

## فصل ۴:

# ظرفیت باربری فونداسیون های سطحی تحت بارهای مایل و برون محور

جزوه درس مهندسی پی (کارشناسی عمران)

استاد: عبدالمتین ستایش

@ME2CH

WWW.ME2CH.ROZBLOG.COM

به خاطر لنگرهای خمشی و نیروهای افقی که از روسازه به فونداسیون انتقال می یابد، فونداسیون های سطحی در اکثر مواقع در معرض بارهای مایل و برون محور قرار دارند. در چنین شرایطی لازم است که اصلاحاتی در تئوری های ظرفیت باربری نهایی ارائه شده در فصل ۲ انجام گیرد که این مسأله موضوع بحث ما در این فصل خواهد بود.

## ۲-۴ | فشار تماسی بین خاک و فونداسیون

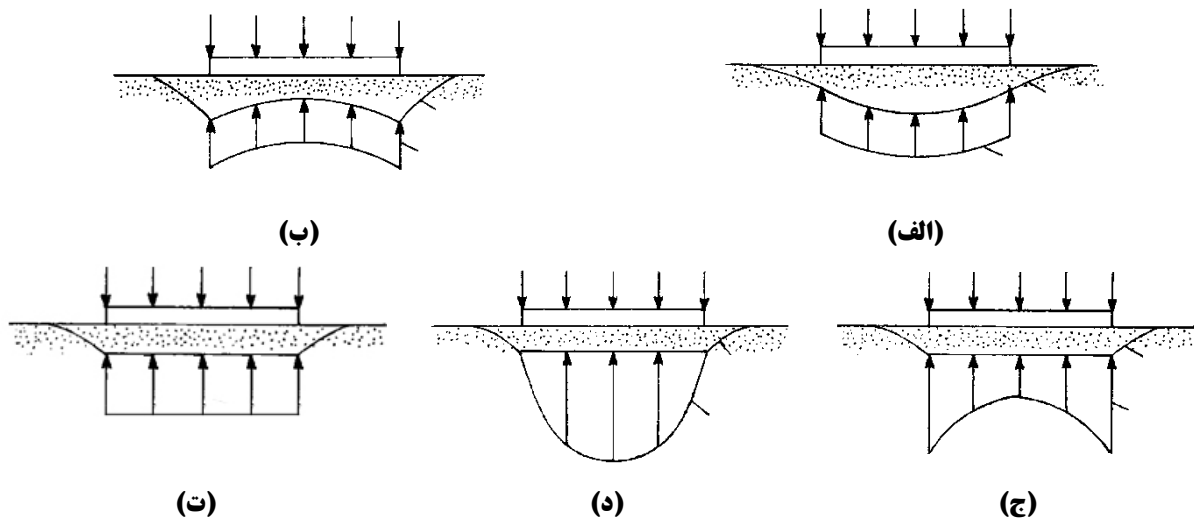
یکی از مهمترین پارامترهایی که اندرکنش پی سطحی و خاک زیر آن را تعریف می کند فشار تماسی بین خاک و پی می باشد. اگرچه جمع فشار تماسی در کف پی سطحی باید معادل نیروی وارده از پی به خاک باشد، ولی ضرورتاً توزیع فشار تماسی نباید یکنواخت باشد. مطالعات تحلیلی و اندازه گیری های محلی دلالت بر این دارند که توزیع واقعی فشار تماسی به پارامترهای زیادی از جمله موارد زیر بستگی دارد:

- خروج از مرکزیت بار (در صورت وجود بار خارج از مرکز و یا لنگر روی پی)
- صلبیت سازه ای پی
- ویژگی های تنش کرنش خاک
- زبری کف و اطراف پی

شکل ۱-۴ توزیع فشار تماسی را در کف پی های سطحی تحت بار قائم مرکزی را نشان می دهد. پی های انعطاف پذیر کامل به گونه ای خم شده تا فشار یکنواختی در زیر آن ها حاصل گردد (اشکال ۱-۴ الف و ۱-۴ ب) در حالی که پی های صلب کامل به طور یکنواخت نشست نموده ولی توزیع غیر یکنواخت تنش را به همراه دارند (اشکال ۱-۴ ج، ۱-۴ د). پی های منفرد سطحی خیلی نزدیک به حالت صلب عمل نموده، و در این صورت توزیع تنش فشاری در زیر آن ها یکنواخت نیست. اما تحلیل باربری و نیز نشست بر اساس توزیع تنش واقعی خیلی پیچیده بوده و بنابراین توزیع تنش را معمولاً در محاسبات جهت سهولت، یکنواخت در نظر گرفته (شکل ۱-۴ ت) کما اینکه در مجموع تغییر چندانی در مقادیر انتقالی پارامترهای طراحی در مقاطع بحرانی جهت طراحی به وجود نیامده و خطاهای حاصل از این ساده سازی چندان بزرگ نیست.

پی های گسترده دارای نسبت خیلی کوچک ضخامت به عرض بوده و بنابراین خیلی انعطاف پذیرتر از پی های منفرد و یا مرکب سطحی می باشند. از آنجا که برای پی های گسترده نیاز به ارزیابی مفصل تر تنش ها و نیز جزئیات کامل تر میلگردگذاری می باشد. بنابراین لزوم یافتن توزیع واقعی تر و دقیق تر تنش در زیر پس گسترده مطرح است.

