکانیک خاک سری عمران است که در صفحه ۶۰ آمده است.

در یک نمونه خاک درصد گذرنده از الک‌های شماره ۴ و ۲۰۰ به ترتیب برابر ۶۰٪ و ۲۵٪ است. اگر حد روانی و حد خمیری بخش ریزدانه آن به ترتیب ۲۳ و ۲۰ باشند، نام این خاک در سیستم طبقه‌بندی متحد کدام است؟

GC (۴)

GM (۳)

SM (۲)

SC (۱)

باتوجه به گزینه‌ها مشخص است که خاک درشت‌دانه است (حرف اول آن  $S$  یا  $G$  می‌باشد) و حرف دوم آن نیز براساس ریزدانه ( $M$  یا  $C$ ) می‌باشد.

الف- تعیین نوع درشت‌دانه برای حرف اول

$$F_{\%}^* = \left( \frac{F_{\%} - F_{\%0}}{100 - F_{\%0}} \right) \times 100 = \left( \frac{60 - 25}{100 - 25} \right) \times 100 = \left( \frac{35}{75} \right) \times 100 < 50\% \Rightarrow G$$

ب- تعیین نوع ریزدانه برای حرف دوم

$$PI = 23 - 20 = 3 < 4 \Rightarrow M$$

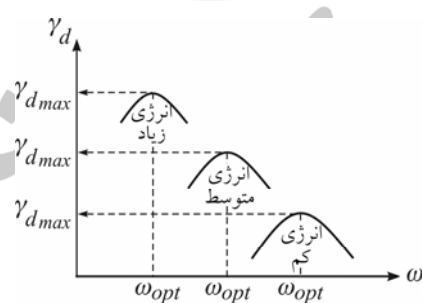
پس نام خاک در سیستم طبقه‌بندی متحد  $GM$  است.

۵۰٪

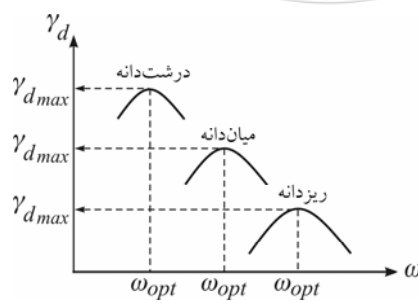
۶۸- (۳)

هر چه خاک درشت‌دانه‌تر باشد و انرژی تراکم بیشتر باشد، تراکم بهتری خواهیم داشت. تراکم بهتر یعنی حرکت منحنی تراکم به سمت راست و بالا. با توجه به این توضیحات شکل‌های ب و د صحیح می‌باشند. یعنی گزینه (۳) صحیح است. توجه کنید که اولاً تعداد ضربات بیشتر در تراکم به معنی انرژی بیشتر است، ثانیاً شن ( $G$ ) درشت‌دانه‌تر از ماسه ( $S$ ) و ماسه درشت‌دانه‌تر از رس ( $C$ ) است.

مطالب مورد سؤال در این تست در شکل‌های (۱-۲۵) و (۱-۲۶) از فصل اول کتاب سری عمران آمده است که می‌توانید آنرا در صفحه ۴۸ کتاب ملاحظه کنید.



شکل (۱-۲۵)

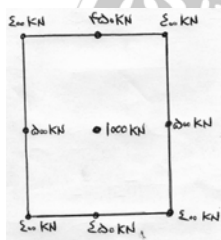


شکل (۱-۲۶)

۳۰٪

۶۹- (۱)

اطلاعات داده شده در مورد بار ستون‌ها را به شکل زیر نشان می‌دهیم:



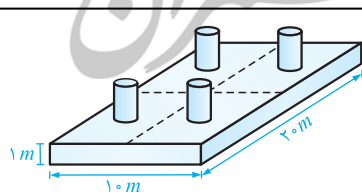
با توجه به تقارن بارگذاری وارد بر پی واضح است که  $\sum M$  حول مرکز پی صفر بوده و هیچگونه خروج از مرکزیتی نداریم. در نتیجه توزیع تنش در زیر پی یکنواخت بوده و برابر است با:

$$q = \frac{\sum P}{A} = \frac{1000 + 4 \times 4000 + 2 \times 500 + 2 \times 450}{10 \times 10} = 30 < 200 \text{ kPa}$$

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

این تست مشابه تمرین ۲۵ از فصل دوم کتاب پی‌سازی سری عمران است که در صفحه ۱۴۲ آمده است.

اگر به جای یک سیلو، چهار سیلوی مشابه با ظرفیت ذخیره ۱۲۵۰۰ ton گندم، بصورت متقارن (مطابق شکل) روی پی مستقر شوند و وزن پی را نیز لحاظ کنیم، در آن صورت چه تنشی در زیر پی ایجاد می‌شود؟ ( $\gamma_{\text{بن}} = 2/5 \text{ ton/m}^3$ )



هاله بارهای وارد از طرف سیلوها نسبت به پی متقارن هستند. همچنین وزن پی نیز بصورت یک بار گسترده یکنواخت و متقارن به خاک اعمال می‌شود. بنابراین توزیع تنش در زیر پی نیز یکنواخت (متقارن) بوده و بصورت زیر بدست می‌آید:

$$q = \frac{\sum P}{A} = \frac{W + 4F}{BL}$$

$$W_{(وزن پی)} = \gamma V = 2/5 \times (10 \times 20 \times 1) = 500 \text{ ton}$$

↓  
حجم پی

$$\Rightarrow q = \frac{500 + 4 \times 1250}{20 \times 10} = 27/5 \text{ ton/m}^2 = 2/75 \text{ kg/cm}^2$$

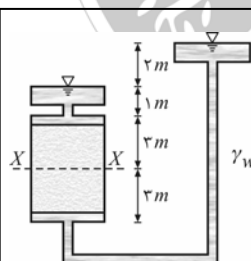
۶۰٪

۷۰- (۴)

$$P = \gamma_w \Delta H = 10 \times 2 = 20 \text{ kN/m}^2 \quad \text{یا} \quad P = i z \gamma_w = \left(\frac{2}{4}\right) \times 4 \times 10 = 20 \text{ kN/m}^2$$

$$F_p = P \times A = 20 \times 2000 \times 10^{-4} = 0/4 \text{ kN}$$

این تست مشابه تست ۴۱ از فصل دوم کتاب مکانیک خاک سری عمران است که در صفحه ۱۴۶ آمده است.



در لایه خاک نشان داده شده در شکل مقابل، میزان فشار تراوش حداکثر آب .....

(۱) برابر  $10 \text{ kN/m}^2$  است و جهت آن رو به بالا است.

(۲) برابر  $10 \text{ kN/m}^2$  است و جهت آن رو به پایین است.

(۳)  $20 \text{ kN/m}^2$  است و جهت آن رو به پایین است.

(۴) دو برابر فشار تراوش در مقطع (X-X) است.

جهت فشار تراوش در خاک هم جهت با حرکت آب می‌باشد. همانطور که ملاحظه می‌کنید، در این سؤال حرکت آب در خاک به سمت بالا بوده و جهت فشار تراوش هم به سمت بالا خواهد بود.

فشار تراوش در پایین‌ترین قسمت لایه خاک، (محلی که حداکثر طول را دارد و  $z = L$  است) حداکثر بوده و برابر است با:

$$P_{max} = \Delta H \gamma_w = 2 \times 10 = 20 \text{ kN/m}^2$$

فشار تراوش در مقطع (X-X) نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:  $P = i z \gamma_w = \left(\frac{2}{4}\right)(3)(10) = 10 \text{ kN/m}^2 \Rightarrow P_{max} = 2P_{(X-X)}$

۵۰٪

۷۱- (۱)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta \sigma_{zA}}{\Delta \sigma_{zB}} = \frac{q_A \times I_A}{q_B \times I_B} \quad q_A = q_B = q \rightarrow \frac{\Delta \sigma_{zA}}{\Delta \sigma_{zB}} = \frac{I_A}{I_B} \end{array} \right.$$

$$I_A = 4 I'_A, \quad I'_A = f(m=n=\frac{a}{2} = 0/5) \text{ نمودار } 0/08 \Rightarrow I_A = 4 \times 0/08 = 0/32$$

$$I_B = f(m=n=\frac{a}{4} = 1) \text{ نمودار } 0/18$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta \sigma_{zA}}{\Delta \sigma_{zB}} = \frac{0/32}{0/18} = 1/78 \approx 1/8$$

این تست مشابه است با تمرین‌های ۷ و ۸ فصل چهارم کتاب خاک است که در صفحات ۲۲۷ و ۲۲۸.

یک پی مستطیلی به ابعاد  $6m \times 2m$  تحت بار قائم  $250 \text{ kN}$  قرار دارد و در این حالت اضافه تنش قائم در عمق ۵ متری زیر مرکز پی برابر  $3/6 \text{ kN/m}^2$  است. اگر بار وارد بر پی دوبرابر شود، اضافه تنش قائم در عمق ۱۰ متری زیر گوشه پی با استفاده از حل بوسینسک چقدر خواهد بود؟

هاله با ترسیم شکل پی داریم:

$$\begin{cases} m_1 = \frac{L_1}{z_1} = \frac{3}{5}, \quad n_1 = \frac{B_1}{z_1} = \frac{1.5}{5} = \frac{3}{10} & (\text{ناحیه هاشور خورده}) \\ m_2 = \frac{L_2}{z_2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}, \quad n_2 = \frac{B_2}{z_2} = \frac{3}{10} & (\text{کل پی مستطیلی}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_1 = m_2, \quad n_1 = n_2$$

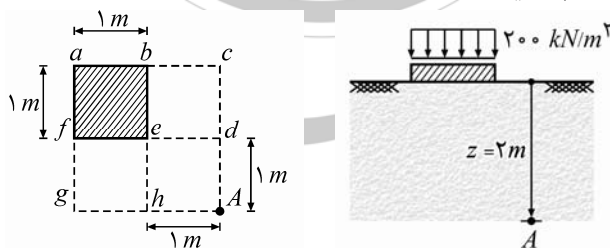
نتیجه آنکه ضریب تأثیر ناحیه هاشور خورده و کل پی مستطیلی با هم برابرند. بنابراین باتوجه به اینکه ناحیه هاشور خورده یک چهارم کل مستطیل است، خواهیم داشت:

$$I_{r_1} = 4 I_{r_2}$$

و از آنجا به دست می آید:

$$\frac{\Delta\sigma_{z_2}}{\Delta\sigma_{z_1}} = \frac{q_2 \times I_{r_2}}{q_1 \times I_{r_1}} \Rightarrow \frac{\Delta\sigma_{z_2}}{\Delta\sigma_{z_1}} = \frac{\left(\frac{500}{6 \times 3}\right)(I_{r_2})}{\left(\frac{250}{6 \times 3}\right)(4 I_{r_2})} \Rightarrow \Delta\sigma_{z_2} = 11.8 \text{ kN/m}^2$$

مطابق شکل بار گسترده ای با شدت یکنواخت  $200 \text{ kN/m}^2$ ، بر روی یک پی مربعی وارد می شود. باتوجه به ابعاد پی و نیز جدول ارائه شده برای ضریب تأثیر، با استفاده از رابطه  $\Delta\sigma_z = q I_r$ ، اضافه تنش قائم در نقطه A را محاسبه کنید.



شکل (۴-۱۳)

m	n	I
۱	۱	۰/۱۷۵
۰/۵	۰/۵	۰/۰۸۵
۱	۰/۵	۰/۱۲

هاله

$$\Delta\sigma_{z_A} = q I_r, \quad I_r = f(m, n), \quad m = \frac{L}{z}, \quad n = \frac{B}{z}$$

$$\Delta\sigma_{z_A} = q [I_{acAg} - I_{bcAh} - I_{fdAg} + I_{edAh}]$$

$$\begin{cases} I_{acAg} = I\left(\frac{2}{2}, \frac{2}{2}\right) = I(1, 1) = 0.175 \\ I_{bcAh} = I_{fdAg} = I\left(\frac{2}{2}, \frac{1}{2}\right) = I(1, 0.5) = 0.12 \\ I_{edAh} = I\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = I(0.5, 0.5) = 0.085 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma_{z_A} = 200 \times (0.175 - 2 \times 0.12 + 0.085) = 4 \text{ kN/m}^2$$

۵۰٪

۷۲- (۱)

$$\theta = 30^\circ, \quad \tau_f = 173 = 100\sqrt{3} \text{ kPa}, \quad \sigma_f = 346 = 200\sqrt{3} \text{ kPa}$$

طبق اطلاعات داده شده در صورت سؤال داریم:

پس با توجه به دایره مور مربوط به تنش های المان خاک خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \tau_f = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right) \sin 2\theta \Rightarrow 100\sqrt{3} = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right) \times \sin 60^\circ \Rightarrow \sigma_1 - \sigma_3 = 400 \text{ kPa} \\ \sigma_f = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right) + \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right) \cos 2\theta \Rightarrow 346 = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right) + \left(\frac{400}{2}\right) \times \cos 60^\circ \Rightarrow \sigma_1 + \sigma_3 = 492 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sigma_1 = 446, \quad \sigma_3 = 46$$



این تست مشابه تمرین ۳ از فصل ۶ کتاب مکانیک خاک سری عمران است که در صفحه ۳۵۹ آمده است.

تنش‌های قائم و برشی در صفحه شکست یک خاک ماسه‌ای به ترتیب برابر  $150 \text{ kN/m}^2$  و  $50\sqrt{3} \text{ kN/m}^2$  می‌باشند. زاویه اصطکاک داخلی خاک ماسه‌ای و تنش‌های اصلی در هنگام گسیختگی خاک را به دست آورید.  
 هاله ابتدا زاویه اصطکاک داخلی خاک را محاسبه می‌کنیم:

$$\tau_f = \sigma_f \tan \phi + c, \quad c = 0 \text{ (خاک ماسه‌ای)} \Rightarrow 50\sqrt{3} = 150 \tan \phi + 0 \Rightarrow \phi = 30^\circ$$

حال با استفاده از رابطه گسیختگی تنش‌های اصلی و نیز رابطه (۶-۱۱) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_3 \tan^2 \theta + 2c \tan \theta \\ \tau_f = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) \sin 2\theta \end{cases}, \quad \theta = 45 + \frac{\phi}{2} = 45 + \frac{30}{2} = 60^\circ$$

$$\tau_f = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) \sin 2\theta$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2 60 + 0$$

$$50\sqrt{3} = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) \sin 120 \Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = 3\sigma_3 \\ \sigma_1 - \sigma_3 = 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_3 = 100 \text{ kN/m}^2 \\ \sigma_1 = 300 \text{ kN/m}^2 \end{cases}$$

۶۰٪

۷۳- (۲)

در خاک‌های رسی عادی تحکیم یافته در لحظه گسیختگی  $0.5 < A_f < 1$  است و اگر رس کمی پیش تحکیم یافته باشد،  $0 < A_f < 0.5$  و در رس‌های بسیار پیش تحکیم یافته  $0 < A_f < 0.5$  است. توجه کنید که در خاک‌های رس عادی تحکیم یافته در لحظه گسیختگی با کاهش حجم و انقباض مواجه می‌شویم در حالیکه در خاک‌های رسی پیش تحکیم یافته با افزایش حجم و اتساع مواجه هستیم.  
 مطالب مورد سؤال در این تست در جدول ارائه شده در صفحه ۳۷۷ (فصل ۶) از کتاب مکانیک خاک سری عمران آمده است.

توصیف خاک	$A_f$
خاکهای رسی با حساسیت زیاد	بزرگتر از یک
خاک با قابلیت فشردگی زیاد یا رس عادی تحکیم یافته ( $OCR = 1$ )	بین ۱ تا ۰.۵
خاک با قابلیت فشردگی کم یا رس با پیش تحکیمی جزئی ( $OCR < 4$ )	بین ۰.۵ تا صفر
خاک با قابلیت فشردگی بسیار کم یا رس بسیار پیش تحکیم یافته ( $OCR > 4$ )	بین صفر تا ۰.۵-

۱۰٪

۷۴- (۲)

این سؤال ایراد دارد و اساساً غلط است. زیرا اولاً هیچ خاکی در طبیعت وجود ندارد که در آن  $e = 4$  باشد (بیشترین مقدار  $e$  موجود در طبیعت برابر ۳ است که مربوط به رس آبی نرم است). ثانیاً برای محاسبه نشست تحکیم لایه رسی بایستی  $\sigma'_0$  در وسط لایه رسی را داشته باشیم که مقدار آن با آنچه در نمودار صورت سؤال نشان داده شده به هیچ وجه همخوانی ندارد. زیرا:

$$\sigma'_0 = \gamma' z \xrightarrow[\frac{H}{\gamma} = \Delta m]{\gamma_{sat} = 18 \text{ kN/m}^3} \sigma'_0 = (18 - 10) \times 5 = 40 \text{ kPa}$$

حال فرض کنید (هر چند غلط!) که مثلاً نمودار ایده‌آل شده برای محاسبه نشست از  $\sigma' = 1 \text{ kPa}$  تا  $\sigma' = 8 \text{ kPa}$  تقریباً افقی باشد. در این حالت با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سؤال داریم:

$$e_0 = 4, \quad \sigma'_0 = 8 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_f = \sigma'_0 + \Delta \sigma' = 8 + 16 = 24 \text{ kPa}, \quad e_f = ?$$

حال با توجه به خطی بودن منحنی تحکیم در قسمت پر شیب، مقدار  $e_f$  را از طریق انترپوله خطی می‌یابیم:

$\log 100 = 2$	$\log 24^* = \log 24$	$\log 10 = 1$
$e_1 = 1/5$	$e_f$	$e_2 = 3/5$

$$\log 24^* = \log 10 + \log 2/4 \approx \log 10 + \log 2/5 = \log 10 + \log 10 - \log 4 = 1 + 1 - 2 \log 2 = 2 - 2 \times 0.3 = 1.4$$

$$\frac{2-1}{1/5-3/5} = \frac{2-1/4}{1/5-e_f} \Rightarrow e_f = 2/7$$

و در نهایت با استفاده از رابطه کلی تغییر شکل در تحکیم، می‌نویسیم:

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Delta e}{1+e_0} \Rightarrow \frac{\Delta H}{10} = \frac{4-2/7}{1+4} \Rightarrow \Delta H = 2/6 m = 2/5 m$$

حال اگر فرض کنیم  $\sigma'_0 = 1 \text{ kPa}$  است، در آن صورت  $\sigma'_f = 1 + 16 = 17 \text{ kPa}$  خواهد شد و  $e_f$  مشابه با آنچه قبلاً انجام دادیم برابر ۳ خواهد شد. بنابراین به طریق مشابه می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Delta e}{1+e_0} \Rightarrow \frac{\Delta H}{10} = \frac{4-3}{1+4} \Rightarrow \Delta H = 2 m$$

۶۰٪

۷۵- (۱)

$$T_v = \frac{C_v \cdot t}{H_{dr}^2} = \frac{(\Delta \times 10^3)(\Delta)}{(10 \times 100 \times \frac{1}{\gamma})^2} = 0.1 \xrightarrow{\text{جدول}} U_z = 0.06 = 6\%$$

این تست تقریباً مشابه تست ۳۴ از فصل پنجم کتاب مکانیک خاک سری عمران است که در صفحه ۳۰۰ آمده است.

دراثر نوعی بارگذاری، تنش قائم در مرکز یک لایه رس به ضخامت ۱۰ متر از  $3 \text{ kg/cm}^2$  به  $5 \text{ kg/cm}^2$  افزایش می‌یابد. در صورتی که ضریب تحکیم  $25000 \text{ cm}^2/\text{year}$  باشد و لایه از دو طرف زهکشی شود زمان لازم برای رسیدن به ۷۰٪ تحکیم چقدر است؟ ( $T_v = 0.403$ )

۱/۳۸ سال

۱۳/۸ سال

۴۰/۳ سال

۴/۰۳ سال

$$T_v = \frac{C_v \cdot t}{H_{dr}^2} \Rightarrow 0.403 = \frac{25000 \cdot t}{25 \times 10^4} \Rightarrow t = 40.3 \text{ year}$$

۹۰٪

۷۶- (۲)

$$U_A = U_B = 90\% \Rightarrow T_{vA} = T_{vB} \Rightarrow \frac{C_{vA} \times t_A}{H_{drA}^2} = \frac{C_{vB} \times t_B}{H_{drB}^2}$$

$$\frac{t_A}{t_B} = \left( \frac{H_{drA}}{H_{drB}} \right)^2 = \left( \frac{5 \times \frac{1}{2}}{4} \right)^2 = \frac{25}{64} = 0.39$$

این تست مشابه تست ۵۶ از فصل پنجم کتاب مکانیک خاک سری عمران است که در صفحه ۳۰۴ آمده است.

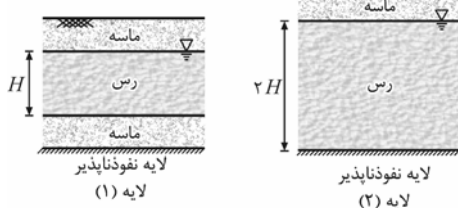
در شکل روبرو، دو لایه از یک نوع خاک رس نشان داده شده است که هر دو تحت اثر بار خارجی یکسان قرار گرفته‌اند. در صورتیکه لایه شماره (۱) در مدت یک سال به ۸۰٪ تحکیم خود برسد، در آن صورت لایه شماره (۲) در چه مدتی به همان درصد تحکیم خواهد رسید؟

۲ سال

۴ سال

۱۶ سال

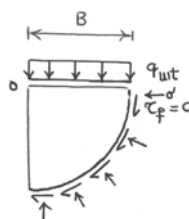
۸ سال



$$\frac{t_1}{t_2} = \left( \frac{H_{dr1}}{H_{dr2}} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{t_2} = \left( \frac{2}{2} \right)^2 \Rightarrow t_2 = 16 \text{ year}$$

با استفاده از رابطه (۵-۳۰) می‌نویسیم:

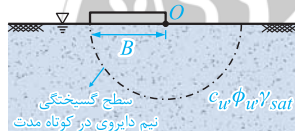
با ترسیم دیاگرام آزاد ناحیه گسیختگی خواهیم داشت:



$$\sum M_O = 0 \Rightarrow q_{ult} \times (B \times L) \times \left(\frac{B}{2}\right) = c_u \times \left(\frac{\pi B}{2} \times L\right) \times (B)$$

$$\Rightarrow q_{ult} = \pi c_u = 3.14 \times 50 = 157 \text{ kPa}$$

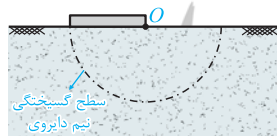
این تست مشابه تمرین ۲ از فصل دوم کتاب پی‌سازی سری عمران است که در صفحه ۱۱۰ آمده است.



