

« امتحانات دی ماه ۹۴ »

شروع امتحان: ۷:۳۰
زمان امتحان: ۱۰۰ دقیقه
تاریخ امتحان:
تعداد سوال: ۱۴

نام درس: جبر
نام دبیر: خانم خلیلی

پایه: سوم
رشته: ریاضی



نام و نام خانوادگی:
شماره صندلی:

بارم	دانش آموز عزیز لطفاً پاسخ سوالات را با خط خوانا بر روی برگه امتحانی بنویسید
	۱- با استفاده از اصل استقراء ریاضی ثابت کنید:
۱	۱) $5^n - 4n - 1 = 16q$
۱	۲) $n^2 < 3^n (n \geq 4)$
۱	۳) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$
۱/۲۵	۲- با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید اگر a, b اعداد طبیعی فرد باشند، $a^2 + b^2$ مربع کامل نیست.
۱	۳- الف) به روش برگشتی ثابت کنید اگر $\langle x, y \rangle$. آن گاه $\frac{y-x}{1-xy}$
۱	ب) $(a+b+c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 9$ ($a, b, c \in R^+$)
۱	۴- برای اثبات نادرستی هریک از احکام زیر مثال نقضی ارائه کنید: الف) اگر $x = y \leftarrow \sin x = \sin y$ ب) عدد $3 + 2^n$ به ازاء هر مقدار طبیعی n ، عددی اول است ج) هر عدد گنگ به توان عدد گنگ، عددی گنگ است. د) اگر β گنگ باشد، $(1 + \beta)^2$ گنگ است.
۱/۲۵	۵- با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر $\sqrt{6}$ گنگ باشد $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ گنگ است.
۰/۷۵	۶- الف) هفت نقطه درون ۶ ضلعی منتظم به طول ۱ انتخاب می کنیم. ثابت کنید فاصله دست کم دو تا از این نقطه کمتر از ۱ است.
۰/۷۵	ب) ۵۰ عدد طبیعی متمایز را در نظر گرفته و هریک از اعداد را بر ۲۴ تقسیم کرده ایم. حداقل چند تا از آن ها باقی مانده ی یکسانی بر ۲۴ خواهند داشت؟ چرا؟
۲	۷- اگر $A = \{2^K \mid K \in N, K \leq 2\}$ و $B = \{x \mid x \in N, x^2 < 10\}$ الف) عضوهای مجموعه ی $A^2 - B^2$ را معلوم کنید. ب) $A^2 - B^2$ چند زیر مجموعه دارد؟

<p>۰.۱۷۵</p> <p>۰.۱۷۵</p> <p>۰.۱۷۵</p>	<p>۸- با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید.</p> <p>الف) $A - [B - (B - A)'] = A$</p> <p>ب) $(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$</p> <p>ج) $A \subseteq B \rightarrow A \cup B = B$</p>
<p>۱</p>	<p>۹- نمودار رابطه ی مقابل را رسم کنید.</p> <p>$R = \{ (x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, x - y \geq 1 \}$</p>
<p>۱</p>	<p>۱۰- کدام درست و کدام غلط است؟</p> <p>$A = \{ \emptyset, 1, 2, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\} \}$</p> <p>$\{\emptyset\} \in A$ $\{1\} \in A$ $\{1, \{1, 2\}\} \in A$ $\{\emptyset\} \in A$</p> <p>$\{\emptyset\} \subset A$ $\{1\} \subset A$ $\{1, \{1, 2\}\} \subset A$ $\{1, 2\} \subset A$</p>
<p>۰.۱۷۵</p>	<p>۱۱- اعضای رابطه R را برای مجموعه ی $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ بنویسید.</p> <p>$a, b \in A$ و $aRb \Leftrightarrow a + b \mid 12$</p>
<p>۱</p>	<p>۱۲- اگر $A = [-2, 2]$ و $B = \{3, -1\}$ نمودار $A^c - B^c$ را رسم کنید.</p>
<p>۱</p>	<p>۱۳- اگر $A_n = [-2n, 10 - n]$ و $n \in N$ مطلوب است $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$</p>
<p>۱</p>	<p>۱۴- اگر $A = \{1, a, \{\emptyset\}\}$ ، $p(p(A))$ را معلوم کنید.</p>
<p>موفق باشید</p>	