هرگاه خاک زیر یک پی نواری، صرفاً چسبنده بوده و در شرایط زهکشی نشده بارگذاری شود، ساده‌ترین فرض ممکن برای سطح گسیختگی برشی ایجاد شده در خاک، بصورت یک نیم دایره مطابق شکل مقابل خواهد بود. در این صورت ظرفیت باربری نهایی خاک ( $q_{ult}$ ) را محاسبه کنید.

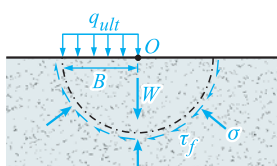
از مکانیک خاک به یاد داریم که برای خاک رسی در شرایط زهکشی نشده، مقاومت برشی فقط توسط عامل چسبندگی تأمین شده و آن را مقاومت برشی زهکشی نشده ( $\tau_f = c_u$ ) می‌نامیم. در سطح گسیختگی مشخص شده در این تمرین، در حالت حدی نهایی تنش برشی روی سطح گسیختگی ( $\tau$ ) برابر تنش برشی بسیج شده خاک ( $\tau_d$ ) بوده که با تنش برشی نهایی خاک یا همان مقاومت برشی ( $\tau_f$ ) برابر است. لذا می‌توان نوشت:

$$\tau = \tau_d = \tau_f = c_u$$



حال طبق روند اشاره شده برای تعیین  $q_{ult}$ ، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

(۱) ابتدا سطح گسیختگی مناسب را در زیر پی در نظر می‌گیریم. طبق توضیحات صورت سؤال این سطح بصورت تقریبی به شکل یک نیم دایره است.



(۲) دیاگرام جسم آزاد ناحیه گسیختگی را رسم می‌نماییم. در رسم دیاگرام فرض بر آن است که خاک زیر پی به مقاومت نهایی خود رسیده است و لذا تنش ایجاد شده در این قسمت برابر  $q_{ult}$  می‌باشد. همچنین در سطح گسیختگی نیم دایروی، شاهد یکسری تنش‌های عمودی و برشی ( $\tau, \sigma$ ) هستیم.  $W$  نیز وزن توده خاک در ناحیه گسیختگی است.

(۳) برای شکل فوق، یک رابطه تعادل مناسب نوشته و  $q_{ult}$  را از آن طریق محاسبه می‌کنیم. در این شکل تعادل لنگرها حول مرکز نیم‌دایره ( $O$ )، مناسب‌ترین رابطه می‌باشد (چرا؟) و داریم:

$$\sum M_O = 0 \Rightarrow q_{ult} \times (B \times L) \times \frac{B}{2} = \tau_f \times (\pi B \times L) \times \frac{B}{2}$$

بازوی لنگر بازوی لنگر مساحت اثر  $\tau$   
 $q_{ult}$  مساحت اثر  $q_{ult}$

$$\Rightarrow q_{ult} = 2\pi\tau_f \xrightarrow{\tau_f = c_u} q_{ult} = 2\pi c_u$$

توجه شود که تنش‌های عمودی  $\sigma$  و نیروی وزن  $W$ ، همگی از مرکز دایره عبور کرده و لنگری حول  $O$  ایجاد نمی‌کنند.

رابطه محاسبه ضریب اطمینان در برابر لغزش به صورت زیر است:

$$F.S. = \frac{P \tan \delta + C_1 A}{Q}$$

که با توجه به اطلاعات صورت سؤال داریم:

$$P = 1000 \text{ kN}, \quad Q = 200 \text{ kN}, \quad \delta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3} \times 0.145\right) \Rightarrow \tan \delta = 0.1$$

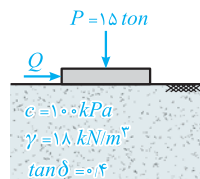
$$C_1 = \frac{2}{3}C = \frac{2}{3} \times 90 = 60 \text{ kPa}, \quad A = 2 \times 2 = 4 \text{ m}^2$$

$$F.S. = \frac{1000 \times 0.1 + 60 \times 4}{200} = 1.2$$

پس با جایگذاری در رابطه ضریب اطمینان، خواهیم داشت:

این تست مشابه تست‌های ۵۰ و ۷۶ از فصل دوم کتاب پی‌سازی سری عمران است که به ترتیب در صفحات ۱۹۶ و ۲۰۱ آمده‌اند.

یک پی دایره‌ای به قطر ۲ m تحت بار قائم ۱۵ ton قرار دارد. اگر ضریب اطمینان در برابر لغزش، ۱/۵ منظور گردد، مقدار  $Q_{max}$  تقریباً کدام است؟  
(۳) فرض شود و چسبندگی خاک و پی را برابر چسبندگی خاک در نظر بگیرید.)



(۱) ۱۲ ton

(۲) ۲۴ ton

(۳) ۳۶ ton

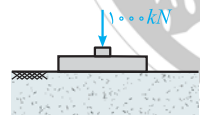
(۴) ۴۸ ton

برای محاسبه ضریب اطمینان در برابر لغزش می‌نویسیم:

$$F.S. = \frac{F_R}{F_d} = \frac{P \tan \delta + c_a A}{Q} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{15 \times 0.4 + 100 \times \left( \frac{\pi \times 2^2}{4} \right)}{Q_{max}} \Rightarrow Q_{max} = 24$$

**توجه:**  $c_a = c = 100 \text{ kPa} = 10 \text{ ton/m}^2$  و چسبندگی خاک و پی است که در این سؤال (طبق صورت سؤال) با هم برابرند.

در یک پی مربع شکل به ابعاد ۲×۲ متر و تحت بار قائم ۱۰۰۰ کیلو نیوتن، اگر یک بار افقی به میزان ۲۸۰ kN اعمال شود، ضریب اطمینان در برابر لغزش کدام است؟ ( $\tan \delta = 0.5$  و  $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$ ,  $c = 50 \text{ kN/m}^2$ )



(۲) ۲

(۱) ۱/۵

(۴) ۳

(۳) ۲/۵

$$F.S. = \frac{F_R}{F_d} = \frac{P \tan \delta + c_a A}{Q}$$

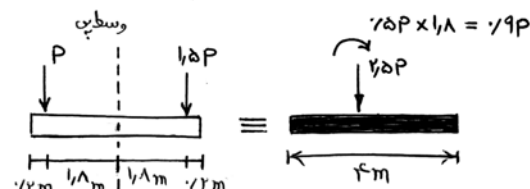
$$F.S. = \frac{P \tan \phi + cA}{Q} = \frac{1000 \times 0.5 + 50 \times 2^2}{280} = 2/5$$

با فرض  $\delta = \phi$  و  $c_a = c$  می‌نویسیم:

۳۰٪

۷۹- (۱)

پی تحت اثر بارهای وارده دارای خروج از محوریت است که به شرح زیر آن را می‌یابیم:



$$e = \frac{\sum M}{\sum P} = \frac{0.9P}{2.5P} = 0.36 \text{ m}$$

حال با استفاده از روش هانسن می‌نویسیم:

$$B', L' = \min, \max \{B - 2e_B, L - 2e_L\} = \min, \max \{2 - 0, 4 - 2 \times 0.36\} \Rightarrow B' = 2, L' = 3.28$$

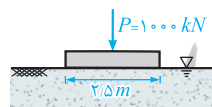
$$S_\gamma = 1 - 0.4 \frac{B'}{L'} = 1 - 0.4 \times \left( \frac{2}{3.28} \right) \approx 0.75$$

این تست مشابه قسمت‌های ب و ج از تمرین ۱۷ در فصل دوم کتاب پی‌سازی سری عمران است که در صفحه ۱۳۱ آمده است.

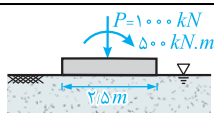
یک پی مستطیل شکل به ابعاد ۳ m × ۲/۵ m تحت اثر بار محوری ۱۰۰۰ kN مطابق شکل زیر قرار دارد. خاک زیر پی، ماسه اشباع می‌باشد. ظرفیت

باربری خاک را براساس نظریه هانسن در سه حالت زیر بیابید: ( $\pi = 3$  و  $s_c = 1/2$ ,  $s_\gamma = 1 - 0.4 \frac{B}{L}$ ,  $N_\gamma = 100$ ,  $\gamma_{sat} = 20 \text{ kN/m}^3$ )

الف) بار در مرکز سطح پی وارد شده باشد.

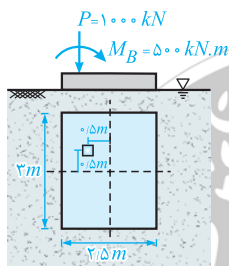






(ب) بار در مرکز سطح پی وارد شده و لنگر خمشی  $M_B = 500 \text{ kN.m}$  باشد.

(ج) بار دارای خروج از مرکزیت  $0/5 \text{ m}$  در هر دو جهت عرض و طول پی بوده و لنگر خمشی  $M_B = 500 \text{ kN.m}$  باشد.



هـ: رابطه ظرفیت باربری طبق نظریه هانسن بصورت زیر می باشد:

$$q_{ult} = cN_c s_c + qN_q s_q + 0/5 \gamma B N_\gamma s_\gamma$$

ملاحظه می کنید با آنکه هانسن تمامی ضرایب فرعی را در نظر می گیرد، ولی چون عوامل عمق، امتداد بار، شیب بستر پی و شیب زمین کنار پی در این سؤال تأثیرگذار نیستند، بنابراین ضرایب فرعی مربوط به آنها برابر یک لحاظ می شود و تنها اثر ضریب شکل لحاظ می گردد. حال به بررسی ترم های سه گانه این رابطه می پردازیم:

$$\begin{cases} \text{خاک ماسه ای} \Rightarrow c = 0 \\ \text{پی در سطح خاک} \Rightarrow q = 0 \end{cases} \Rightarrow q_{ult} = 0/5 \gamma B N_\gamma s_\gamma$$

اکنون هر یک از حالت های خواسته شده را بررسی می کنیم.

(ب) در این حالت به علت وجود لنگر خمشی، بارگذاری خارج از مرکز بوده و لذا در رابطه ظرفیت باربری از ابعاد مؤثر استفاده می شود.

$$q_{ult} = 0/5 \gamma_e B' N_\gamma s'_\gamma$$

برای تعیین  $B'$  بصورت زیر عمل می کنیم:

$$\begin{cases} B' = B - 2e_B \\ e_{\text{کل}B} = \frac{M_{\text{کل}B}}{P_{\text{کل}}} = \frac{500}{1000} = 0/5 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow B' = 2/5 - 2 \times 0/5 = 1/5 \text{ m}$$

همچنین ضریب شکل براساس  $B'$  و  $L'$ ، بصورت زیر بدست می آید:

$$B' = 1/5 \text{ m}, L' = L = 3 \text{ m} \text{ (بدون تغییر)} \Rightarrow s'_\gamma = 1 - 0/4 \frac{B'}{L'} = 1 - 0/4 \times \frac{1/5}{3} = 0/8$$

بنابراین ظرفیت باربری برابر است با:

$$q_{ult} = 0/5 \gamma_e B' N_\gamma s'_\gamma = 0/5 \times 10 \times 1/5 \times 1000 \times 0/8 = 600 \text{ kPa}$$

همانطور که مشاهده می کنید در حضور لنگر خمشی (حالت ب) نسبت به حالت بدون لنگر خمشی (الف)، ظرفیت باربری کاهش یافته است.

$$q_{ult(\text{ب})} < q_{ult(\text{الف})}$$

$$q_{ult} = 0/5 \gamma_e B' N_\gamma s'_\gamma$$

(ج) در این حالت نیز در رابطه  $q_{ult}$ ، باید ابعاد مؤثر را در نظر بگیریم:

برای تعیین  $B'$  و  $L'$  بصورت زیر عمل می کنیم:

$$\begin{cases} e_{\text{کل}B} = \frac{M_{\text{کل}B}}{P_{\text{کل}}} \\ M_{\text{کل}B} = \sum M_o (B \text{ جهت}) = M_B - P \times 0/5 = 500 - 1000 \times 0/5 = 0 \end{cases} \Rightarrow e_{\text{کل}B} = 0$$

$$\begin{cases} e_{\text{کل}L} = \frac{M_{\text{کل}L}}{P} \\ M_{\text{کل}L} = \sum M_o (L \text{ جهت}) = P \times 0/5 = 1000 \times 0/5 = 500 \text{ kN.m} \end{cases} \Rightarrow e_{\text{کل}L} = \frac{500}{1000} = 0/5 \text{ m}$$



بنابراین ابعاد مؤثر پی در قسمت (ج) عبارتند از:

$$\begin{cases} L - 2e_L = 3 - 2 \times 0.5 = 2m \\ B - 2e_B = 2.5 - 2 \times 0 = 2.5m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B' = \min \{2, 2.5\} = 2m \\ L' = \max \{2, 2.5\} = 2.5m \end{cases}$$

$$s'_\gamma = 1 - 0.4 \frac{B'}{L'} = 1 - 0.4 \times \frac{2}{2.5} = 0.68$$

با توجه به مقادیر بدست آمده،  $s'_\gamma$  را بدست می‌آوریم:

$$q_{ult} = 0.5 \gamma_e B' N_\gamma s'_\gamma = 0.5 \times 10 \times 2 \times 100 \times 0.68 = 680 \text{ kPa}$$

و در نهایت خواهیم داشت:

۵٪

۸۰- (۴)

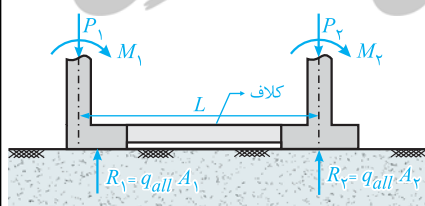
وجود تیر رابط (کلاف) باعث می‌شود تا فشار زیر هر یک از پی‌ها یکنواخت شده و به عبارت دیگر خروج از محوریت آنها از بین برود. بنابراین برای محاسبه ظرفیت باربری نهایی با پی‌های منفردی مواجه هستیم که خروج از محوریت ندارند. پس اگر پی سمت چپ را با اندیس (۱) و پی سمت راست را با اندیس (۲) نشان دهیم، در آن صورت خواهیم داشت:

$$\frac{q_{ult1}}{q_{ult2}} = \frac{0.5 B_1 \gamma N_\gamma S_{\gamma1}}{0.5 B_2 \gamma N_\gamma S_{\gamma2}} \xrightarrow{(چرا؟)} \frac{q_{ult1}}{q_{ult2}} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{1.5}{2} = 0.75$$

مطالب ارائه شده در مورد نقش کلاف در پی‌های باسکولی در صفحه ۱۶۰ کتاب پی‌سازی سری عمران می‌تواند به حل این سؤال در محاسبه ظرفیت باربری کمک کند.

محاسبات پی‌های باسکولی

اگر فضای اطراف یک ستون محدود باشد (ستون کنار زمین همسایه = ستون کناری)، در آن صورت نمی‌توانیم خروج از محوریت پی را از بین ببریم و چنانچه خروج از محوریت پی قابل ملاحظه باشد، لازم است تا برای تعادل بیشتر و تعدیل خروج از محوریت، پی‌های کناری را به کمک یک تیر رابط به پی‌ستون‌های میانی ببندیم تا فشار زیر پی یکنواخت گردد. به این پی‌های مرکب، «پی‌های باسکولی» یا «پی‌های کلاف‌دار» می‌گویند.



۴۰٪

۸۱- (۴)

با استفاده از روابط تعادل استاتیکی، عکس‌العمل‌های قائم تکیه‌گاه‌های A و B را می‌یابیم که در واقع نیروهای قائم وارد بر پی‌های A و B هستند:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_{yB} \times 4 = 5 \times 4 + (10 \times 4) \times 2 \Rightarrow R_{yB} = 25 \text{ ton}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow (10 \times 4) = 25 + R_{yA} \Rightarrow R_{yA} = 15 \text{ ton}$$

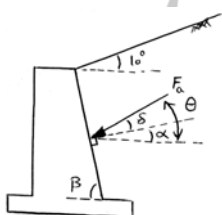
حال نسبت نشست‌های الاستیک را با توجه به یکسان بودن  $E$ ،  $I_P$  و  $\mu$  (چرا؟) به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\delta_B}{\delta_A} = \frac{q_B \times B_B \times \left(\frac{1-\mu^2}{E}\right) \times I_P}{q_A \times B_A \times \left(\frac{1-\mu^2}{E}\right) \times I_P} = \frac{\left(\frac{25}{2 \times 2}\right) \times 2}{\left(\frac{15}{1.5 \times 1.5}\right) \times 1.5} = 1.25$$

۵۰٪

۸۲- (۴)

در تئوری کولمب نیروی محرک  $F_a$  زاویه  $\delta$  با امتداد عمود بر دیوار می‌سازد، بنابراین با توجه به اطلاعات صورت سؤال خواهیم داشت:



$$\beta = 90 - \alpha \Rightarrow 75 = 90 - \alpha \Rightarrow \alpha = 15^\circ$$

$$\delta = \frac{2}{3} \phi = \frac{2}{3} \times 30 = 20^\circ$$

$$\theta = \delta + \alpha = 20 + 15 = 35^\circ$$

مطلب موردنظر برای پاشفکوی این تست، عیناً در بخش ۱-۴-۲، صفحه ۵۸ کتاب پی‌سازی سری عمران آمده است.

۱-۴-۲- تئوری کولمب برای بررسی دیوارهای حائل

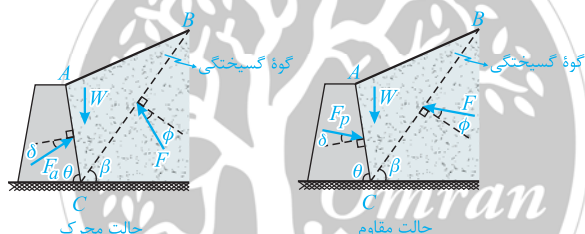
در بخش‌های اصلی این فصل، با تئوری رانکین و چگونگی محاسبه فشارهای جانبی و تحلیل دیوار حائل براساس این نظریه آشنا شدید. حال در این قسمت می‌خواهیم نظریه کولمب در مورد دیوارهای حائل را بررسی کنیم.

شکل‌های زیر، گوئه گسیختگی کولمب را در حالت‌های محرک و مقاوم نشان می‌دهند. در هر شکل، نیروهای وارد بر گوئه گسیختگی نیز نشان داده شده است که عبارتند از:

$F_p$  و  $F_a$ : نیروهای فشاری وارده از طرف خاک در حالت‌های محرک و مقاوم که به علت وجود اصطکاک، بر جداره دیوار عمود نبوده و زاویه  $\delta$  با آن می‌سازند.

$W$ : وزن گوئه گسیختگی

$F$ : برآیند نیروهای برشی و قائم در سطح گسیختگی



۸۳- (۲)

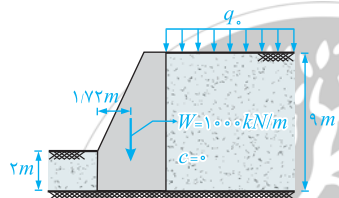
۳۰٪

$$F.S. = \frac{M_R}{M_d} = \frac{W \times l_G + F_p \times l_p}{F_a \times l_a} = \frac{W \times l_G + \frac{1}{2} k_p \gamma H_1^2 \times \frac{H_1}{3}}{\frac{1}{2} k_a \gamma H_a^2 \times \frac{H_a}{3} + q k_a H_a \times \frac{H_a}{2}}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{1000 \times 1.79 + \frac{1}{2} \times 3 \times 20 \times H_1^2 \times \frac{H_1}{3}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 20 \times 9^2 \times \frac{9}{3} + 30 \times \frac{1}{3} \times 9 \times \frac{9}{2}} \Rightarrow H_1 = 4m$$

این تست مشابه تست ۴۰ از فصل اول کتاب سری عمران است که در صفحه ۷۰ آمده است.

دیوار نگهدارنده مطابق شکل، رانش برشی به ارتفاع ۹م را که از خاکی با مشخصات  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$  و  $\phi = 30^\circ$  تشکیل شده است، تحمل می‌نماید. چنانچه در جلوی این دیوار، لایه‌ای از همین خاک به ضخامت ۲م ریخته و کوبیده شود، حداکثر سربار مجازی که بر بالای دیوار می‌تواند اعمال شود، برحسب MPa چقدر است؟ (ضریب ایمنی برابر ۱/۵ و  $\tan \delta = 0.42$  می‌باشد).



- ۱) ۰/۵
- ۲) ۰/۴
- ۳) ۰/۳
- ۴) ۰/۱

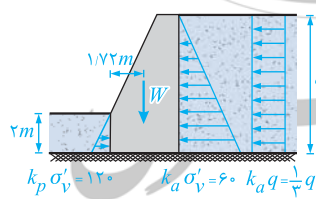
با استفاده از تعریف ضریب اطمینان در مقابل لغزش، می‌نویسیم:

$$F.S. = \frac{F_{\text{مقاوم}}}{F_{\text{محرک}}} = 1/5$$

کلیه نیروهای وارد بر دیوار حائل مطابق شکل زیر می‌باشد. با توجه به شکل می‌توان گفت:

-  $F_{\text{محرک}}$  ناشی از نیروهای وارده از سمت راست دیوار می‌باشد.

-  $F_{\text{مقاوم}}$  ناشی از نیروهای وارده از سمت چپ دیوار و نیز وزن دیوار است.



$$k_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{1 - 0.5}{1 + 0.5} = \frac{1}{3}$$

$$k_p = \frac{1}{k_a} = 3$$

$$k_a \sigma'_v = \frac{1}{3} \times (20 \times 9) = 60 \text{ kPa}$$

$$k_p \sigma'_v = 3 \times (2 \times 20) = 120 \text{ kPa}$$

$$k_a q = \frac{1}{3} q$$

$$F_{\text{محری}} = \frac{1}{3} \times 60 \times 9 \times 1 + \frac{1}{3} q \times 9 \times 1 = 270 + 3q$$

$$F_{\text{مقاوم}} = \frac{1}{3} \times 120 \times 2 \times 1 + 1000 \times 0.42 = 540$$

$$\Rightarrow 1/5 = \frac{540}{270 + 3q} \Rightarrow 360 = 270 + 3q \Rightarrow q = 30 \text{ kPa} = 0.3 \text{ MPa}$$

۵۰٪

۸۴- (۲)

ابتدا  $Q_P$  و  $Q_S$  را برای خاک دانه‌ای به ترتیب زیر می‌یابیم:

$$Q_P = q' N_q^* A_P = \gamma h \times N_q^* \times \frac{\pi D^2}{4} = \left( \frac{\pi}{4} \gamma N_q^* \right) h D^2$$

$$Q_S = P \int_0^h f_s dz = P \int_0^h k \sigma_v' \tan \delta dz = (\pi D) \int_0^h k \gamma z \tan \delta dz = \pi D k \gamma \tan \delta \int_0^h z dz = \left( \frac{\pi}{2} \gamma k \tan \delta \right) h^2 D$$

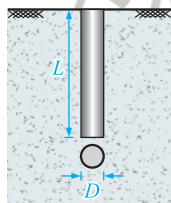
در ادامه با اعمال تغییرات گفته شده بر روی طول شمع خواهیم داشت:

$$Q_{P1} = Q_{P2} \Rightarrow \left( \frac{\pi}{4} \gamma N_q^* \right) (h) (D^2) = \left( \frac{\pi}{4} \gamma N_q^* \right) (2h) (D_2^2) \Rightarrow D_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} D$$

$$\frac{Q_{S2}}{Q_{S1}} = \frac{h_2^2 D_2}{h_1^2 D_1} = \frac{(2h)^2 \left( \frac{\sqrt{2}}{2} D \right)}{(h)^2 (D)} = 2\sqrt{2}$$

مشابه این تست را می‌توانید در تمرین ۱۱ صفحه ۲۴۸ و تست ۱۶ صفحه ۲۸۶ از فصل سوم کتاب پی‌سازی سری عمران مشاهده نمایید.

یک شمع با مقطع دایره به قطر  $D$  و با طول اولیه  $L$  یکبار در داخل یک خاک دانه‌ای و بار دیگر در داخل خاک کاملاً چسبنده کوبیده شده است. ظرفیت باربری کلی شمع ( $Q_u$ ) در شرایط زهکشی نشده در هر دو خاک مدنظر می‌باشد. اگر طول شمع دو برابر شود، ظرفیت باربری نهایی در هر کدام از خاک‌ها، نسبت به حالت اولیه چه تغییری خواهد کرد؟



(۱) در خاک دانه‌ای ۲ برابر و در خاک چسبنده کمتر از دو برابر می‌شود.

(۲) در خاک دانه‌ای بیش از ۲ برابر و در خاک چسبنده کمتر از دو برابر می‌شود.

(۳) در خاک دانه‌ای بیش از ۲ برابر و در خاک چسبنده دو برابر می‌شود.

(۴) در هر دو لایه خاک، ۲ برابر می‌شود.

هاله

$$Q_u = Q_s + Q_p$$

ابتدا خاک دانه‌ای را در نظر می‌گیریم.

- محاسبه  $Q_s$  در خاک دانه‌ای:

$$\begin{cases} Q_s = P \int_0^L f_s(z) dz \\ f_s(z) = k \sigma_v'(z) \tan \delta \end{cases} \Rightarrow Q_s = P k \tan \delta \int_0^L \sigma_v'(z) dz$$

$P$  (محیط)،  $k$  (ضریب فشار جانبی) و  $\delta$  (زاویه اصطکاک خاک و شمع) همگی ثابت هستند. همچنین انتگرال داده شده برای خاک مذکور بصورت زیر خواهد بود.

$$\sigma_v'(z) = \gamma_d z \Rightarrow \int_0^L \sigma_v'(z) dz = \int_0^L \gamma_d z dz = \frac{\gamma L^2}{2}$$

بنابراین با دو برابر شدن  $L$  یعنی طول شمع، مقدار انتگرال و از آنجا مقدار  $Q_s$ ، یعنی ۲، برابر می‌شود.

- محاسبه  $Q_p$  در خاک دانه‌ای:

$$Q_p = A_p (c N_c^* + q' N_q^*) = A_p q' N_q^*$$

در این حالت  $c = 0$  بوده و داریم:

$$q' = \gamma L$$

$A_p$  (سطح مقطع نوک شمع) و  $N_q^*$  ثابت می‌باشند، بنابراین با تغییر  $L$ ، فقط  $q'$  تغییر می‌کند.

لذا اگر طول شمع، دو برابر شود،  $q'$  نیز ۲ برابر خواهد شد. بنابراین جمله  $Q_p$  نیز ۲ برابر می‌شود. به این ترتیب برای شمع قرار گرفته در خاک دانه‌ای می‌توان گفت:

$$Q_u = Q_s + Q_p \xrightarrow{\text{اگر } L, 2 \text{ برابر شود}} Q_{S2} = 4Q_{S1}, \quad Q_{P2} = 2Q_{P1}$$

بنابراین ظرفیت باربری نهایی ( $Q_u$ ) شمع مذکور، بیش از ۲ برابر حالت اولیه‌اش خواهد شد.

حال خاک کاملاً چسبنده را در شرایط زهکشی نشده در نظر بگیرید.

- محاسبه  $Q_s$  در خاک کاملاً چسبنده:

در این حالت طبق روش  $\alpha$ ،  $Q_s$  برابر است با:

$$\begin{cases} Q_s = f_s PL \\ f_s = \alpha c_u (\alpha \text{ روش}) \end{cases} \Rightarrow Q_s = \alpha c_u PL$$

$\alpha$ ،  $c_u$  و  $P$  مستقل از طول شمع می‌باشد. بنابراین با دو برابر شدن  $L$ ،  $Q_s$ ، ۲ برابر می‌شود.

- محاسبه  $Q_p$  در خاک چسبنده:

$$Q_p = A_p (cN_c^* + qN_q^*) = cN_c^* A_p$$

در این حالت ظرفیت باربری نوک شمع برابر است با:

هر ۳ جمله فوق  $(c)$ ،  $N_c^*$  و  $A_p$  مقداری ثابت دارند. بنابراین با دو برابر شدن عمق،  $Q_p$  تغییر نمی‌کند.

$$Q_u = Q_s + Q_p \xrightarrow{\text{دو برابر شود } L} Q_{s2} = 2Q_{s1} \quad \bullet \quad Q_{p2} = Q_{p1}$$

حال می‌توان گفت:

بنابراین ظرفیت باربری نهایی در خاک صرفاً چسبنده، کمتر از ۲ برابر حالت اولیه‌اش می‌شود.

با توجه به نتایج بدست آمده گزینه (۲) پاسخ این تمرین می‌باشد.

۱۰٪

۸۵- (۳)

برای آنکه نیروی شمع‌ها با هم برابر شود، باید سختی محوری آن‌ها (نسبت  $\frac{EA}{l}$ ) با هم برابر باشد.

$$\left(\frac{EA}{L}\right)_1 = \left(\frac{EA}{L}\right)_2 \xrightarrow{E_1=E_2} \frac{A_1}{L_1} = \frac{A_2}{L_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi D_1^2}{4} = \frac{\pi D_2^2}{4} \Rightarrow \frac{1^2}{10} = \frac{D_2^2}{14/4} \Rightarrow D_2^2 = 1/44 \Rightarrow D_2 = 1/2 \text{ m}$$

### سیالات و مایه‌ریک

۶۰٪

۸۶- (۳)

با توجه به صورت سؤال، توان تلف شده در نمونه اصلی ( $P_p$ ) موردنظر می‌باشد. از آنجاکه حوضچه آرامش را مدل‌سازی نموده‌ایم، عدد فرود اهمیت پیدا می‌کند و باید این عدد در مدل و نمونه اصلی یکسان باشد.

$$Fr_m = Fr_p \Rightarrow \left(\frac{V}{\sqrt{gL}}\right)_m = \left(\frac{V}{\sqrt{gL}}\right)_p \Rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}}$$

حال نسبت توان در مدل به نمونه اصلی را تشکیل می‌دهیم. برای محاسبه توان، از رابطه  $P = F.V$  استفاده کرده و در آن نیروی  $F$  را  $F = \rho V^2 A$  در نظر می‌گیریم.

$$\frac{P_m}{P_p} = \frac{(F.V)_m}{(F.V)_p} = \frac{(\rho V^2 A)_m}{(\rho V^2 A)_p} \frac{\rho_m = \rho_p}{\rho_p} \left(\frac{V_m}{V_p}\right)^3 \times \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^2$$

$$\begin{cases} P_m = 1 \\ \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{50} \Rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \left(\frac{1}{50}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{1}{P_p} = \left(\frac{1}{50}\right)^{\frac{3}{2}} \times \left(\frac{1}{50}\right)^2 = \frac{1}{50^{\frac{7}{2}}} \Rightarrow P_p = 50^{\frac{7}{2}} \end{cases}$$

**تذکره:** با توجه به کلمه «زمان نظیر» در این سؤال، می‌توان برداشت دیگری نیز از مجهول مسئله نمود. به این صورت که زمان‌ها در مدل و نمونه اصلی نظیر (برابر) هم هستند. در این صورت انرژی (یا همان کار) مستهلک شده در نمونه اصلی، خواسته سؤال خواهد بود.

$$W = F \times L \Rightarrow \frac{W_m}{W_p} = \frac{(FL)_m}{(FL)_p} = \frac{(\rho V^2 L^2)_m}{(\rho V^2 L^2)_p} = \left(\frac{V_m}{V_p}\right)^2 \times \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^2 = \left(\frac{1}{50}\right)^4 \Rightarrow W_p = 50^4 \text{ J}$$

ملاحظه می‌کنید که با این تعبیر، گزینه (۴) صحیح خواهد شد!



این سؤال مشابه تست ۲۲ در صفحه ۴۱۸ از فصل هشتم کتاب مکانیک سیالات سری عمران می‌باشد.

مقیاس نیرو ( $F_r$ )، فشار ( $P_r$ ) و توان ( $N_r$ ) در تشابه فرود زمانی که سیال مدل و نمونه اصلی یکسان باشد، به ترتیب کدام است؟

$$N_r = L_r^{3/5}, P_r = L_r^2, F_r = L_r^{3/5} \quad (۲) \quad N_r = L_r^{3/5}, P_r = L_r^2, F_r = L_r^2 \quad (۱)$$

$$N_r = L_r^{3/5}, P_r = L_r, F_r = L_r^2 \quad (۴) \quad N_r = L_r^{3/5}, P_r = L_r, F_r = L_r^{3/5} \quad (۳)$$

چون سیال در مدل و نمونه اصلی یکسان است، بنابراین  $\frac{\rho_m}{\rho_p} = 1$  بوده و رابطه نسبت نیروها که در تمرین (۸-۸) به دست آمد، به صورت زیر خواهد بود:

$$F_r = L_r^2$$

$$P_r = \frac{F_r}{A_r} = \frac{L_r^2}{L_r^2} = L_r$$

$$N_r = F_r \times V_r = L_r^2 \times \sqrt{L_r} = L_r^{5/2}$$

برای به دست آوردن مقیاس فشار و توان نیز داریم:

۸۷- (۱)

با نوشتن رابطه برنولی بین نقاط A و B خواهیم داشت:

$$\frac{P_A}{\gamma} + z_A + \frac{V_A^2}{2g} = \frac{P_B}{\gamma} + z_B + \frac{V_B^2}{2g} + \Delta H_{AB}$$

همان ارتفاع سیال در پیزومتر نصب شده در نقطه A است.  $\frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g}$  نیز برابر ارتفاع سیال در لوله پیتوت در نقطه B می‌باشد. بنابراین اختلاف این جملات در رابطه برنولی، همان اختلاف ارتفاع بین لوله‌های پیزومتر و پیتوت خواهد بود.

$$z_A = z_B$$

$$\frac{P_A}{\gamma} - \left( \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} \right) = h \quad (\text{مجهول})$$

$$\Delta H_{AB} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0.02 \times \frac{5}{0.025} \times \frac{1^2}{2 \times 9.81} = 0.02 \text{ m}$$

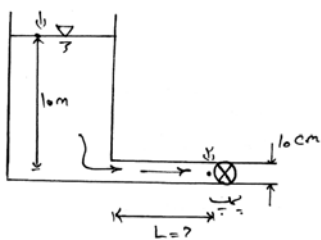
$$h + \frac{1^2}{2 \times 9.81} = 0.02 \Rightarrow h = 0.015 \text{ m}$$

۸۸- (۲)

رابطه اصل اندازه حرکت (که در این سؤال داده شده است)، براساس معادله انتقال رینولدز و برای یک سیال تراکم‌ناپذیر و جریان دائمی (پایدار) به شکل داده شده به دست می‌آید.

۸۹- (۱)

نقطه بحرانی برای وقوع پدیده کاویتاسیون در طول لوله، نقطه قبل از پمپ می‌باشد. بنابراین برای به دست آوردن حداکثر طول L (فاصله پمپ تا مخزن)، فشار نقطه قبل از پمپ (نقطه ۲) را برابر فشار بخار اشباع آب قرار می‌دهیم ( $P_2 = P_{vg} = P_v - P_{atm} = 10 - 100 = -90 \text{ kPa}$ )



اکنون رابطه برنولی را بین نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم.

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H$$

$$P_1 = 0, V_1 = 0, z_1 - z_2 = 10 \text{ m}$$



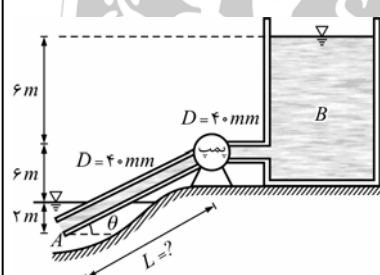
$$V_2 = \frac{Q}{A} = \frac{0.0157}{\frac{\pi \times 0.1^2}{4}} = 2 \text{ m/s}, \quad P_2 = -90 \text{ kPa}$$

$$\Delta H = f \frac{L}{D} \frac{V_2^2}{2g}$$

$$0 + 10 + 0 = -\frac{90}{10} + \frac{2^2}{20} + 0.02 \times \frac{L}{0.1} \times \frac{2^2}{20} \Rightarrow L = 470 \text{ m}$$

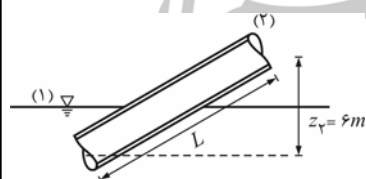
نکته این سؤال مشابه تست‌های ۳۳ در صفحه ۴۷۰ و ۴۶ در صفحه ۴۷۱ از فصل نهم کتاب مکانیک سیالات سری عمران می‌باشد.

جهت انتقال آب از دریاچه A به مخزن B، از یک پمپ با توان مصرفی ۴۸ kW و ضریب بازدهی  $\eta = 0.75$  استفاده می‌شود. اگر دبی جریان در لوله ۳/۶ lit/sec باشد، حداکثر طول L چقدر باشد تا کاویتاسیون در مسیر جریان رخ ندهد؟ ( $f = 0.02$ ,  $\pi = 3$ ) و فشار بخار آب ۱/۵ kPa و فشار اتمسفر محلی ۱۰۲ kPa است)



- (۱) ۸ m  
(۲) ۱۲ m  
(۳) ۱۶ m  
(۴) هیچکدام

احتمال وقوع کاویتاسیون قبل از پمپ از سایر نقاط بیشتر است. با نوشتن رابطه برنولی بین نقطه (۱) در سطح آزاد دریاچه A و نقطه (۲) درست قبل از پمپ و برابر قرار دادن فشار نقطه (۲) با فشار بخار اشباع سیال، حداکثر مقدار L را می‌یابیم.



$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H_{1-2}$$

$$0 + 0 + 0 = \frac{P_2}{\gamma} + 6 + \frac{V_2^2}{2 \times 10} + f \frac{L}{D} \times \frac{V_2^2}{2g}$$

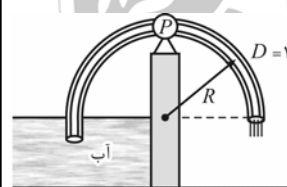
$$V_2 = \frac{Q}{A} = \frac{3/6 \times 10^{-3}}{\frac{\pi \times 0.04^2}{4}} = 3 \text{ m/s}$$

سرعت در مقطع (۲) برابر است با:

$$\frac{1/5 - 102}{10} + 6 + \frac{3^2}{20} + (0.02) \left( \frac{L}{0.04} \right) \left( \frac{3^2}{20} \right) = 0 \Rightarrow L = 16 \text{ m}$$

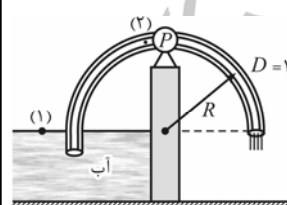
بنابراین می‌نویسیم:

از یک خط لوله به شکل قوس نیم‌دایره به شعاع R (مطابق شکل)، برای پمپاژ آب از یک طرف به طرف دیگر دیوار، استفاده می‌شود. ضریب اصطکاک دارسی-وایسباخ مصالح لوله  $f = 0.05$  می‌باشد. اگر فشار بخار نسبی آب  $P_v = 4 \text{ kPa}$  بوده و دبی جریان در لوله ۶۷/۵ lit/s باشد، R را طوری انتخاب کنید که در دهانه ورودی پمپ، کاویتاسیون در آستانه وقوع باشد. ( $\pi = 3$ ,  $P_{atm} = 96 \text{ kPa}$  و طول لوله در داخل آب ناچیز است).



- (۱) ۵ m  
(۲) ۶ m  
(۳) ۷ m  
(۴) ۸ m

مطابق شکل، بین نقطه (۱) در سطح آزاد آب و نقطه (۲) درست قبل از پمپ، معادله برنولی را می‌نویسیم. در این رابطه  $P_2 = P_v = 4 \text{ kPa}$  قرار می‌گیرد تا جریان قبل از پمپ در آستانه کاویتاسیون باشد. همچنین تمامی مقادیر  $P_1$ ,  $V_1$  و  $z_1$  برابر صفر می‌باشند.



$$H_1 = H_2 + \Delta H_{1-2} \Rightarrow 0 = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{V_2^2}{2g}, \quad V_2 = \frac{Q}{A} = \frac{67/5 \times 10^{-3}}{\frac{\pi \times 0.15^2}{4}} = 4 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{4 - 96}{10} + 6 + \frac{4^2}{2 \times 10} + (0.05) \left( \frac{2}{0.15} \right) \left( \frac{4^2}{2 \times 10} \right) \Rightarrow 1/4 R = 8/4 \Rightarrow R = 6 \text{ m}$$

۱۰٪

۹۰- (۳)

معادله ناویر - استوکس را برای جریان یک بعدی، یکنواخت و غیر دائمی داده شده به صورت زیر در نظر بگیرید.

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

جریان یکنواخت بوده و برابر صفر می باشد

$$\Rightarrow \rho \frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{\partial P}{\partial x}$$

$$u = \frac{Q}{A} \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} \quad \frac{Q = 0.02 + 0.01t}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{A} \times 0.01 = \frac{0.01}{\pi \times 0.1^2} = \frac{4}{\pi}$$

$$800 \times \frac{4}{\pi} = - \frac{\partial P}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = - \frac{3200}{\pi} \frac{N/m^2}{m}$$

۶۰٪

۹۱- (۴)

رابطه برنولی را بین نقطه (۱) در خروجی نازل و نقطه (۲) در محل برخورد جت با صفحه، می نویسیم.

$$\frac{P_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$P_1 = P_2 = 0, \quad z_2 - z_1 = h, \quad V_1 = 12 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow 0 + \frac{12^2}{20} = 0 + h + \frac{V_2^2}{20} \Rightarrow h = \frac{144 - V_2^2}{20}$$

ملاحظه می کنید که برای تعیین  $h$ ، باید  $V_2$  را بیابیم. با در نظر گرفتن تعادل نیروها برای صفحه مسطح قابل تحرک، خواهیم داشت:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow W = F_j = \rho Q V_2$$

$$Q = V_1 A_1 = 12 \times \frac{\pi \times 0.05^2}{4} = 75 \pi \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Rightarrow 60 \pi = 10^3 \times 75 \pi \times 10^{-4} \times V_2 \Rightarrow V_2 = 8 \text{ m/s}$$

با جایگذاری مقدار به دست آمده برای  $V_2$ ،  $h$  برابر خواهد شد با:

$$h = \frac{144 - V_2^2}{20} = \frac{144 - 8^2}{20} = 4 \text{ m}$$

این سؤال مشابه سؤالات ۷۵ در صفحه ۳۶۴ و ۸۴ در صفحه ۳۶۶ از فصل هفتم کتاب مکانیک سیالات سری عمران می باشد.

صفحه

شیپوره

$V = 15 \text{ m/s}$

$2 \text{ cm}$

$h$

$V_j$

این سؤال مشابه سؤالات ۷۵ در صفحه ۳۶۴ و ۸۴ در صفحه ۳۶۶ از فصل هفتم کتاب مکانیک سیالات سری عمران می باشد.

صفحه ای به وزن  $45 \text{ N}$  فقط می تواند آزادانه در راستای قائم حرکت کند. آب از شیپوره ای به قطر  $2 \text{ cm}$  با سرعت اولیه  $15 \text{ m/s}$  به پایین صفحه برخورد می کند. فاصله شیپوره از صفحه،  $h$ ، در حالت تعادل برابر است با:

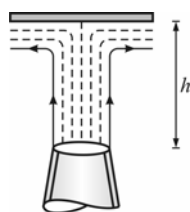
(۱)  $6/25 \text{ m}$  (۲)  $7/5 \text{ m}$  (۳)  $2/75 \text{ m}$  (۴)  $5/5 \text{ m}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow W = R, \quad R = \rho Q V \Rightarrow W = \rho Q V \xrightarrow{\text{پیوستگی}} W = \rho Q_j V$

$45 = (1000) \left( 15 \times \frac{\pi \times 0.02^2}{4} \right) (V) \Rightarrow V = 10 \text{ m/s}$

$V_j^2 - V^2 = 2gh \Rightarrow 15^2 - 10^2 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 6/25 \text{ m}$

جت عمودی که از یک روزنه با سرعت  $10 \text{ m/s}$  و قطر  $20 \text{ mm}$  خارج شده، با برخورد به صفحه‌ای با جرم  $1/5 \text{ kg}$ ، آن را در فاصله  $h$  نگاه می‌دارد. مقدار فاصله  $h$  بر حسب متر برابر است با:



$$\pi = 3$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$3/75 \quad (1)$$

$$4/8 \quad (2)$$

$$5/4 \quad (3)$$

$$6/0 \quad (4)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow W = R, \quad R = \rho QV \Rightarrow W = \rho QV$$

$$1/5 \times 10 = (1000) \left( 10 \times \frac{\pi \times 0.02^2}{4} \right) (V) \Rightarrow V = 5 \text{ m/s}$$

$$V_j^2 - V^2 = 2gh \Rightarrow 10^2 - 5^2 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 3/75 \text{ m}$$

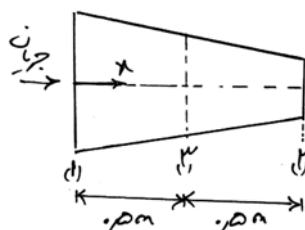
۱۰٪

۹۲- (۳)

شتاب ذره در نقطه موردنظر، تنها یک مؤلفه در راستای افق خواهد داشت ( $a_x$ ) که برابر است با:

$$a_x = u(x) \frac{\partial u}{\partial x} \Rightarrow a_{x_3} = u_3 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_3$$

مقدار  $u_3$  (سرعت در نقطه موردنظر (۳))، طبق رابطه پیوستگی به دست می‌آید:



$$u_1 A_1 = u_3 A_3 \Rightarrow 2 \times \frac{\pi \times 0.03^2}{4} = u_3 \times \frac{\pi \times 0.02^2}{4} \Rightarrow u_3 = 4/5 \text{ m/s}$$

از طرفی تابع سرعت جریان در این تبدیل به صورت  $u(x) = \frac{Q}{A(x)}$  می‌باشد که در آن  $A(x) = \frac{\pi}{4} D^2(x)$  بوده و  $D(x) = 0.03 - 0.02x$  است.

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x} = \frac{\partial \left( \frac{Q}{A(x)} \right)}{\partial x} = Q \times \frac{-\frac{\partial A(x)}{\partial x}}{A^2(x)} = -\frac{Q}{A^2(x)} \frac{\partial A(x)}{\partial x}$$

$$\frac{Q}{A(x=0.05)} = u_3 \Rightarrow \frac{\partial u(x)}{\partial x} = -\frac{u_3}{A(x=0.05)} \frac{\partial A(x)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial A(x)}{\partial x} = \frac{\partial \left( \frac{\pi}{4} D^2(x) \right)}{\partial x} = \frac{\pi}{2} D(x=0.05) \frac{\partial D(x)}{\partial x} = \frac{\pi}{2} \times 0.02 \times (-0.02) = -0.002\pi$$

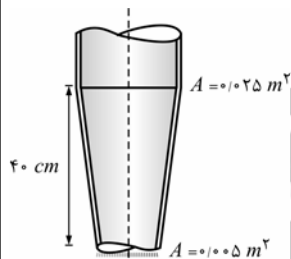
$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_3 = -\left( \frac{4/5}{\frac{\pi \times 0.02^2}{4}} \right) \times (-0.002\pi) = 9$$

بنابراین شتاب در نقطه (۳) برابر است با:

$$a_{x_3} = u_3 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_3 = 4/5 \times 9 = 40/5 \text{ m/s}^2$$

این سؤال مشابه تست ۳۵ در صفحه ۲۴۹ از فصل پنجم کتاب مکانیک سیالات سری عمران می‌باشد.

در شکل زیر سطح مقطع نازل به طور خطی از  $A = 0.025 \text{ m}^2$  به  $A = 0.005 \text{ m}^2$  کاهش می‌یابد. در صورتی که دبی برابر  $0.04 \text{ m}^3/\text{s}$  باشد، شتاب محلی و شتاب جابجایی یا انتقالی در فاصله  $10 \text{ cm}$  از شروع تنگ‌شدگی نازل چقدر است؟



(۱) شتاب محلی = ۰ و شتاب انتقالی  $5 \text{ m/s}^2$

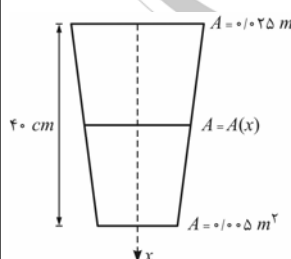
(۲) شتاب محلی  $10 \text{ m/s}^2$  و شتاب انتقالی  $5 \text{ m/s}^2$

(۳) شتاب محلی = ۰ و شتاب انتقالی  $10 \text{ m/s}^2$

(۴) شتاب محلی = ۰ و شتاب انتقالی = ۰

از آنجایی که دبی ثابت است، می‌توان نتیجه گرفت که در یک مقطع مشخص،  $\frac{\partial V}{\partial t}$  (شتاب محلی) برابر صفر می‌باشد. در این حالت برای محاسبه شتاب انتقالی  $\left(\frac{\partial V}{\partial x} \cdot V\right)$  نیز می‌توان نوشت:

$A = 0.025 \text{ m}^2$	$A = A(x)$	$A = 0.005 \text{ m}^2$
۰	$x$	۰/۴



$$\xrightarrow{\text{انترپوله (درون‌یابی)}} \frac{0.005 - 0.025}{0.4} = \frac{A(x) - 0.025}{x - 0}$$

$$\Rightarrow A(x) = 0.025 - 0.05x$$

$$\Rightarrow V(x) = \frac{Q}{A} = \frac{0.04}{0.025 - 0.05x}$$

$$a(\text{انتقالی}) = \frac{\partial V}{\partial x} \cdot V = \left[ \frac{0.05 \times 0.04}{(0.025 - 0.05x)^2} \right] \left[ \frac{0.04}{0.025 - 0.05x} \right] = \frac{0.0008}{(0.025 - 0.05x)^3}$$

$$a(x = 0.1) (\text{انتقالی}) = \frac{0.0008}{(0.025 - 0.05 \times 0.1)^3} = 10 \text{ m/s}^2$$

۹۳- (۲)

۴۰٪

کافی است معادله خط مسیر ذره موردنظر را بیابیم:

$$u = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{dx}{x} = dt \Rightarrow \ln x = t + C_1$$

$$(t = 0, x = 1) \Rightarrow \ln 1 = 0 + C_1 \Rightarrow C_1 = 0 \Rightarrow \ln x = t$$

بنابراین در لحظه  $t = 4$  ثانیه، موقعیت  $x$  ذره موردنظر برابر خواهد بود با:

$$\ln x = t \xrightarrow{t=4} \ln x = 4 \Rightarrow x = e^4$$

$$v = \frac{dy}{dt} \Rightarrow -y = \frac{dy}{dt} \Rightarrow \frac{dy}{y} = -dt \Rightarrow \ln y = -t + C_2$$

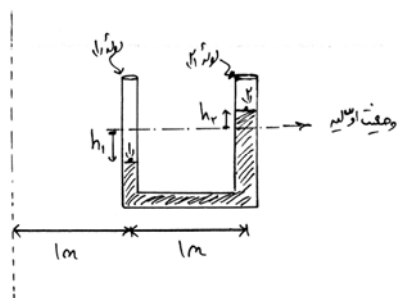
$$(t = 0, y = 2) \Rightarrow \ln 2 = 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = \ln 2 \Rightarrow \ln y = -t + \ln 2 \text{ یا } t = \ln \frac{2}{y}$$

بنابراین در لحظه  $t = 4$  ثانیه، موقعیت  $y$  ذره موردنظر برابر خواهد بود با:

$$t = \ln \frac{2}{y} \xrightarrow{t=4} 4 = \ln \frac{2}{y} \Rightarrow \frac{2}{y} = e^4 \Rightarrow y = 2e^{-4}$$

در نهایت ملاحظه می‌کنید که در  $t = 4 \text{ (sec)}$ ، ذره موردنظر در  $x = e^4$  و  $y = 2e^{-4}$  واقع می‌شود.

شکل نهایی سیال در لوله‌های (۱) و (۲) به صورت زیر می‌باشد. می‌خواهیم مقدار  $h_1$  را بیابیم.



نقاط (۱) و (۲) را در سطح سیال در لوله‌ها در نظر می‌گیریم. می‌دانیم  $P_1 = P_2 = 0$  می‌باشد. از طرفی فشار هر یک از نقاط طبق رابطه

$$P = P_0 + \frac{\rho \omega^2 r^2}{2} - \gamma y$$

نیز محاسبه می‌شود. لذا می‌توان نوشت:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow P_0 + \frac{\rho \omega^2 r_1^2}{2} - \gamma y_1 = P_0 + \frac{\rho \omega^2 r_2^2}{2} - \gamma y_2 \Rightarrow \gamma \Delta y = \frac{\rho \omega^2 (r_2^2 - r_1^2)}{2} \Rightarrow \Delta y = \frac{\omega^2 (r_2^2 - r_1^2)}{2g}$$

$$\Delta y = h_1 + h_2$$

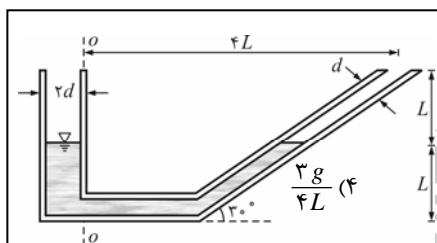
حجم سیال پایین رفته در لوله (۱) با حجم سیال بالا آمده در لوله (۲) برابر است.

$$\forall_1 = \forall_2 \Rightarrow h_1 A_1 = h_2 A_2 \xrightarrow{A_2 = 2A_1} h_1 = 2h_2 \quad \text{یا} \quad h_2 = \frac{h_1}{2} \Rightarrow \Delta y = h_1 + h_2 = h_1 + \frac{h_1}{2} = \frac{3}{2} h_1$$

$$\Delta y = \frac{\omega^2 (r_2^2 - r_1^2)}{2g} \Rightarrow \frac{3}{2} h_1 = \frac{1^2 \times (2^2 - 1^2)}{2g} \Rightarrow h_1 = \frac{1}{g}$$

به عبارت دیگر سطح سیال در لوله (۱)، نسبت به حالت سکون، به اندازه  $\frac{1}{g}$  پایین‌تر می‌رود.

این سؤال مشابه تست ۲۶ در صفحه ۲۰۳ از فصل چهارم کتاب مکانیک سیالات سری عمران می‌باشد.



ظرف نشان داده شده در شکل مقابل حاوی روغن به چگالی نسبی ۰/۸ می‌باشد. اگر قطر لوله‌ها کم باشد، ظرف با چه سرعت زاویه‌ای حول محور  $o-o$  دوران کند تا مایع موجود در لوله سمت راست در آستانه سرریز شدن قرار گیرد؟

$$\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2g}{L}} \quad (۳)$$

$$\frac{2g}{9L} \quad (۲)$$

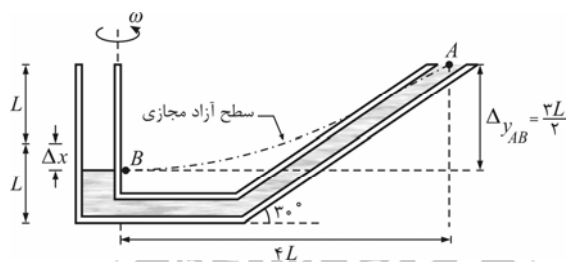
$$\frac{1}{4} \sqrt{\frac{3g}{L}} \quad (۱)$$

این تست مشابه تست (۱۷) است، با این تفاوت که در اینجا قطر لوله‌ها یکسان نیست. بنابراین ابتدا بایستی ببینیم که به ازای بالا رفتن روغن به اندازه  $L$  در لوله سمت راست، میزان پایین آمدن روغن در لوله سمت چپ چقدر است.

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 \Rightarrow \left[ \frac{\pi (2d)^2}{4} \right] (\Delta x) = \left( \frac{\pi d^2}{4} \right) \left( \frac{L}{\sin 30^\circ} \right) \Rightarrow \Delta x = \frac{L}{2}$$



حال سطح آزاد روغن در حالت خواسته شده را ترسیم می‌کنیم:



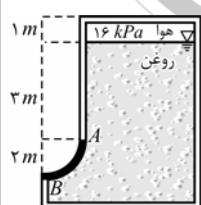
و از آنجا با توجه به هم‌فشار بودن نقاط  $A$  و  $B$ ، به‌دست می‌آید:

$$\Delta y_{AB} = \frac{\omega^2}{2g} (r_A^2 - r_B^2) \Rightarrow \frac{3L}{4} = \frac{\omega^2}{2g} [(4L)^2 - 0] \Rightarrow \omega = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3g}{L}}$$

۸۵٪

۹۵- (۴)

این سؤال عیناً مشابه سؤال ۸۷، صفحه ۱۴۱ کتاب مکانیک سیالات سری عمران می‌باشد. (فقط به جای  $\pi = 3$ ، مقدار دقیق‌تر  $\pi = 3.14$  قرار می‌گیرد.)

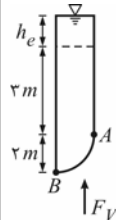


در ظرفی به طول یک متر در صورتی که روغن دارای وزن مخصوص  $8 \text{ kN/m}^3$  باشد، نیروی قائم وارد بر صفحه ربع دایره‌ای  $AB$  به شعاع ۲ متر چند  $\text{kN}$  است؟ ( $\pi = 3$ )

 ۷۳ (۲)  
۱۰۴ (۴)

 ۸۰ (۱)  
۱۳۰ (۳)

در حل این مسئله نیز مانند تست قبل بجای فشار نسبی هوا، معادل آن روغن جایگزین می‌کنیم و سپس براساس این سطح آزاد جدید و با استفاده از روش مایع مجازی، مقدار نیروی قائم وارد بر صفحه  $AB$  را به‌دست می‌آوریم.



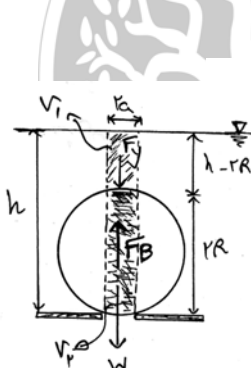
$$h_e = \frac{P_g}{\gamma_{oil}} = \frac{16}{8} = 2 \text{ m}$$

$$F_V = \gamma V = 8 \times \left[ \left( \frac{1}{4} \pi \times 2^2 \right) + (2 \times 2) \right] = 104 \text{ m}$$

۲۰٪

۹۶- (۲)

نیروهای وارد بر این کره، مطابق شکل مقابل می‌باشند.



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_B = F_y + W$$

$$W = \gamma_{\text{کره}} V_{\text{کره}} = 0.9 \times \frac{4}{3} \pi R^3 = 1.2 \gamma_o \pi R^3$$

$$F_y = \gamma_{\text{سیال}} V_1 = \gamma_o \times \frac{\pi \times (2a)^2}{4} \times (h - 2R) = \pi \gamma_o a^2 h - 2\pi \gamma_o a^2 R$$

$$F_B = \gamma_{\text{سیال}} (V_{\text{کره}} - V_1) = \gamma_o \times \left( \frac{4}{3} \pi R^3 - \pi \times \frac{(2a)^2}{4} \times 2R \right) = \frac{4}{3} \pi \gamma_o R^3 - 2\pi \gamma_o a^2 R$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} \pi \gamma_o R^3 - 2\pi \gamma_o a^2 R = \pi \gamma_o a^2 h - 2\pi \gamma_o a^2 R + 1.2 \gamma_o \pi R^3$$

$$\Rightarrow ha^2 = \left( \frac{4}{3} - 1.2 \right) R^3 = \frac{0.4}{3} R^3 = \frac{2}{15} R^3 \Rightarrow h = \frac{2}{15} \frac{R^3}{a^2}$$

لوله مذکور، افقی بوده و لذا با توجه به رابطه برنولی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \Delta P = \gamma \Delta H \Rightarrow \frac{\Delta P}{L} = \frac{\gamma \Delta H}{L} \\ \Delta H = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta P}{L} = \gamma \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g}$$

نقطه وقوع نشت  $E$  می‌نامیم و فشار آن را با  $P_E$  نمایش می‌دهیم. از این نقطه ( $E$ ) به بعد، مقدار دبی جریان (و نیز سرعت) کاهش می‌یابد. به همین علت و براساس رابطه به‌دست آمده در ابتدای حل، نرخ تغییرات فشار در واحد طول لوله‌ها، تغییر می‌کند. برای نقاط قبل از نقطه  $E$  مقدار  $\gamma \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g}$  بین هر دو نقطه از جریان ثابت می‌باشد. لذا  $\frac{\Delta P}{L}$  ثابت بوده و می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta P_{AB}}{L_{AB}} = \frac{\Delta P_{BE}}{L_{BE}} \Rightarrow \frac{6-4}{1000} = \frac{4-P_E}{x} \Rightarrow P_E = 4 - 2 \times 10^{-3} x$$

از طرفی برای نقاط بعد از  $E$  نیز، مقدار  $\gamma \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g}$  بین هر دو نقطه ثابت است. لذا  $\frac{\Delta P}{L}$  برای نقاط این بخش از جریان نیز ثابت بوده و می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta P_{EC}}{L_{EC}} = \frac{\Delta P_{CD}}{L_{CD}} \Rightarrow \frac{P_E - 1/5}{1500 - x} = \frac{1/5 - 1}{1000}$$

حال با قرار دادن  $P_E = 4 - 2 \times 10^{-3} x$  در رابطه فوق، مقدار  $x$  را می‌یابیم.

$$\frac{(4 - 2 \times 10^{-3} x) - 1/5}{1500 - x} = \frac{0/5}{1000} \Rightarrow 2500 - 2x = 750 - 0/5 x \Rightarrow 1/5 x = 1750 \Rightarrow x = 1166/6 m \approx 117 km$$

با توجه به گزینه‌ها، واضح است که کف کانال مثلثی باید نسبت به کانال مستطیلی پایین‌تر برود! اصل انرژی بین مقطع (۱) در کانال مستطیلی و مقطع (۲) در کانال مثلثی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$E_1 = E_2 - \Delta z + \Delta H$$

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 1 + \frac{(\sqrt{\frac{g}{2}})^2}{2g} = 1/25 m$$

$$E_2 = E_{min \text{ مثلثی}} = \frac{5}{4} y_c$$

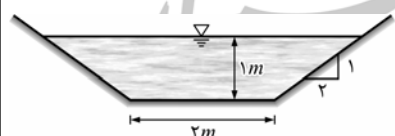
$$y_c = \left( \frac{2Q^2}{g z} \right)^{\frac{1}{5}}, \quad Q = V_1 A_1 = \sqrt{\frac{g}{2}} \times 1 \times 1 = \sqrt{\frac{g}{2}} \Rightarrow y_c = \left( \frac{2 \times (\sqrt{\frac{g}{2}})^2}{g \times 1^2} \right)^{\frac{1}{5}} = 1 m \Rightarrow E_2 = \frac{5}{4} \times 1 = 1/25 m$$

با جایگذاری مقادیر به‌دست آمده برای انرژی‌های مخصوص و نیز  $\Delta H = 0/15$  طبق صورت سؤال،  $\Delta z$  به‌دست می‌آید:

$$1/25 = 1/25 - \Delta z + 0/15 \Rightarrow \Delta z = 0/15 m$$

این سؤال مشابه تست ۴ در صفحه ۲۹۶ کتاب هیدرولیک سری عمران می‌باشد.

مطابق شکل یک کانال دوزنقه‌ای جریان آب با سرعت  $\frac{\sqrt{g}}{2}$  متر بر ثانیه را حمل می‌کند. این کانال در ادامه مسیر به یک کانال مستطیلی به عرض ۲ متر برخورد می‌کند. اگر از یک تبدیل ملایم و بدون افت انرژی برای اتصال دو کانال استفاده شده باشد؛ برای ورود جریان آب به کانال مستطیلی بدون ایجاد انسداد جریان، کف کانال مستطیلی نسبت به کف کانال دوزنقه‌ای چقدر اختلاف دارد؟ (گشتاب ثقل است.)



(۱) ۱۲/۵ سانتی‌متر و بالاتر

(۲) هم‌تراز

(۳) ۲۵ سانتی‌متر و پایین‌تر

(۴) ۳۷/۵ سانتی‌متر و پایین‌تر

۹۰٪

۹۹- (۱)

طبق تعریف، در جریان پایدار (یا دائمی)، دبی و عمق جریان در هر مقطع مشخص، ثابت بوده و با گذشت زمان تغییر نمی‌کنند. ولی در جریان غیر یکنواخت تدریجی، عمق جریان در مقاطع مختلف، متفاوت خواهد بود. توجه شود که در این نوع جریان، با توجه به رابطه پیوستگی، دبی در مقاطع مختلف، یکسان و ثابت است. لذا گزینه (۱) پاسخ صحیح می‌باشد.

توضیحات مربوط به این تست را می‌توانید در صفحات ۱۶ و ۱۷ درس‌نامه فصل اول کتاب هیدرولیک مشاهده نمایید.

۵۰٪

۱۰۰- (۱)

$$Q = VA$$

فاصله سطح آب تا خط انرژی، همان  $\frac{V^2}{2g}$  (هد سرعت) است.

$$\frac{V^2}{2g} = 0.2 \Rightarrow V^2 = 4 \Rightarrow V = 2 \text{ m/s}$$

از طرفی چون جریان بحرانی است،  $Fr = 1$  می‌باشد.

$$Fr = 1 \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{gD}} = 1 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{10D}} = 1 \Rightarrow D = 0.4 \text{ m} \Rightarrow \frac{A}{T} = 0.4 \Rightarrow A = 0.4T = 0.4 \times 5 = 2 \text{ m}^2$$

بنابراین مقدار دبی برابر است با:

$$Q = VA = 2 \times 2 = 4 \text{ m}^3/\text{s}$$

۹۰٪

۱۰۱- (۲)

ابتدا با استفاده از رابطه مانینگ در کانال مستطیلی عریض، عمق نرمال جریان ( $y_0$ ) را می‌یابیم:

$$q = \frac{1}{n} y_0^{5/3} S_0^{1/2} \Rightarrow 5 = \frac{1}{0.01} y_0^{5/3} (0.0025)^{1/2} \Rightarrow y_0 = 1 \text{ m}$$

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = \left(\frac{5^2}{10}\right)^{1/3} = \sqrt[3]{2.5} \text{ m}$$

واضح است که  $y_0 > y_c > y = 2 \text{ m}$  می‌باشد. بنابراین پروفیل تشکیل شده  $S_1$  نام دارد. ( $y_c > y_0$ ): شیب کانال تند است،  $y_0$  و  $y > y_c$ : در ناحیه (۱) قرار داریم.

این سؤال مشابه تست ۲۵ در صفحه ۲۶۵ و تست ۴۳ در صفحه ۲۶۹ از فصل پنجم کتاب هیدرولیک سری عمران می‌باشد.

در یک کانال مستطیلی عریض با  $n = 0.02$ ،  $S_0 = 0.004$ ، دبی جریان در واحد عرض کانال  $\sqrt{10} \approx 3.16 \text{ m}^3/\text{s}$  است. اگر عمق جریان در مقطعی از کانال ۱/۹ متر باشد، سطح آب در آن مقطع، بخشی از پروفیل جریان متغیر تدریجی از کدام نوع زیر است؟ ( $0.1^{1/6} \approx 0.25$ )

$$M_1 \quad (1) \quad M_2 \quad (2) \quad M_3 \quad (3) \quad S_1 \quad (4)$$

ابتدا با مقایسه  $y_0$  و  $y_c$  نوع شیب (بخش اول نامگذاری) را مشخص می‌کنیم.

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = \left(\frac{(\sqrt{10})^2}{10}\right)^{1/3} = 1 \text{ m}$$

$$q = \frac{1}{n} y_0^{5/3} S_0^{1/2} \Rightarrow y_0 = \left(\frac{nq}{S_0}\right)^{3/5} = \left(\frac{0.02 \times 3.16}{\sqrt{0.004}}\right)^{3/5} = (2.5)^{3/5} \times (0.1)^{1/6} = 8 \times 0.25 = 2 \text{ m}$$

$\Rightarrow y_0 > y_c \Rightarrow$  نوع شیب ملایم ( $M$ ) است.

سپس با مقایسه عمق جریان ( $y = 1/9 \text{ m}$ ) با عمق نرمال ( $y_0 = 2 \text{ m}$ ) و بحرانی ( $y_c = 1 \text{ m}$ ) ناحیه جریان (بخش دوم نامگذاری) را تعیین می‌کنیم.

$$y_c < y < y_0 \Rightarrow \text{ناحیه (۲)}$$

بنابراین پروفیل شکل گرفته در این قسمت از کانال  $M_2$  می‌باشد.

در مقطعی از کانال مستطیلی عربضی، دبی در واحد عرض کانال  $1 m^3/sec$  با عمق  $0.9 m$  جریان دارد. اگر در این مقطع از کانال ضریب مانینگ  $0.02$  و شیب کف کانال  $S = 0.0004$  باشد و نیمرخ از نوع جریان متغیر تدریجی وجود داشته باشد، نوع این نیمرخ کدام است؟

 $S_1$  (۴)

 $M_2$  (۳)

 $M_3$  (۲)

 $M_1$  (۱)

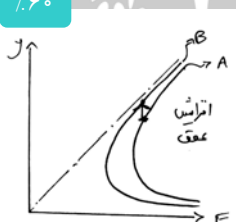
با مقایسه  $y$  و  $y_c$  و نوع پروفیل جریان را مشخص می‌کنیم.

$$\left\{ \begin{aligned} y_c &= \left( \frac{q^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( \frac{1^2}{9.8} \right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{0.1} \\ q &= \frac{1}{n} y^{\frac{5}{3}} \sqrt{S} \Rightarrow y^{\frac{5}{3}} = \frac{qn}{\sqrt{S}} = \frac{1 \times 0.02}{\sqrt{0.0004}} = 1 \Rightarrow y_0 = 1 m \end{aligned} \right.$$

$\Rightarrow y_c < y < y_0 \Rightarrow$  نوع نیمرخ  $(M_3)$  است.

۶۰٪

۱۰۲- (۳)

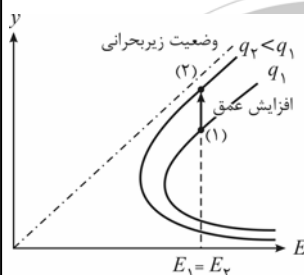
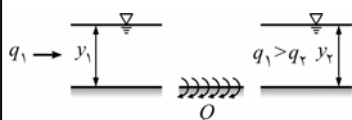


با بیرون ریختن جریان از لبه سرریز کناری در طول  $A$  تا  $B$ ، دبی جریان کاهش خواهد یافت. حال اگر منحنی‌های  $E - y$  مربوط به مقاطع  $A$  و  $B$  را در نظر بگیریم، از آنجا که  $Q_B < Q_A$  است، منحنی  $E - y$  مربوط به مقطع  $B$ ، در سمت چپ منحنی مربوط به مقطع  $A$  قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه جریان تحت بحرانی است، لذا مطابق شکل، عمق جریان از  $A$  تا  $B$  افزایش خواهد یافت.

**تذکر:** توجه شود که پس از عبور جریان از سرریز، دبی جریان برابر  $Q_B$  بوده (و دیگر به مقدار  $Q_A$  بر نمی‌گردد) و عمق جریان از مقطع  $B$  به بعد تغییری نخواهد داشت. (گزینه (۴) غلط است!)

این سؤال مشابه تست ۳۵ در صفحه ۱۰۵ از فصل دوم کتاب هیدرولیک سری عمران می‌باشد.

در یک کانال مستطیلی مقدار مشخصی از دبی از کف کانال خارج می‌شود. در صورتی که جریان اولیه زیر بحرانی باشد و از افت انرژی صرف‌نظر کنیم:



(۱) عمق جریان در مقطع (۲) افزایش می‌یابد.

(۲) عمق جریان در مقطع (۲) کاهش می‌یابد.

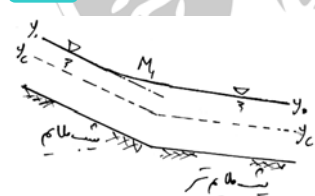
(۳) عمق جریان ثابت می‌ماند.

(۴) عمق جریان در مقطع (۲) بحرانی می‌شود.

در صورت کاهش دبی جریان، منحنی  $E - y$  به سمت چپ حرکت می‌کند. با توجه به این‌که جریان در وضعیت زیر بحرانی قرار دارد، عمق جریان در مقطع (۲) افزایش می‌یابد.

۷۰٪

۱۰۳- (۲)



می‌دانیم جریان تمایل دارد با عمق نرمال به حرکت خود ادامه دهد. با توجه به عمق نرمال مشخص شده برای کانال‌های ذکر شده در سؤال، واضح است که با تشکیل پروفیل متغیر تدریجی  $M_1$  عمق جریان افزایش می‌یابد.

این سؤال عیناً در درس‌نامه فصل پنجم در صفحه ۲۳۲، قسمت (۵-۳-۱) مطرح شده است.



در ورود آب از دریاچه به کانال با شیب تند، جریان بحرانی تشکیل می‌شود. لذا با نوشتن اصل انرژی بین مقاطع (۱) داخل دریاچه و (۲) در مقطع ورودی کانال خواهیم داشت:

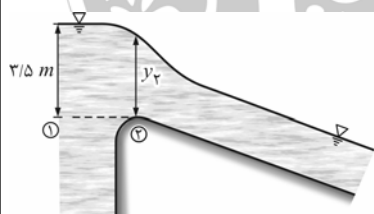
$$E_1 = E_2$$

$$E_1 = H = 2.5 \text{ m}, \quad E_2 = E_{min} = \frac{5}{4} y_c$$

$$\Rightarrow 2.5 = \frac{5}{4} y_c \Rightarrow y_c = 2 \text{ m} \Rightarrow \left( \frac{2Q^2}{gz^3} \right)^{\frac{1}{5}} = 2 \Rightarrow \frac{2Q^2}{g \times 1^3} = 32 \Rightarrow Q = 4\sqrt{g} \text{ m}^3/\text{s}$$

این سؤال مشابه تمرین (۲-۱۳) در صفحه ۷۳ از فصل دوم کتاب هیدرولیک سری عمران می‌باشد.

کانال مستطیلی با شیب تند به یک دریاچه متصل است. اگر عمق آب در دریاچه ۳/۵ متر بالاتر از ورودی کف کانال باشد، با در نظر گرفتن نصف هد سرعت به عنوان افت ورود، دبی در واحد عرض در کانال بر حسب متر مکعب بر ثانیه بر متر چقدر است؟ با توجه به نکته ذکر شده، معادله انرژی را بین مقاطع (۱) و (۲) به صورت زیر می‌نویسیم:



$$H = E_{min} + h_f$$

$$H = 3.5 \text{ m}, \quad E_{min} = \frac{3}{2} y_c$$

$$h_f = \frac{1}{2} \frac{V_2^2}{g} = \frac{V_2^2}{4g}$$

از آنجا که جریان در مقطع ورودی کانال دارای وضعیت بحرانی است،  $h_f$  را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$h_f = \frac{V_2^2}{4g} = \frac{V_2^2}{g y_2} \times \frac{y_2}{4} = Fr_2^2 \times \frac{y_2}{4} \xrightarrow[\text{در مقطع (۲) جریان بحرانی است}]{Fr_2^2 = 1, y_2 = y_c} h_f = \frac{y_c}{4}$$

با جایگذاری مقادیر  $H$ ،  $E_{min}$  و  $h_f$  در رابطه انرژی خواهیم داشت:

$$3.5 = \frac{3}{2} y_c + \frac{y_c}{4} = \frac{7}{4} y_c \Rightarrow y_c = 2 \text{ m}$$

حال با استفاده از رابطه (۲-۷)، دبی در واحد عرض به دست می‌آید:

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 2 = \left( \frac{q^2}{1.0} \right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow q = 4\sqrt{5} \frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{m}}$$

در شکل (الف)، با توجه به آنکه پرش هیدرولیکی با مقداری انرژی تلف شده همراه است (که مقدار این تلفات معلوم نیست)، نمی‌توان برای تعیین  $y_2$ ، از اصل انرژی استفاده نمود. در این حالت از اصل اندازه حرکت و رابطه پیوستگی استفاده می‌شود.

در شکل (ب) نیز چون نیروی ناشی از جریان وارد بر دریچه مجهول است، اصل اندازه حرکت برای تعیین  $y_2$ ، کاربرد نخواهد داشت. برای تعیین  $y_2$  در شکل (ب)، اصل انرژی در کنار رابطه پیوستگی به کار می‌آیند. لذا گزینه (۴) پاسخ صحیح می‌باشد.

مطالب مرتبط با این سؤال، در صفحه ۱۴۳ از فصل سوم کتاب هیدرولیک سری عمران، مطرح شده است.

### سازوهای فولادی و بتنی

بایستی ظرفیت کششی ورق را براساس معیارهای تسلیم و گسیختگی محاسبه کنیم و کمترین مقدار آنها را انتخاب کنیم:

(۱) معیار تسلیم: این معیار روی سطح ناخالص ورق کنترل می‌شود.

$$T_1 = A_g \times 0.6 F_y = (1.0 \times 1) \times 0.6 \times 24000 = 14400 \text{ kg} = 14.4 \text{ ton}$$

(۲) معیار گسیختگی: این معیار روی سطح خالص ورق کنترل می‌شود. دو سطح سوراخدار را در نظر می‌گیریم و ظرفیت کششی ورق را برای آنها محاسبه می‌کنیم:

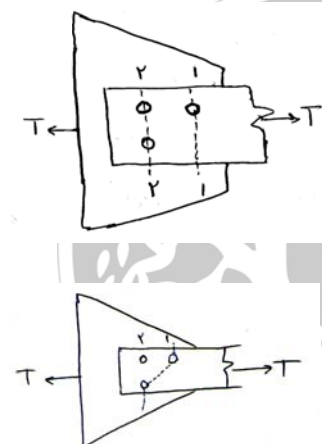


الف) سطح ۱-۱: در این سطح یک سوراخ وجود دارد و همه نیروی کششی  $T$  اثر می‌کند و داریم:

$$T_1 = A_{1n} \times 0.5 F_u = (10 - 1 \times 2) \times 1 \times 0.5 \times 3700 \Rightarrow T_1 = 14800 \text{ kg} = 14.8 \text{ ton}$$

ب) سطح ۲-۲: در این سطح دو سوراخ وجود دارد و اگر سهم هر یک از پیچ‌ها در تحمل نیروی وارده را برابر  $\frac{T}{3}$  فرض کنیم، در این سطح

نیروی  $\frac{2}{3}T$  اثر می‌کند و داریم:



$$\frac{2}{3}T = A_{2n} \times 0.5 F_u = (10 - 2 \times 2) \times 1 \times 0.5 \times 3700 = 11100 \text{ kg}$$

$$= 11.1 \text{ ton} \Rightarrow T = T_1 = \frac{3}{2} \times 11.1 = 16.65 \text{ ton}$$

$$T = \min(T_1, T_2, T_3)$$

$$= \min(14.8 \text{ t}, 14.8 \text{ t}, 16.65 \text{ t}) = 14.4 \text{ ton}$$

$$T_2 = 0.5 F_u \times A_{2n} = 0.5 F_u \times [(b - nD) + \sum \frac{s^2}{4g}] t$$

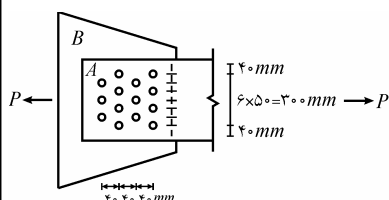
$$= 0.5 \times 3700 \times [(10 - 2 \times 2) + \frac{4^2}{4 \times 4}] \times 1 = 12950 \text{ kg} = 12.95 \text{ ton}$$

**تذکره:** به علت اینکه نیروی محوری ورق از مرکز سطح پیچ‌ها نمی‌گذرد، مجموعه پیچ‌ها تحت اثر پیچش قرار گرفته و در نتیجه نیروی افقی وارد

بر سطح خالص ۲-۲ دقیقاً برابر  $\frac{2}{3}T$  نیست ولی از آنجاکه نیروی به‌دست آمده از معیار گسیختگی روی این سطح، نیروی بزرگی است و تعیین‌کننده نمی‌باشد، انجام محاسبات دقیق با در نظر گرفتن لنگر پیچشی مجموعه پیچ‌ها لازم نمی‌باشد. از طرفی دقت شود که در کنکور معمولاً ضریب  $U = 1$  برای این اتصالات در نظر گرفته می‌شود.

این سؤال از سؤالات پر تکرار کنکور است و مشابه تست‌های ۴۹ و ۳۲، صفحه ۶۳ کتاب سازه‌های فولادی سری عمران است.

اگر ضخامت ورق  $A$  برابر  $t = 12 \text{ mm}$  و قطر سوراخ‌ها با منظور کردن افزایش  $1/5$  میلی‌متر به‌خاطر روش سوراخکاری  $d = 20 \text{ mm}$  باشد، در این صورت سطح مقطع خالص ورق  $A$  در اتصال کششی مطابق شکل زیر، چند میلی‌متر مربع ( $\text{mm}^2$ ) می‌باشد؟



$$A_n = 3000 \quad (1)$$

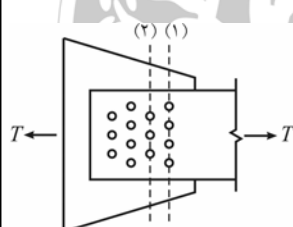
$$A_n = 3456 \quad (2)$$

$$A_n = 3552 \quad (3)$$

$$A_n = 3600 \quad (4)$$

برای محاسبه سطح مقطع خالص ورق، باید مسیرهای بحرانی گسیختگی را پیدا کرده و آنها را کنترل کنیم:

$$b = 300 + 2 \times 40 = 380 \text{ mm}, t = 12 \text{ mm}$$



$$A_{n_1} = (380 - 4 \times 20) \times 12 = 3600 \text{ mm}^2$$

مسیر ۱:

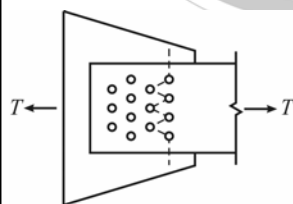
$$A_{n_2} = \frac{14}{10} (380 - 3 \times 20) \times 12 = 5376 \text{ mm}^2$$

مسیر ۲:

مسیر ۳ (مسیر زیگزاگ):

$$A_{n_3} = (380 - 7 \times 20 + 6 \times \frac{40^2}{4 \times 50}) \times 12 = 3456 \text{ mm}^2$$

$$A_n = \min(A_{n_1}, A_{n_2}, A_{n_3}) = 3456 \text{ mm}^2$$



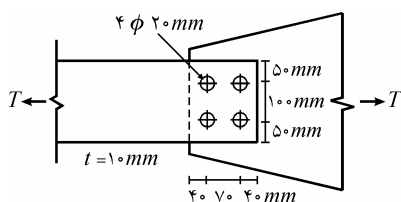
در شکل زیر یک قطعه کششی فولادی با مقطع تسمه با ضخامت  $1\text{ cm}$  و پهنای  $20\text{ cm}$  تحت نیروی محوری کششی  $T$  قرار دارد. در صورتی که تنش کششی مجاز با توجه به معیار جاری شدن و معیار گسیختگی به ترتیب برابر  $1400\text{ kg/cm}^2$  و  $2000\text{ kg/cm}^2$  باشد، حداکثر بار محوری کششی مجاز کدام است؟ (قطر سوراخها  $20\text{ mm}$  است که با استفاده از مته ایجاد شده‌اند).

(۱) ۲۸ تن

(۲) ۳۲ تن

(۳) ۳۴/۹ تن

(۴) ۳۵/۶ تن



برای به دست آوردن حداکثر بار محوری کششی مجاز، ابتدا باید هر یک از مقادیر  $T_1$  و  $T_2$  را از روابط زیر به دست آورده، سپس حداقل آنها را به عنوان حداکثر بار محوری کششی مجاز انتخاب کنیم. بر اساس مبحث دهم مقررات ملی ساختمان ضریب سطح مؤثر  $U$  در تمام اعضای با اتصال پیچی و یا پرچی که فقط دو وسیله اتصال در هر ردیف در امتداد تأثیر نیرو موجود باشد، برابر  $0.75$  است.

$$A_g = b \times t = 20 \times 1 = 20\text{ cm}^2$$

$$A_n = (b - nD)t = (20 - 2 \times 2) \times 1 = 16\text{ cm}^2, \quad A_e = U A_n = 0.75 \times 16 = 12\text{ cm}^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{T_1}{A_g} \leq 0.6 F_y \Rightarrow T_1 = 0.6 F_y A_g = 1400 \times 20 = 28000\text{ kg} = 28\text{ ton} \\ \frac{T_2}{A_e} \leq 0.5 F_u \Rightarrow T_2 = 0.5 F_u A_e = 2000 \times 12 = 24000\text{ kg} = 24\text{ ton} \end{array} \right.$$

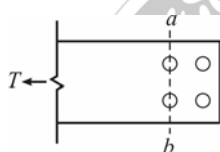
$$T_{\max} = \min \{T_1, T_2\}$$

نیروی ۲۴ تن در گزینه‌ها وجود ندارد و تست غلط می‌باشد. اشتباهی که طراح تست مرتکب شده این است که ضریب سطح مؤثر  $U$  را به غلط برابر یک فرض کرده است. در این صورت حداکثر بار محوری کششی بر اساس معیار گسیختگی برابر ۳۲ تن محاسبه می‌شود که بزرگتر از ۲۸ تن است و تعیین کننده نیست و گزینه اول (۲۸ تن) مدنظر طراح تست بوده است. در این تست می‌توان به نکات زیر اشاره کرد:

(۱) با توجه به اینکه در صورت سؤال تنش‌های مجاز را داده است از مقادیر  $0.6 F_y$  و  $0.5 F_u$  استفاده نمی‌کنیم و به صورت مستقیم از تنش‌های مجاز ارائه شده استفاده می‌کنیم.

(۲) برای تعیین دقیق نیروی کششی مجاز معمولاً، باید پدیدهٔ برش قالبی را نیز کنترل کنیم، اما در این تست با توجه به گزینه‌ها بررسی برش قالبی لزومی ندارد.

(۳) با توجه به شکل مقابل، مسیر بحرانی برای گسیختگی مسیر  $ab$  خواهد بود.



۴۰٪

۱۰۷- (۴)

محورهای اصلی مقطع، محورهای افقی و قائم گذرنده از مرکز سطح مقطع هستند که بایستی شعاع‌های ژیراسیون را حول آنها محاسبه کنیم:

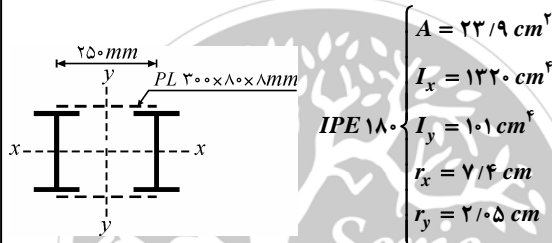
$$I'_x = 2I_x, \quad r'_x = \sqrt{\frac{I'_x}{2A}} = \sqrt{\frac{2 \times I_x}{2 \times A}} = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{2140}{40}} = \sqrt{53.5}$$

$$I'_y = 2[I_y + A(\frac{b}{2})^2] = 2[190 + 40(\frac{9}{2})^2] = 2000\text{ cm}^4$$

$$r'_y = \sqrt{\frac{I'_y}{2A}} = \sqrt{\frac{2000}{2 \times 40}} = 5\text{ cm}, \quad r_{\min} = \min(r'_x, r'_y) = r'_y = 5\text{ cm}$$

این سؤال، قسمت کوپکی از مل تست ۷۶، صفحه ۱۳۷ کتاب سازه‌های فولادی سری عمران است.

یک ستون دوبل ساخته شده از نیمرخ‌های IPE ۱۸۰ به فواصل مرکز به مرکز ۲۵۰ mm با بست‌های موازی افقی ۳۰۰ × ۸۰ × ۸ mm به فواصل مرکز به مرکز ۸۰۰ mm یکپارچه شده است. ستون به طول ۱۰ متر با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها تحت بار محوری ۴۰ تن قرار دارد. احتمال کدام نوع خرابی در ستون وجود دارد؟ (با ماشین حساب)



- (۱) کماتش کلی حول محور  $x$
- (۲) کماتش کلی حول محور  $y$
- (۳) خرابی بست‌های افقی یکپارچه‌کننده
- (۴) کماتش تک‌پایه یکی از نیمرخ‌های IPE ۱۸۰ حول محور ضعیف خود

شعاع ژیراسیون ستون دوبل حول محوره‌های  $x$  و  $y$  را به ترتیب  $r'_x$  و  $r'_y$  می‌نامیم.

$$r'_x = \sqrt{\frac{I'_x}{A}} = \sqrt{\frac{2I_x}{A}} = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = r_x = 7.4 \text{ cm}$$

$$I'_y = 2 \left[ I_y + A \left( \frac{d}{2} \right)^2 \right] = 2 \left[ 101 + 23.9 \times \left( \frac{25}{2} \right)^2 \right] = 7670.18 \text{ cm}^4$$

$$r'_y = \sqrt{\frac{I'_y}{A}} = \sqrt{\frac{7670.18}{2 \times 23.9}} = 12.7 \text{ cm}$$

حال ضریب لاغری ستون دوبل حول محوره‌های  $x$  و  $y$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda_x = \frac{K_x L}{r'_x} = \frac{1 \times 1000}{7.4} = 135.1, \quad \lambda_y = \frac{K_y L}{r'_y} = \frac{1 \times 1000}{12.7} = 78.7$$

با توجه به اینکه  $\lambda_x$  از  $\lambda_y$  بزرگتر است کماتش حول محور  $x$  تعیین‌کننده است و با توجه به اینکه  $\lambda_x$  از  $C_c = 130$  بزرگتر است نتیجه می‌شود کماتش ستون از نوع ارتجاعی است و داریم:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI'_x}{L^2} = \frac{\pi^2 E \times 2I_x}{L^2} = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6 \times 2 \times 1320}{1000^2} \times 10^{-3} = 54.7 \text{ ton}$$

$$P_{all} = \frac{P_{cr}}{F.S.} = \frac{12}{23} \times 54.7 = 28.15 \text{ ton} < 40 \text{ ton} \quad (\text{Not good})$$

کنترل ضریب لاغری تک نیمرخ ستون در فاصله بین بست‌ها:

$$\lambda = \frac{L_1}{r_1} = \frac{80}{2.05} = 39 < 40 \quad \text{و} \quad \frac{3}{4} \times 78.7 = 59 \quad (\text{OK})$$

کنترل بست‌های افقی:

$$V = 0.2 P = 0.2 \times 40000 = 8000 \text{ kg}$$

$$M = \frac{VL}{4} = \frac{8000 \times 80}{4} = 160000 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$f_b = \frac{M}{S} = \frac{160000}{0.18 \times 10^3} = 18888 \text{ kg/cm}^2 > F_b = 0.16 F_y = 1440 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{Not good})$$

$$f_v = 1/5 \frac{V}{A} = 1/5 \times \frac{8000}{0.18 \times 10^3} = 18888 \text{ kg/cm}^2 < F_v = 0.14 F_y = 960 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{OK})$$

با توجه به محاسبات فوق نتیجه می‌شود که خرابی‌های محتمل برای این ستون عبارتند از کماتش کلی حول محور  $x$  و همچنین خرابی بست‌ها در خمش.

با توجه به اینکه نیروی محوری بر مقطع اثر نمی‌کند، رابطه اندرکنشی تنش‌های خمشی حول محورهای  $x$  و  $y$  به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1, \quad F_{bx} = F_{by} = 1440 \Rightarrow f_{bx} + f_{by} \leq 1440 \Rightarrow \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq 1440$$

$$\Rightarrow \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_x} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{7/2 M_y}{W_x} \leq 1440 \Rightarrow W_x \geq \frac{M_x + 7/2 M_y}{1440}$$

در سمت راست تیر آهن هر دو لنگر خمشی  $M_x$  و  $M_y$  صفر است، ولی رابطه فوق هم بایستی در سمت چپ تیر و هم در وسط تیر کنترل شود:

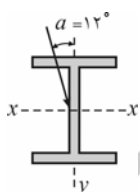
$$\text{چپ تیر: } M_x = 0, \quad M_y = 1/8 \text{ t.m} \Rightarrow W_x \geq \frac{M_x + 7/2 M_y}{1440} = \frac{0 + 7/2 \times 1/8 \times 10^5}{1440} \Rightarrow W_x \geq 900 \text{ cm}^3 \quad (1)$$

$$\text{وسط تیر: } M_x = 3/6 \text{ t.m}, \quad M_y = \frac{1}{2} \times 1/8 = 0/9 \text{ t.m}$$

$$\Rightarrow W_x \geq \frac{M_x + 7/2 M_y}{1440} = \frac{(3/6 + 7/2 \times 0/9) \times 10^5}{1440} \Rightarrow W_x \geq 700 \text{ cm}^3 \quad (2) \Rightarrow (1), (2) \Rightarrow W_x \geq 900 \text{ cm}^3$$

این سؤال مشابه تست ۴۸، صفحه ۲۱۱ کتاب سازه‌های فولادی سری عمران و تمرین ۵-۷، صفحه ۲۴۹ همین کتاب است.

در یک تیر دو سر مفصل به طول ۶ متر چنانچه بار گسترده یکنواختی با شدت  $1/6$  تن بر متر مطابق شکل اثر کند و  $1500 \text{ kg/cm}^2$  تنش خمشی مجاز حول محور  $x$ ،  $1875 \text{ kg/cm}^2$  تنش خمشی مجاز حول محور  $y$  باشد، کدام یک از روابط زیر درست می‌باشد؟ ( $\sin 12^\circ \approx 0/21$ ,  $\cos 12^\circ \approx 0/98$ )



مدول خمشی حول محور  $x$ ،  $S_x$ ، مدول خمشی حول محور  $y$ ،  $S_y$

$$\frac{470/4}{S_x} + \frac{80/64}{S_y} \leq 1 \quad (2)$$

$$\frac{470/4}{S_x} \leq 1 \quad \text{یا} \quad \frac{80/64}{S_y} \leq 1 \quad (4)$$

$$\frac{470/4}{S_x} \leq 1, \quad \frac{80/64}{S_y} \leq 1 \quad (1)$$

$$\frac{470/4}{S_x} \leq 1 \quad (3)$$

**نکته:** در حالتی که تیر تحت خمش دو محوره قرار داشته باشد، مطابق مبحث دهم مقررات ملی ساختمان رابطه زیر باید برقرار باشد:

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

**تذکره:** در مواردی که نیروی خارجی مایل و از مرکز برش مقطع عبور نکند علاوه بر خمش دو محوره، پیچش نیز اتفاق می‌افتد. در این حالت برای محاسبه  $f_{by}$  در رابطه فوق به جای در نظر گرفتن پیچش می‌توان اساس مقطع حول محور ضعیف ( $S_y$ ) را نصف کرد.

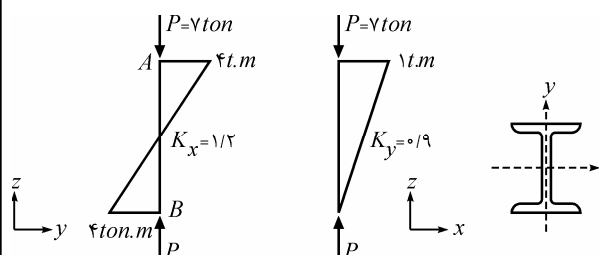
$$M_x = \frac{q_x L^2}{8} = \frac{1/6 \cos 12^\circ \times 6^2}{8} = 7/056 \text{ t.m} = 7/056 \times 10^5 \text{ kg.cm}$$

$$M_y = \frac{q_y L^2}{8} = \frac{1/6 \sin 12^\circ \times 6^2}{8} = 1/512 \text{ t.m} = 1/512 \times 10^5 \text{ kg.cm}$$

$$\frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1 \Rightarrow \frac{7/056 \times 10^5}{1500} + \frac{1/512 \times 10^5}{1875} = \frac{470/4}{S_x} + \frac{80/64}{S_y} \leq 1$$



شکل زیر مربوط به ستون طبقه اول یک قاب فولادی با طول ۲ متر است که لنگر خمشی در آن، با استفاده از تحلیل اولیه سازه در دو صفحه  $yz$  و  $xz$  نشان داده شده است:



مشخصات پروفیل:

مشخصات پروفیل:

$$\begin{cases} A = 70 \text{ cm}^2 \\ S_x = 500 \text{ cm}^3 \\ S_y = 200 \text{ cm}^3 \\ F_{bx} = F_{by} = 1200 \text{ kg/cm}^2 \\ r_x = 8 \text{ cm} \\ r_y = 5 \text{ cm} \end{cases}$$

$\lambda$	۳۰	۳۶	۶۰	۷۲
$F_a$	۱۳۳۰	۱۳۰۰	۱۱۶۸	۱۰۹۰

(الف) از نقطه نظر مهندسی، آیا مقطع ستون در پلان مناسب قرار گرفته است؟

(ب) آیا اثر تشدید لنگر برای این ستون حائز اهمیت است؟

(ج) آیا ظرفیت ستون تحت اثر بارهای وارده جوابگو است؟ (برای محاسبه تنش مجاز فشاری بر حسب  $\text{kg/cm}^2$  در لاغری‌های مختلف از جدول فوق استفاده شود)

هله:

(الف) مقطع ستون با طرز مناسبی در پلان قرار گرفته است، زیرا لنگر خمشی حداکثر که برابر  $4 \text{ t.m}$  و در صفحه  $yz$  واقع شده و بیشترین تنش خمشی را نیز ایجاد می‌کند، حول محور قوی ستون رخ داده است. از طرفی کمناش حول محور  $x$  که شعاع ژیراسیون بیشتری دارد، با ضریب طول مؤثر بزرگتری همراه بوده و ضرایب لاغری  $\lambda_x$  و  $\lambda_y$  به یکدیگر نزدیک شده‌اند.

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{7 \times 10^3}{70} = 100 \text{ kg/cm}^2$$

(ب) برای بررسی این موضوع، باید نسبت  $\frac{f_a}{F_a}$  را کنترل کنیم:

$$\lambda_x = \frac{k_x L}{r_x} = \frac{1/2 \times 200}{8} = 30, \quad \lambda_y = \frac{k_y L}{r_y} = \frac{0/9 \times 200}{5} = 36$$

$$\lambda = \max(\lambda_x, \lambda_y) = 36$$

با توجه به جدول داده شده، مقدار تنش مجاز فشاری برای  $\lambda = 36$  برابر  $1300 \text{ kg/cm}^2$  بوده و با توجه به این که نسبت  $\frac{f_a}{F_a}$  کمتر از  $0/15$  می‌باشد، اثر  $P - \Delta$  برای این تیر-ستون حائز اهمیت نمی‌باشد.

(ج) برای بررسی کفایت ظرفیت تیر-ستون با توجه به معیار مقاومت عمل می‌کنیم:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1$$

$$f_{bx} = \frac{M_{yz}}{S_x} = \frac{4 \times 10^5}{500} = 800 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{by} = \frac{M_{xz}}{S_y} = \frac{1 \times 10^5}{200} = 500 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{100}{1300} + \frac{800}{1200} + \frac{500}{1200} = 1/16 > 1$$

با توجه به روابط فوق، پروفیل انتخاب شده جوابگو نمی‌باشد.



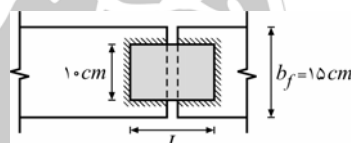
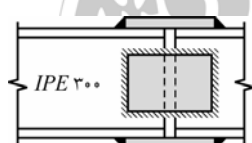
در هر طرف وصله جمعاً ۳۴ سانتی متر ( $6cm + 2 \times 12cm$ ) جوش گوشه وجود دارد که خود به برش افتاده و نیروهای کششی و فشاری را در محل وصله برای تحمل لنگر خمشی تأمین می‌کنند. فاصله بین نیروهای کششی و فشاری برابر ارتفاع پروفیل ( $20cm$ ) بوده و داریم:

$$F = \text{طول} \times \text{ارزش جوش} \times L = 30 \times 650 = 19500 \text{ kg} = 19.5 \text{ ton}$$

$$M = F \times d = 19.5 \text{ ton} \times 0.2 \text{ m} = 3.9 \text{ t.m}$$

این سؤال مشابه تست ۱۷، صفحه ۳۴۲ کتاب سازه‌های فولادی سری عمران است.

در محل وصله تیر نشان داده شده در شکل زیر، لنگر خمشی موجود  $M = 7.5 \text{ t.m}$  می‌باشد. اگر تنها ورق‌های وصله بال‌ها جهت تحمل لنگر در نظر گرفته شود و ارزش جوش اتصال ورق وصله بال  $500 \text{ kg/cm}$  باشد، طول تقریبی ورق‌های وصله کدام یک از مقادیر زیر است؟



$$L = 20 \text{ cm} \quad (1)$$

$$L = 40 \text{ cm} \quad (2)$$

$$L = 60 \text{ cm} \quad (3)$$

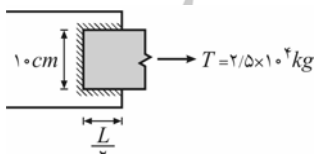
$$L = 80 \text{ cm} \quad (4)$$

در وصله نشان داده شده نقش هر یک از ورق‌ها به شرح زیر است:

۱- ورق‌های متصل به جان دو تیر: در انتقال نیروی برشی بین دو تیر مشارکت می‌کنند.

۲- ورق‌های فوقانی و تحتانی: در انتقال لنگر خمشی بین دو تیر مشارکت می‌کنند.

شایان ذکر است که وصله تیر در مواردی کاربرد دارد که تیری به طول دهانه مورد نظر در اختیار نداشته و برای پوشاندن دهانه، از اتصال دو تیر استفاده می‌کنیم.

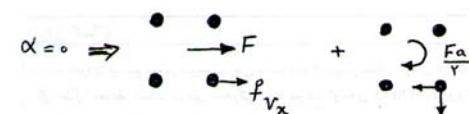


در این تست با توجه به این که وصله باید لنگر خمشی  $M = 7.5 \text{ t.m}$  را منتقل کند، نیروی منتقل شده به ورق‌های فوقانی و تحتانی با صرف نظر کردن از ضخامت ورق در برابر ارتفاع تیر عبارت است از:

$$F = \frac{M}{d} = \frac{7.5 \times 10^5}{30} = 25000 \text{ kg}$$

این نیرو باید توسط جوش به بال منتقل شود و با توجه به این موضوع، می‌توان حداقل طول وصله بال را به دست آورد:

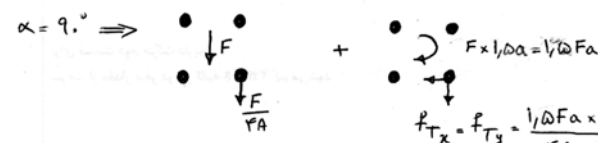
$$T = R_w \times \sum L \Rightarrow 500 \times \left( \frac{L}{2} + 10 + \frac{L}{2} \right) = 25000 \Rightarrow L = 40 \text{ cm}$$



$$f_{Tx} = f_{Ty} = \frac{\frac{Fa}{2} \times \frac{a}{2}}{\frac{1}{2} \times A \times \left( \frac{\sqrt{2}}{2} a \right)^2} = \frac{1}{2} \frac{F}{A}$$

$$f_{Vx} = \frac{F}{4A}$$

$$f = \sqrt{\left( \frac{F}{4A} - \frac{F}{8A} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} \frac{F}{A} \right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{A} \approx 0.176 \frac{F}{A}$$



$$f_{Tx} = f_{Ty} = \frac{1.5Fa \times \frac{a}{2}}{\frac{1}{2} \times A \times \left( \frac{\sqrt{2}}{2} a \right)^2} = \frac{3}{2} \frac{F}{A}$$

$$f = \sqrt{\left( \frac{3}{2} \frac{F}{A} \right)^2 + \left( \frac{1}{4} \frac{F}{A} + \frac{3}{2} \frac{F}{A} \right)^2} = \frac{\sqrt{34}}{2} \frac{F}{A} \approx 0.173 \frac{F}{A}$$

$$\alpha = 45^\circ \Rightarrow \begin{array}{c} \bullet \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} F \\ \bullet \downarrow \frac{\sqrt{2}}{2} F \\ \bullet \curvearrowright \frac{\sqrt{2}}{2} Fa \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} F \\ \bullet \downarrow \frac{\sqrt{2}}{2} F \\ \bullet \curvearrowright \frac{\sqrt{2}}{2} Fa \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} F \\ \bullet \downarrow \frac{\sqrt{2}}{2} F \\ \bullet \curvearrowright \frac{\sqrt{2}}{2} Fa \end{array}$$

$$f_{Tx} = f_{Ty} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} Fa \times \frac{a}{2}}{4A \times (\frac{\sqrt{2}}{2} a)^2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{F}{A}$$

$$f = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{4A} - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{4A}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{4A} + \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{4A}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{F}{A} = 0.156 \frac{F}{A}$$

$$\alpha = 135^\circ \Rightarrow \begin{array}{c} \bullet \leftarrow \frac{\sqrt{2}}{2} F \\ \bullet \downarrow \frac{\sqrt{2}}{2} F \\ \bullet \curvearrowright \frac{\sqrt{2}}{2} Fa \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \leftarrow \frac{\sqrt{2}}{2} F \\ \bullet \downarrow \frac{\sqrt{2}}{2} F \\ \bullet \curvearrowright \frac{\sqrt{2}}{2} Fa \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \leftarrow \frac{\sqrt{2}}{2} F \\ \bullet \downarrow \frac{\sqrt{2}}{2} F \\ \bullet \curvearrowright \frac{\sqrt{2}}{2} Fa \end{array}$$

$$f_{Vy} = f_{Vx} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} F}{4A} = \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{F}{A}$$

$$f_{Tx} = f_{Ty} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} Fa \times \frac{a}{2}}{4A \times (\frac{\sqrt{2}}{2} a)^2} = \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{F}{A}$$

$$f = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{8} \frac{F}{A} + \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{F}{A}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{8} \frac{F}{A} + \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{F}{A}\right)^2} = \frac{1}{2} \frac{F}{A} = 0.15 \frac{F}{A}$$

همانطور که مشاهده می‌شود در  $\alpha = 90^\circ$ ، بیشترین تنش در پیچ  $A$  به وجود می‌آید و این سؤال طرحش به عنوان یک تست خنده‌دار است زیرا حداقل ۲۰ دقیقه زمان برای حلش نیاز است.

**منظور احتمالی طراح:** می‌دانیم در اتصالات پیچی تحت اثر بارگذاری، هر پیچی که فاصله‌اش تا بارگذاری کمتر باشد در مجموعه پیچ‌ها بحرانی‌تر است. به ازای  $\alpha$  برابر صفر درجه نیروی  $F$  به‌صورت افقی بوده و از دو پیچ فوقانی می‌گذرد و این پیچ‌ها بحرانی خواهند بود. به ازای  $\alpha$  برابر  $45^\circ$  درجه پیچ بالا سمت راست کمترین فاصله را تا نیروی  $F$  داشته و در مجموعه بحرانی خواهد بود. به ازای  $\alpha$  برابر  $90^\circ$  درجه دو پیچ سمت راست همزمان کمترین فاصله را تا نیروی  $F$  داشته و به‌طور همزمان هر دو بحرانی خواهند بود. به ازای  $\alpha$  برابر  $135^\circ$  درجه امتداد نیرو از پیچ  $A$  گذشته و فاصله این پیچ تا نیروی  $F$  برابر صفر شده و این پیچ در مجموعه بحرانی خواهد شد و گزینه (۴) احتمال دارد که به عنوان کلید انتخاب شود. این گزینه برای حالتی است که طراح محترم بیان کند به ازای کدام  $\alpha$  پیچ  $A$  نسبت به بقیه پیچ‌ها بحرانی‌تر است نه اینکه در کدام  $\alpha$  پیچ  $A$  بحرانی‌تر است و پاسخ صحیح گزینه (۱) است.

۴۰٪

(۴) - ۱۱۱

برای تک تک گزینه‌ها  $C_m$  را محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که در گزینه‌های اول و دوم که بارگذاری جانبی روی تیر ستون اثر نمی‌کند می‌توان از رابطه  $\frac{M_1}{M_2} \geq 0.4 - 0.06 \frac{M_1}{M_2}$  استفاده کرد:

$$\text{گزینه اول: } C_m = 0.06 - 0.04 \frac{\frac{M_1}{M_2}}{\frac{M_1}{M_2}} = 0.06 - 0.04 \times \left(\frac{2}{M}\right) = 0.18$$

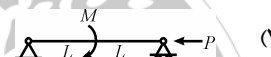
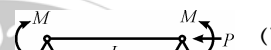
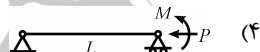
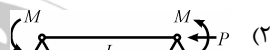
$$\text{گزینه دوم: } C_m = 0.06 - 0.04 \frac{\frac{M_1}{M_2}}{\frac{M_1}{M_2}} = 0.06 - 0.04 \frac{M}{M} = 0.12 < 0.4 \Rightarrow C_m = 0.4$$

در گزینه‌های سوم و چهارم بارگذاری جانبی روی تیر ستون اثر می‌کند. در گزینه سوم تکیه‌گاه‌های سازه مفصلی و گیردار است و لنگر بازگرداننده تکیه‌گاه گیردار اثر  $P - \Delta$  را کاهش می‌دهد ولی در تیر ستون چهارم لنگر هر دو تکیه‌گاه آزاد شده است و اثر  $P - \Delta$  ماکزیمم می‌باشد. قابل ذکر است که در میحث دهم مقررات ملی ساختمان در حالتی که بر روی تیر ستون بار جانبی اثر می‌کند چنانچه تکیه‌گاه‌ها هر دو گیردار باشد  $C_m$  برابر  $0.185$  و چنانچه تکیه‌گاه‌ها هر دو مفصلی باشد  $C_m$  برابر  $1.0$  در نظر گرفته می‌شود.  $C_m$  در گزینه سوم عددی بین  $0.185$  و  $1.0$  است که از  $C_m$  در گزینه چهارم کوچکتر است.

این سؤال مشابه تست ۷، صفحه ۲۵۲ کتاب سازه‌های فولادی سری عمران و تمرین ۵-۵، صفحه ۲۴۷ همین کتاب است.

ضریب تشدید لنگر در تیر-ستون‌ها با عبارت  $\frac{C_m}{1 - \frac{f_a}{F'_e}}$  تعریف شده است. این ضریب برای کدام یک از گزینه‌های زیر بیشتر است؟ (جنس و نوع نیمرخ در

چهارگزینه یکسان می‌باشد)



با توجه به یکسان بودن  $f_a$  و  $F'_e$ ، برای مقایسه ضریب تشدید لنگر، کافی است ضریب  $C_m$  را در بین ۴ گزینه مقایسه کنیم:

$$A_m = \frac{C_m}{1 - \frac{f_a}{F'_e}} \quad \text{و} \quad C_m = 0.6 - 0.4 \left( \frac{M_1}{M_2} \right) \geq 0.4$$

گزینه ۱:  $C_m = 0.6 - 0.4 \left( -\frac{M}{M} \right) = 1$

گزینه ۲:  $C_m = 0.6 - 0.4 \left( \frac{M}{M} \right) = 0.2 \leq 0.4 \Rightarrow C_m = 0.4$

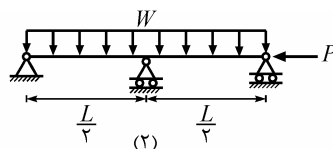
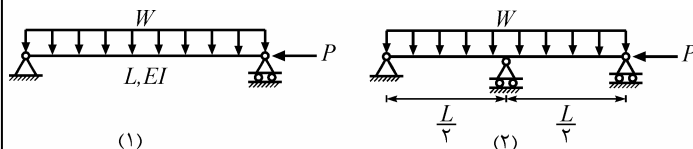
گزینه ۳:  $C_m = 0.85$

گزینه ۴:  $C_m = 0.6 - 0.4 \left( \frac{0}{M} \right) = 0.6$

بنابراین تیرستون (۱) بیشترین ضریب تشدید لنگر را دارا می‌باشد.

**تذکره:** با توجه به این که تیرستون (۳) تحت اثر لنگر خمشی متمرکز در وسط آن قرار دارد، مبحث دهم مقررات ملی ساختمان ضریب  $C_m$  را با توجه به مفصلی بودن تکیه‌گاه‌های آن برابر ۰/۸۵ پیشنهاد می‌کند.

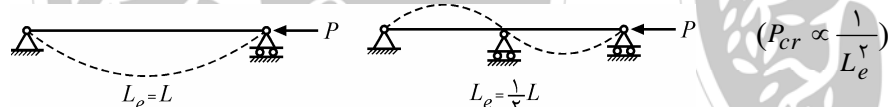
کدام یک از تیر-ستون‌های زیر، وضعیت مناسب‌تری دارند؟



**هاله:** تیر-ستون (۲) وضعیت مناسب‌تری نسبت به تیر-ستون (۱) دارد. برای درک بهتر این موضوع می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

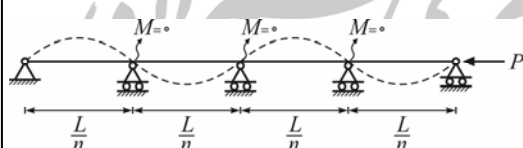
۱- لنگر خمشی ناشی از بار گسترده  $W$ ، در تیر-ستون (۲) کمتر از تیر-ستون (۱) می‌باشد.

۲- طول مؤثر تیر-ستون (۲) از تیر-ستون (۱) کوچک‌تر بوده و بار بحرانی و تنش مجاز فشاری آن بزرگتر است. دقت شود که بار بحرانی تیر-ستون (۲) مانند بار بحرانی مود دوم تیر-ستون (۱) بوده و چهار برابر آن است.



۳- با توجه به مثال‌های حل شده در فصل چهارم و توجه به فواصل تکیه‌گاهی نتیجه می‌شود که تنش مجاز خمشی در تیر-ستون دوم بزرگتر یا مساوی تنش مجاز خمشی در تیر-ستون اول بوده و وضع آن از این لحاظ نیز مناسب‌تر است.

**نکته:** در صورتی که مطابق شکل زیر با قرار دادن  $(n-1)$  تکیه‌گاه میانی با فواصل مساوی  $\frac{L}{n}$  تیر-ستون را تقویت کنیم، طول مؤثر تیر-ستون  $\frac{1}{n}$  برابر حالت اولیه شده و بار کمانش تیر-ستون جدید  $n^2$  برابر حالت اولیه می‌شود.



$$\begin{cases} P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(L_e)^2} \Rightarrow (P_{cr})_n = n^2 (P_{cr})_1 \\ L_{e_n} = \frac{1}{n} L_{e_1} \end{cases}$$

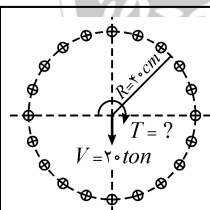
نیروی  $P$  را به مرکز سطح پیچ‌ها منتقل می‌کنیم که در نتیجه آن لنگر پیچشی ساعتگرد  $Pe$  بر مجموعه پیچ‌ها اثر می‌کند. در پیچ سمت راست که نزدیکترین پیچ به بارگذاری می‌باشد، تنش برشی ناشی از برش و تنش برشی ناشی از لنگر پیچشی هم جهت بوده و بحرانی‌ترین حالت ایجاد می‌شود. در ادامه تنش‌های برشی ناشی از برش و پیچش را در این پیچ بحرانی محاسبه کرده و توجه داریم که فاصله هر چهار پیچ از مرکز سطح مجموعه پیچ‌ها برابر ۱۰ سانتی‌متر است.

$$f_{vy} = \frac{P}{nA} = \frac{P}{4A} = \frac{2 \times 10^3}{4 \times 2} = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{Ty} = \frac{T_x}{J} = \frac{Pe \times x}{\sum A_i d_i^2} = \frac{2000 \times 10}{2(10^2 + 10^2 + 10^2 + 10^2)} = 25e$$

$$(f_v)_{max} = f_{vy} + f_{Ty} = 250 + 25e = F_v = 2800 \Rightarrow 25e = 2800 - 250 = 2550 \Rightarrow e = 102 \text{ cm} \approx 100 \text{ cm}$$

این سؤال مشابه تست ۱۱، صفحه ۳۱۴ کتاب سازه‌های فولادی سری عمران و تست ۲۲، صفحه ۳۱۵ همین کتاب است.



در اتصال ساعتی شکل داده شده، چنانچه از ۲۰ عدد پیچ  $M 8.8$  به قطر ۲۰ mm استفاده شود، در صورتی که تنش مجاز پیچ‌ها برابر  $1600 \text{ kg/cm}^2$  باشد، حداکثر لنگر پیچشی  $T$  که می‌تواند به اتصال وارد شود کدام یک از مقادیر زیر است؟ ( $\pi \approx 3$ )

$$T = 40 t \cdot m \quad (2)$$

$$T = 30 t \cdot m \quad (1)$$

$$T = 80 t \cdot m \quad (4)$$

$$T = 65 t \cdot m \quad (3)$$

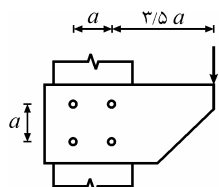
تنش برشی ماکزیمم در پیچ سمت راست اتصال ایجاد می‌شود.

$$J = nA [x^2 + y^2] = nAR^2, \quad r = 1 \text{ cm}, \quad R = 40 \text{ cm}$$

$$\tau_{max} = \frac{V}{nA} + \frac{TR}{J} = \frac{V}{nA} + \frac{TR}{nAR^2} = \frac{V}{nA} + \frac{T}{nAR} = \frac{1}{nA} (V + \frac{T}{R})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{20 \times \pi \times 1^2} (20 \times 10000 + \frac{T}{40}) = 1600 \Rightarrow 20000 + \frac{T}{40} = 96000$$

$$\Rightarrow T = 3040000 \text{ kg} \cdot \text{cm} \Rightarrow T \approx 30/4 t \cdot m$$



نیروی  $P$  به کمک چهار پیچ مشابه مطابق شکل به ستون منتقل می‌شود. براساس تحلیل الاستیک بیشترین نیروی ایجاد شده در پیچ‌ها چقدر می‌باشد؟

$$2P \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} P \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{41}}{4} P \quad (4)$$

$$\sqrt{2} P \quad (3)$$

نیروی  $P$  را به مرکز سطح پیچ‌ها منتقل می‌کنیم، در این صورت اتصال تحت اثر برش قائم  $P$  و لنگر پیچشی  $T$  قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه تنش برشی ناشی از برش و مؤلفه قائم تنش برشی ناشی از پیچش در پیچ‌های سمت راست اتصال هم جهت هستند (به طرف پایین) نتیجه می‌شود که بیشترین تنش و نیرو در این پیچ‌ها به وجود می‌آید:

$$f_{Vy} = \frac{P}{4A}, \quad T = P(3/5a + \frac{a}{2}) = 4Pa, \quad f_{Tx} = \frac{T_y}{J} = \frac{T_x}{\sum A_i d_i^2} \Rightarrow$$

$$f_{Tx} = \frac{4Pa \times \frac{a}{2}}{4A(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2} = \frac{2Pa^2}{2Aa^2} = \frac{P}{A}, \quad f_{Ty} = \frac{T_x}{J} = \frac{T_x}{\sum A_i d_i^2} = \frac{4Pa \times \frac{a}{2}}{4A(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2} = \frac{P}{A}$$

$$f = \sqrt{f_{Tx}^2 + (f_{Vy} + f_{Ty})^2} = \sqrt{(\frac{P}{A})^2 + (\frac{P}{4A} + \frac{P}{A})^2} = \frac{\sqrt{41}P}{4A}$$

$$V_{max} = f_{max} \times A = \frac{\sqrt{41}P}{4A} \times A = \frac{\sqrt{41}}{4} P$$



می‌دانیم که در تیرهای کوتاه، برش و در تیرهای متوسط و بلند، خمش تعیین‌کننده طراحی می‌باشد. بنابراین اساساً گزینه‌های دوم و چهارم نمی‌توانند صحیح باشند. برای محاسبه طولی تیر که در آن به جای خمش، برش تعیین‌کننده است بایستی حالتی را پیدا کنیم که در آن تنش‌های خمشی بطور اتوماتیک کوچکتر از تنش خمشی مجاز ( $F_b = 0.16 F_y$ ) باشند. توجه داریم که برش ماکزیمم تیر در تکیه‌گاه‌های آن

ایجاد شده و برابر  $\frac{qL}{2}$  است و لنگر ماکزیمم تیر در وسط آن ایجاد شده و برابر  $\frac{qL^2}{8}$  می‌باشد.

$$\frac{h}{t_w} = \frac{20}{0.15} = 133.33 < \frac{3185}{\sqrt{F_y}} = \frac{3185}{\sqrt{2400}} = 65 \Rightarrow F_v = 0.4 F_y$$

$$S_x = \frac{I_x}{c} = \frac{I_x}{\frac{h}{2}} = \frac{2000}{\frac{20}{2}} = 200 \text{ cm}^3$$

اگر در یک محدوده طولی همواره رابطه  $f_b \leq F_b$  برقرار باشد، داریم:

$$f_b \leq F_b \Rightarrow \frac{\frac{qL^2}{8}}{S_x} \leq 0.16 F_y \Rightarrow \frac{\frac{L}{4} \times V_{max}}{200} \leq 0.16 F_y \Rightarrow L \leq \frac{480 F_y}{V_{max}}$$

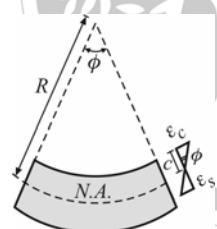
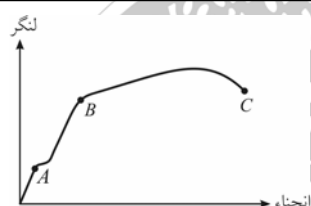
$$V_{max} = A_w \times F_v = A_w \times 0.4 F_y = 20 \times 0.15 \times 0.4 F_y = 4 F_y$$

$$\Rightarrow L \leq \frac{480 F_y}{4 F_y} = 120 \text{ cm}$$

با توجه به موارد زیر، می‌توان منحنی ارائه شده در گزینه (۱) را به عنوان واقع‌گرایانه‌ترین رفتار برای یک تیر بتنی انتخاب کرد: (۱) قبل از رسیدن مقطع بر  $M_{cr}$ ، به دلیل باز توزیع تنش‌ها، در قسمت‌هایی از ناحیه کششی مقطع، توزیع تنش به صورت غیرخطی خواهد شد. لذا منحنی لنگر - انحناء نیز باید اندکی غیر خطی شود.

(۲) هر چند از نظر تئوری  $M_{cr}$  به صورت یک عدد مشخص برای هر مقطع ارائه می‌شود، ولی فرایند ترک خوردگی در ناحیه کششی یک تیر به صورت تدریجی است. بنابراین در عمل شیب منحنی لنگر - انحناء در حوالی نقطه  $M_{cr}$  باید به صورت تدریجی کاسته شود (گزینه ۱) و نه به صورت دفعی (گزینه ۳)

این سؤال در طرح درس ۱۲ فصل سوم، صفحه ۹۸ کتاب سازه‌های بتنی سری عمران مطرح شده است.



طرح درس ۱۲: شکل‌پذیری مقاطع خمشی  
برای بررسی رفتار مقاطع خمشی علاوه بر منحنی  $P-\delta$  می‌توان از منحنی لنگر - انحناء نیز استفاده کرد. در منحنی لنگر - انحناء ( $M-\phi$ ) نقطه  $A$  ترک‌خوردگی مقطع، نقطه  $B$  جاری شدن فولادهای کششی و نقطه  $C$  انهدام مقطع را نشان می‌دهد. بعد از نقطه  $B$  با جاری شدن فولادها انحناء در مقطع افزایش یافته بدون اینکه لنگر وارده تغییر محسوسی داشته باشد.

اگر طول واحدی از تیر را در نظر بگیریم، در هر لحظه زاویه تیر تغییر شکل یافته به عنوان انحناء تیر تعریف می‌شود. در منحنی لنگر - انحناء ( $M-\phi$ ) نقطه  $A$  ترک‌خوردگی مقطع، نقطه  $B$  جاری شدن فولادهای کششی و نقطه  $C$  انهدام مقطع را نشان می‌دهد. بعد از نقطه  $B$  با جاری شدن فولادها انحناء در مقطع افزایش یافته بدون اینکه لنگر وارده تغییر محسوسی داشته باشد.

$$\phi = \frac{1}{R} = \frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_s}{d - c}$$

**نکته:** میزان شکل‌پذیری مقاطع خمشی با تعریف ضریب شکل‌پذیری انحناء مقایسه می‌شود. این ضریب نسبت انحنای مقطع در لحظه شکست به انحنای مقطع در لحظه تسلیم فولادها می‌باشد.



برای حل تقریبی یک دال که در چهار طرف دارای تکیه‌گاه‌های ساده است، فرض می‌کنیم که عملکرد هر یک از دو نوار دال، مانند یک تیر ساده می‌باشد و سهم نوارهای جهات طولی و عرضی از کل بار کف، برابر  $w_1$  و  $w_2$  می‌باشد. حال با توجه به این مطلب که خیز نوارهای مذکور در وسط دهانه باید مساوی باشد، نتیجه می‌شود که:

$$\Delta_1 = \Delta_2 \Rightarrow \frac{5}{384} \frac{w_1 L_1^4}{EI} = \frac{5}{384} \frac{w_2 L_2^4}{EI} \Rightarrow \frac{w_1}{w_2} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^4$$

در ادامه سهم باربری دال در جهت کوتاهتر برابر است با:

$$\frac{w_a}{w_b} = \left(\frac{L_b}{L_a}\right)^4 = \left(\frac{1}{5}\right)^4 = 5/106$$

$$w_a + w_b = 12 \Rightarrow 5/106 w_b + w_b = 12 \Rightarrow w_b = 1/98 \text{ kN/m}^2$$

$$w_a = 12 - w_b = 12 - 1/98 = 10/02 \text{ kN/m}^2$$

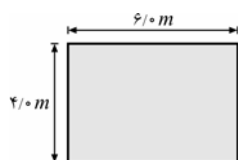
حداکثر لنگر خمشی مثبت در راستای دهانه کوچکتر، مشابه یک تیر دو سر ساده تحت بار گسترده است:

$$M_{max}^+ = \frac{w_a L^2}{8} = \frac{10/02 \times 3^2}{8} = 1/27$$

این سؤال مشابه سؤال ۶، صفحه ۲۵۸ کتاب سازه‌های بتنی سری عمران است.

دال (پانل) بتن مسلح نشان داده شده در چهار طرف دارای تکیه‌گاه‌های ساده می‌باشد. اگر  $w_a$  و  $w_b$  به ترتیب سهم بار در امتداد کوتاه و بلند از کل بار  $w$  باشند، نسبت تقریبی  $\frac{w_a}{w_b}$  چقدر است؟

(ضخامت دال ۲۵ cm در نظر گرفته می‌شود.)



$$f_c = 30 \text{ MPa}, f_y = 400 \text{ MPa}$$

$$E_s = 2 \times 10^5 \text{ MPa}, E_c = 0.25 \times 10^5 \text{ MPa}$$

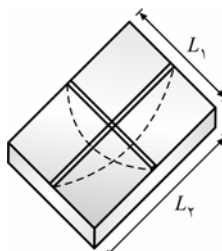
۰/۷ (۴)

۵/۱۰ (۳)

۱/۵ (۲)

۳/۵ (۱)

در دال‌های دوطرفه می‌توان فرض کرد که دال در هر جهت از مجموعه‌ای از نوارهای موازی تشکیل شده است. در این حالت قسمتی از بار توسط نوارهای یک جهت و باقیمانده بار توسط نوارهای جهت دیگر حمل می‌شود. برای حل تقریبی یک دال که در چهار طرف دارای تکیه‌گاه‌های ساده است، فرض می‌کنیم که عملکرد هر یک از دو نوار دال مانند یک تیر ساده می‌باشد و سهم نوارهای جهات طولی و عرضی از کل بار کف برابر  $w_1$  و  $w_2$  می‌باشد. با توجه به این مطلب که خیز نوارهای مذکور در وسط دهانه باید مساوی باشد، نتیجه می‌شود که:



$$\Delta_1 = \Delta_2 \Rightarrow \frac{5}{384} \frac{w_1 L_1^4}{EI} = \frac{5}{384} \frac{w_2 L_2^4}{EI} \Rightarrow \frac{w_1}{w_2} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^4$$

با توجه به این رابطه مشاهده می‌شود که سهم بیشتری از بار در جهت کوتاه حمل می‌شود؛ به طوری که نسبت سهم بارها برای دو جهت متناسب با توان چهارم نسبت معکوس دهانه‌ها است. بنابراین در این سؤال داریم:

$$\frac{w_a}{w_b} = \left(\frac{L_b}{L_a}\right)^4 = \left(\frac{6}{4}\right)^4 = 1/5^4 = 5/106$$

بنابراین گزینه ۳ جواب این سؤال می‌باشد.

در تیر داده شده، حداکثر لنگر در تکیه‌گاه گیردار ایجاد می‌شود و مقدار آن برابر  $\frac{qL^2}{8}$  است. با برابر قرار دادن لنگر ایجاد شده با لنگر مقاوم که برابر  $\frac{wL^2}{8}$  است، بار  $q$  به دست می‌آید.

$$\text{لنگر مقاوم} = \text{لنگر اعمالی} \Rightarrow \frac{qL^2}{8} = \frac{wL^2}{8} \Rightarrow q = 1w$$

بنابراین به ازای  $q = 1w$ ، تکیه‌گاه گیردار مفصل می‌شود؛ ولی به دلیل باز توزیع لنگر، هنوز تیر می‌تواند در برابر بارهای بیشتر مقاومت کند.



از این لحظه به بعد باید تیر دوم یعنی تیر دو سر مفصل را تحلیل کرد. در این تیر بیشینه لنگر در وسط تیر و برابر  $\frac{q'L^2}{8}$  می‌باشد. اما باید توجه داشت که در وسط تیر (۱) لنگری به اندازه  $\frac{wL^2}{16}$  از مرحله اول بارگذاری (یعنی تا جایی که تکیه‌گاه گیردار مفصل شده) وجود داشته است و این موضوع با تحلیل سازه اثبات می‌شود. لذا در تیر دوم، مجموع این دو لنگر باید برابر با لنگر مقاوم شود.

لنگر مقاوم = لنگر وسط تیر در مرحله دوم + لنگر وسط تیر در مرحله اول

$$\frac{wL^2}{16} + \frac{q'L^2}{8} = \frac{wL^2}{8} \Rightarrow q' = \frac{w}{2}$$

$$1w + 0.5w = 1.5w$$

در مجموع می‌توان گفت که با افزایش بار گسترده تیر، هنگامی که  $q$  به مقدار  $w$  می‌رسد، تکیه‌گاه گیردار تبدیل به مفصل شده و از این به بعد رفتار تیر مشابه یک تیر دو سر ساده می‌شود. بعد از آن هنگامی که  $q$  به مقدار  $1.5w$  می‌رسد، در وسط تیر نیز یک مفصل دیگر ایجاد می‌شود. بنابراین به دلیل ایجاد سه مفصل در یک راستا، تیر گسیخته می‌شود.

۱۱۷-۴

در مورد هر یک از گزینه‌ها توضیحات زیر قابل ارائه است:

گزینه ۱: برای بررسی این گزینه عمق ناحیه فشاری بتن را در هر حالت محاسبه می‌کنیم.

(الف) مقطع با فولاد مضاعف (در این حالت فرض می‌کنیم که فولاد فشاری نیز جاری شده است)

$$\sum F = 0 \Rightarrow \phi_s f_y A_s = 0.185 \phi_c f_c ab + \phi_s f_y A'_s \Rightarrow a_1 = \frac{\phi_s f_y (A_s - A'_s)}{0.185 \phi_c f_c b}$$

(ب) برای مقطع دوم با توجه به جمله گفته شده در گزینه ۱، فرض طراح احتمالاً مقطع بدون فولاد فشاری در حالت بالانس بوده است.

$$\sum F = 0 \Rightarrow \phi_s f_y A_s = 0.185 \phi_c f_c ab \Rightarrow a_2 = \frac{\phi_s f_y}{0.185 \phi_c f_c b} A_{sb}$$

$$\frac{\text{عمق تار خنثی برای مقطع با فولاد مضاعف}}{\text{عمق تار خنثی برای مقطع بالانس}} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\beta_1 a_1}{\beta_2 a_2} = \frac{A_s - A'_s}{A_{sb}} = \frac{\rho - \rho'}{\rho_b}$$

بنابراین گزینه (۱) اگر طراح این گونه فکر کند که منظور در حالت اول مقطع با فولاد مضاعف است که فولاد فشاری آن جاری شده است و در حالت دوم مقطع بدون فولاد فشاری در حالت بالانس است صحیح می‌باشد. که البته با توجه به بیان سؤال همچنین تصویری از جانب طراح غیرمنطقی است. (استفاده از  $\rho_b$  به جای  $\bar{\rho}_b$  ما را مجبور کرد به جای طراح فکر کنیم).

گزینه ۲: در یک مقطع با فولاد مضاعف، تنها هنگامی فولاد کششی تسلیم می‌شود که  $\rho$  کمتر از  $\bar{\rho}_b$  باشد و این مورد ربطی به جاری شدن یا نشدن فولادهای فشاری ندارد، پس این گزینه همواره درست نیست.

گزینه ۳: در هر مقطع خمشی، هرگاه مقدار فولاد کششی افزایش یابد حتماً لنگر مقاوم مقطع نیز زیاد می‌شود (هر چند به صورت جزئی باشد).

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{افزایش لنگر چشمگیر است} \Rightarrow \text{شکست مقطع نرم باشد.} \\ \text{افزایش لنگر کم است.} \Rightarrow \text{شکست مقطع ترد باشد.} \end{array} \right.$$

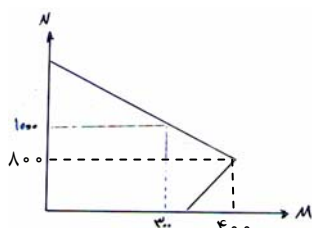
گزینه ۴: اگر در یک مقطع میزان فولاد کششی کمتر از فولاد بالانس باشد، با اضافه کردن فولاد فشاری، مقدار ناچیزی بر لنگر مقاوم مقطع افزوده می‌شود.

بنابراین در مجموع باید گفت که گزینه ۳ همواره درست بوده و پاسخ سؤال است؛ اما در صورتی که فرضیات گفته شده در پاسخ گزینه ۱ از نظر طراح وجود داشته باشد، ممکن است گزینه ۱ به عنوان پاسخ ارائه شود. و طراح از مقدار افزایش لنگر در حالت ترد در گزینه (۳) صرف‌نظر کرده باشد و گزینه (۱) را انتخاب کرده باشد.

(۴)-۱۱۸

۱۰٪

در صورتی که بتوان ناحیه فشاری نمودار اندرکنش را به صورت یک خط مستقیم مدل کرد، با داشتن دو نقطه از آن، می توان معادله خط را نوشت.



$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$\Rightarrow N = -2M + 1600$$

حال می توان مقدار نیروی محوری ستون به ازای لنگر صفر و ۲۰۰ را محاسبه کرد:

$$M = 0 \Rightarrow N = 1600 \text{ kN}$$

$$M = 200 \Rightarrow N = 1200 \text{ kN}$$

برای به دست آوردن ظرفیت ستون وقتی که تحت  $M_{ux} = M_{uy} = 200 \text{ kN.m}$  می باشد، از روش معکوس بار استفاده می شود.

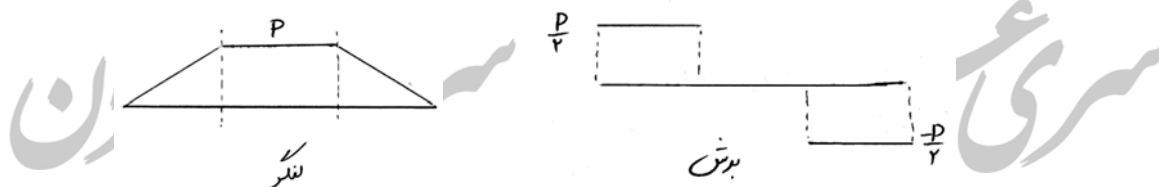
$$\frac{1}{N} = \frac{1}{N_{rx}} + \frac{1}{N_{ry}} - \frac{1}{N_o} \Rightarrow \frac{1}{N} = \frac{1}{1200} + \frac{1}{1200} - \frac{1}{1600} = \frac{5}{4800} \Rightarrow N = \frac{4800}{5} = 960 \text{ kN}$$

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

(۲)-۱۱۹

۱۰٪

برای حل این سؤال ابتدا تغییرات لنگر و برش را در طول تیر به دست می آوریم.



حداکثر لنگر در وسط دهانه و حداکثر برش در دهانه های کناری می باشد. از طرف دیگر لنگر مقاوم تیر  $600 \text{ kN.m}$  است و برش مقاوم تیر برابر است با:

۱- تیر بدون فولاد برشی  $\Leftarrow$  برش مقاوم  $50 \text{ kN}$  است.

۲- تیر با فولاد برشی  $\Leftarrow$  حداکثر برش مجاز ناشی از فولادهای برشی ۴ برابر برش بتن است. پس برش مقاوم مقطع حداکثر (۴+۱) برابر برش مقاوم بتن یعنی  $250 \text{ kN}$  است.

بنابراین در هر مرحله از بارگذاری می توان بار گسیختگی را براساس معیار برش حداکثر و لنگر حداکثر محاسبه کرد.

حالت اول: تیر بدون فولاد برشی

$$\begin{cases} \text{براساس لنگر حداکثر} \Rightarrow P'_1 = 600 \text{ kN} \\ \text{براساس برش حداکثر} \Rightarrow \frac{P''_1}{2} = 50 \text{ kN} \Rightarrow P''_1 = 100 \text{ kN} \end{cases} \Rightarrow P_1 = \min \{P'_1, P''_1\} = 100 \text{ kN}$$

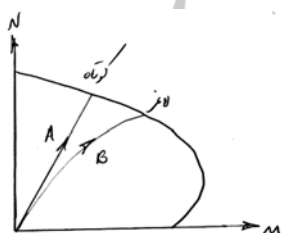
حالت دوم: تیر با فولاد برشی

$$\begin{cases} \text{براساس لنگر حداکثر} \Rightarrow P'_2 = 600 \text{ kN} \\ \text{براساس برش حداکثر} \Rightarrow \frac{P''_2}{2} = 250 \text{ kN} \Rightarrow P''_2 = 500 \text{ kN} \end{cases} \Rightarrow P_2 = \min \{P'_2, P''_2\} = 500 \text{ kN}$$

بنابراین بار گسیختگی کل تیر از  $100 \text{ kN}$  به  $500 \text{ kN}$  افزایش می یابد. توجه شود که در هر دو مرحله، معیار برش حداکثر تعیین کننده می باشد.

(۳)-۱۲۰

۴۰٪



ستون لاغری که تحت بار محوری و لنگر خمشی قرار بگیرد، با کاهش مقاومت روبرو می شود زیرا به جهت تغییر شکل جانبی ستون، لنگر ثانویه ای در ستون ایجاد می گردد.

بنابراین اگر ستون در حالت اول مسیر A را تا گسیختگی طی کند، در حالت دوم با افزایش بار محوری، مقدار لنگر به صورت غیرخطی زیاد شده و ستون رفتار B را طی می کند. پس ستون در بار محوری کمتر و لنگر خمشی بیشتری گسیخته می شود.

مثنابه سؤال ۱۴۵، طرح درس ۱۴ فصل ۶ (دیاگرام اندرکنش) کتاب سازه‌های بتنی سری عمران است.

نمودار زیر نشان‌دهنده چه پدیده‌ای در یک ستون بتن آرمه است؟

- (۱) گسیختگی ناشی از ازدیاد لنگر در اثر لاغری ستون
- (۲) گسیختگی ناشی از افزایش فوق‌العاده سریع بار محوری
- (۳) گسیختگی ناشی از افزایش فوق‌العاده سریع لنگر
- (۴) گسیختگی ناشی از کمایش خزشی

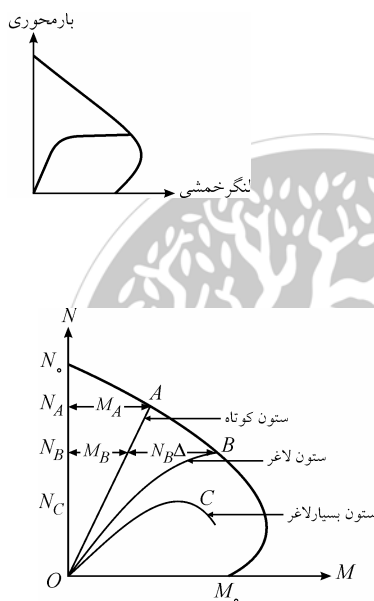
طرح درس ۱۴: گسیختگی ستون‌های لاغر

برای درک بهتر خرابی در ستون‌های لاغر، نمودار اندرکنش زیر را در نظر بگیرید:

(۱) ستون کوتاه (منحنی OA)

در صورتی که ستون کوتاه باشد و بتوان از اثرات لنگر خمشی ثانویه صرف‌نظر کرد، لنگر حداکثر به صورت  $M_A = N_A \cdot e$  به دست می‌آید که نشان از رابطه خطی بین بار و لنگر دارد.

در این حالت با شروع بارگذاری، ستون مسیر OA را طی نموده تا در نقطه A سطح شکست را قطع کند.



(۲) ستون لاغر (منحنی OB)

در حالتی که ستون لاغر بوده و دیگر نتوان از اثرات لنگر خمشی ثانویه صرف‌نظر کرد، لنگر حداکثر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$M_{max} = M_B + M_A = N_B \cdot e + N_B \cdot \Delta = N_B (e + \Delta)$$

در رابطه فوق  $M_B$  لنگر مستقیم ناشی از بارگذاری است و  $M_A$  لنگر ثانویه به دلیل خروج از مرکزیت نیروی محوری  $N_B$  از مقطع تغییرشکل یافته است.

طبق این رابطه  $M_{max}$  با  $N_B$  ارتباط غیرخطی دارد. در این صورت هرچه  $N_B$  افزایش یابد،  $\Delta$  هم افزایش یافته و  $M_{max}$  به مقدار بیشتری زیاد می‌شود.

در این حالت ستون مسیر OB را طی می‌کند تا در نقطه B سطح شکست را قطع کند.

(۳) ستون بسیار لاغر (منحنی OC)

در صورتی که لاغری ستون شدید باشد، ممکن است خرابی بدون خرد شدن بتن و در اثر تغییرمکان بسیار زیاد و ناپایداری کمانشی ایجاد شود. در این صورت ستون در طی بارگذاری منحنی OC را طی کرده و بدون رسیدن به سطح شکست، خرابی در نقطه C اتفاق می‌افتد.

در صورتی که ستون لاغر باشد، رابطه بار محوری و لنگر خمشی به صورت غیرخطی بوده و در مقدار بار محوری کمتری نسبت به ستون کوتاه سطح شکست را قطع می‌کند.

۱۲۱- (۱)

در حالتی که تیر عمیق و ستون کم عرض باشد، مقاومت خمشی تیر بیشتر از ستون شده و بنابراین امکان تشکیل مفصل پلاستیک (خمیری) در ستون بیشتر می‌شود. در این صورت در یک زلزله شدید، پایداری سازه دچار مشکل خواهد شد.

این سؤال عیناً سؤال ۱۴۸، فصل ۶ کتاب سازه‌های بتنی سری عمران است.

در مناطق زلزله خیز نبایستی از تیرهای بتن آرمه عمیق همراه با ستون‌های کم عرض استفاده کرد، چون در هنگام یک زلزله شدید:

(۱) خاموت‌های ستون دچار گسیختگی می‌شوند.

(۲) مفصل خمیری در ستون‌ها تشکیل خواهند شد.

(۳) آرماتورهای طولی ستون جاری خواهند شد.

(۴) مفصل خمیری به تعداد خیلی زیاد تشکیل شده و سازه ناپایدار می‌شود.

در حالتی که تیر عمیق و ستون کم عرض باشد، مقاومت خمشی تیر بیشتر از ستون شده و بنابراین امکان تشکیل مفصل پلاستیک (خمیری) در ستون بیشتر می‌شود. در این صورت در یک زلزله شدید پایداری سازه دچار مشکل خواهد شد.



## راهسازی و روسازی راه

۱۲۲- (۲)

۸۰٪

در بین نقاط  $A$  و  $B$  مجموع حجم خاکبرداری برابر خاکریزی است، در واقع نقاط  $A$  و  $B$  نقطه‌های تعادلی هستند و کل حجم خاکی بین نقاط  $A$  و  $B$  برابر مجموع ارتفاع قسمت‌های صعودی در نمودار صورت سؤال است.

$$4800 + 1200 + 1800 = 7800 \text{ m}^3$$

۱۲۳- (۳)

۸۰٪

با توجه به رابطه (۴-۶) در صفحه ۱۴۲ کتاب راهسازی می‌توان نوشت:

فاصله دید توقف

$$s = \frac{0.278 t V}{f} + \frac{V^2}{254 f}$$

طول خط ترمز      عکس العمل

۱۲۴- (۱)

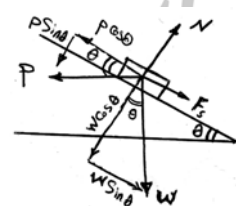
۳۰٪

با توجه به آیین‌نامه طرح هندسی راه (نشریه ۴۱۵) زمان توصیه شده برای رؤیت، ادراک و عکس‌العمل در محاسبه فاصله دید توقف ۲/۵ ثانیه می‌باشد.

۱۲۵- (۱)

۴۵٪

با توجه به شکل زیر و روابط صفحه ۹۰ در کتاب راهسازی می‌توان نوشت:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N = w \cos \theta + P \sin \theta$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \frac{F_s}{f \cdot N} - P \cos \theta + w \sin \theta = 0$$

$$f (w \cos \theta + P \sin \theta) - P \cos \theta + w \sin \theta = 0$$

$$\div w \rightarrow \frac{P}{w} f \sin \theta + f \cos \theta - \frac{P}{w} \cos \theta + \sin \theta = 0$$

$$\frac{P}{w} = \frac{-f \cos \theta - \sin \theta}{f \sin \theta - \cos \theta} = \frac{\sin \theta + f \cos \theta}{\cos \theta - f \sin \theta} \Rightarrow \frac{P}{w} = \frac{\tan \theta + f}{1 - f \tan \theta}$$

۱۲۶- (۱)

۶۰٪

با استفاده از روابط زیر می‌توان نوشت:

$$280 = \frac{\left(\frac{90}{3.6}\right)^2}{10(e+f)} \Rightarrow \begin{cases} e+f = 0.2232 \\ \frac{e}{e+f} = 0.4 \end{cases} \Rightarrow e = 0.09$$

بنابراین مقدار بریلندی برابر ۹ درصد است.

این سؤال مشابه تست ۲۲ فصل ۴ کتاب راهسازی است.

در مقطعی از یک راه با سرعت طرح  $110 \text{ km/h}$ ، درجه انحنای قوس  $7^\circ$  است، اگر  $55\%$  نیروی گریز از مرکز توسط اصطکاک خنثی شود، میزان دور در این قوس چند درصد می‌باشد؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

از درجه قوس خواهیم داشت:

$$D = \frac{572.96}{R} \Rightarrow R = \frac{572.96}{D} \Rightarrow R = 818.5$$

اگر  $55\%$  نیروی گریز از مرکز را اصطکاک خنثی کند،  $45\%$  مابقی باید توسط دور خنثی شود:

$$e = \frac{45}{100} \times \frac{V^2}{Rg} = \frac{45}{100} \times \frac{(110 \times \frac{1000}{3600})^2}{818.5 \times 9.81} \Rightarrow e = 0.052 \Rightarrow e = 5.2\%$$



۱۲۷- (۴)

۶۰٪

$$\downarrow L = \frac{As^2}{200(\sqrt{h_1} \uparrow + \sqrt{h_2})^2}$$

با توجه به رابطه ۵-۶ صفحه ۱۴۲ راهسازی داریم:

 بنابراین افزایش  $h_1$  (ارتفاع چشم راننده) باعث کاهش طول قوس قائم می‌شود.

۱۲۸- (۳)

۷۰٪

با توجه به رابطه فاصله خارجی قوس قائم داریم:

$$E = \left| \frac{g_2 - g_1}{8} L \right| \Rightarrow 1/8 = \left| \frac{0/05 + 0/04}{8} \times L \right| \Rightarrow L = 160m$$

مشابه تمرین ۵-۵، صفحه ۱۳۴ راه

در طراحی بر روی پروفیل طولی از یک قوس قائم با شیب‌های  $g_1 = 2\%$ ،  $g_2 = -3\%$  و طول ۱۶۰ متر استفاده شده است، فاصله قائم وسط قوس از مماس ورودی چند متر است؟  
 هاله با توجه به رابطه  $e_v$  می‌توان نوشت:

$$e_v = \left| \frac{g_2 - g_1}{8} L \right| = \left| \frac{-0/03 - 0/02}{8} \times 160 \right| = 1m$$

۱۲۹- (۴)

۱۵٪

از آنجا که کیفیت مصالح لایه اساس از لایه زیراساس بیشتر است، حداقل ارزش ماسه‌ای مصالح لایه زیر اساس، از حداقل ارزش ماسه‌ای مصالح لایه اساس کمتر است.

۱۳۰- (۲)

۳۰٪

اندود سطحی بین دو لایه آسفالتی بیندر و توپکا استفاده می‌شود. از آنجا که اندود نفوذی باید در لایه اساس نفوذ کند. پس ویسکوزیته کمتری نسبت به اندود سطحی دارد.

۱۳۱- (۱)

۱۵٪

در نمودار شل سختی مخلوط آسفالتی، تابعی از سختی قیر و درصد حجمی مصالح و درصد حجمی قیر است.  
 منحنی وان در پول برای تعیین سفتی قیر استفاده می‌شود.

۱۳۲- (۱)

۲۵٪

آزمایش لعاب نازک قیر، پیرشدگی کوتاه مدت قیر را که به هنگام اختلاط و تراکم رخ می‌دهد، شبیه‌سازی می‌کند.

۱۳۳- (۳)

۱۵٪

حساسیت دمایی قیرها، به خاصیت انگمی قیر بستگی دارد.

۱۳۴- (۲)

۴۰٪

$$SN = \frac{1}{2/5} (\alpha_1 D_1 m_1 + \alpha + D + m_2 + \alpha_3 D_3 m_3)$$

با توجه به رابطه عدد سازه‌ای روسازی  $SN$  داریم:

عدد سازه‌ای روسازی ( $SN$ ) را می‌توان میانگین وزنی ضخامت لایه‌های روسازی با توجه به جنس لایه در نظر گرفت.

۱۳۵- (۳)

۴۰٪

مصرف بیش از حد مقدار فیلر (بیش از ۶٪) در بتن آسفالتی باعث کاهش تخلخل، افزایش مقاومت در برابر تراکم و کاهش استقامت مصالح می‌شود.

صفحه ۱۰۳ مورد ۳ کتاب روسازی

۳- مصرف بیش از حد فیلر در بتن آسفالتی سبب کاهش تخلخل، افزایش مقاومت در برابر تراکم و کاهش استقامت (به علت کاهش زاویه اصطکاک داخلی) مصالح می‌شود.