معمولاً در تحلیل پی های سطحی از اصطکاک جداری در اطراف پی صرف نظر شده و تمامی بار به کف منتقل شده که در نتیجه تحلیل پی های سطحی و عمیق را از یکدیگر متمایز می سازد.



شکل ۱-۴ توزیع تنش در زیر فونداسیون های سطحی تحت بار قائم مرکزی (الف) پی انعطاف پذیر بر روی رس (ب) پی انعطاف پذیر در ماسه (ج) پی صلب در رس (د) پی صلب در ماسه (ت) حالت ساده شده

### ◀ (الف) فشار تماسی در حالت بار قائم مرکزی

فشار تماسی یا لهیدگی در کف پی سطحی در بارگذاری قائم بدون خروج از مرکزیت به صورت زیر بدست می آید:

$$q = \frac{Q + W_f}{A} \quad (1-4)$$

$q$  = فشار تماسی

$Q$  = بار قائم روی فونداسیون

$W_f$  = وزن فونداسیون و خاک روی آن

$A$  = سطحی کف فونداسیون

### ◀ (ب) فشار تماسی در حالت بار خروج از مرکز یا لنگر روی پی

در این حالت توزیع فشار قائم کف فونداسیون یکنواخت نیست و با فرض توزیع خطی، مقدار آن را می توان از روابط مقاومت مصالح به صورت زیر محاسبه نمود:

$$q_{\max} = \frac{Q}{BL} + \frac{6M}{B^2L} \quad (2-4)$$

$$q_{\min} = \frac{Q}{BL} - \frac{6M}{B^2L} \quad (3-4)$$

که در این روابط:

$Q$  = بار قائم روی فونداسیون

$M$  = لنگر وارد بر فونداسیون

$L, B$  = طول و عرض فونداسیون

مطابق شکل ۴-۲، تک نیرو و لنگر را می توان طبق رابطه زیر به یک نیروی تنه‌ای معادل با برون محوری  $e$  تبدیل نمود:

$$e = \frac{M}{Q} \quad (4-4)$$

با قرار دادن مقدار فوق در معادلات ۲-۴ و ۳-۴ به دست می آید:

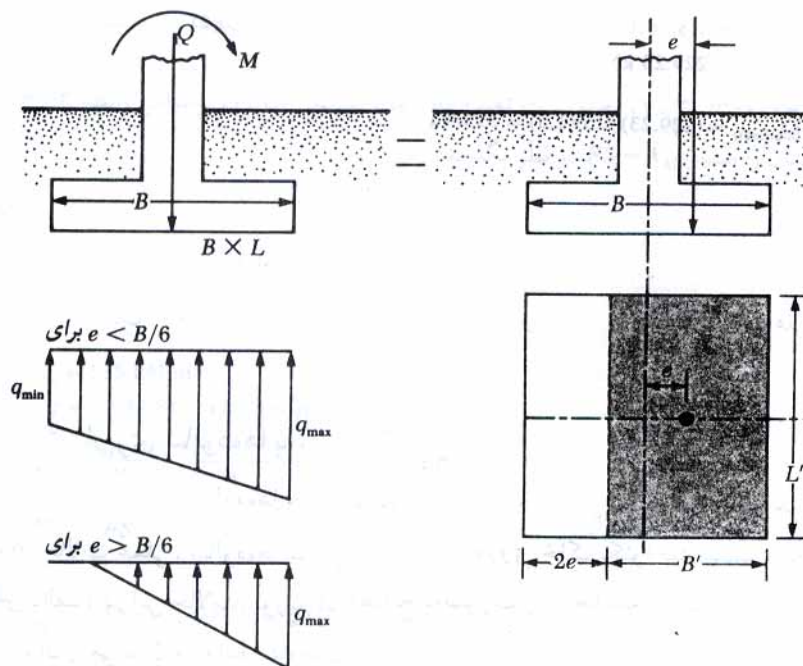
$$q_{\max} = \frac{Q}{BL} \left( 1 + \frac{6e}{B} \right) \quad (5-4)$$

$$q_{\max} = \frac{Q}{BL} \left( 1 - \frac{6e}{B} \right) \quad (6-4)$$

در معادلات فوق اگر برون محوری  $e$  مساوی  $B/6$  شود، مقدار  $q_{\min}$  مساوی صفر می شود. برای  $e > B/6$  مقدار  $q_{\min}$  منفی می شود که نشان دهنده کشش در سطح تماس است. از آنجایی که در سطح تماس، امکان مقاومت کششی وجود ندارد، بین شالوده و زمین جدایی رخ می دهد که اصطلاحاً به آن منطقه بدون فشار می گویند. برای این حالت با نوشتن تعادل نیروها در امتداد قائم، مقدار  $q_{\max}$  مطابق رابطه زیر به دست می آید:

$$q_{\max} = \frac{4Q}{3L(B-2e)} \quad (7-4)$$

توجه شود که در صورت وجود لنگر در راستای طولی فونداسیون، در روابط قبلی به جای  $B$  از  $L$  استفاده می شود.



شکل ۴-۲ شالوده با برون محوری

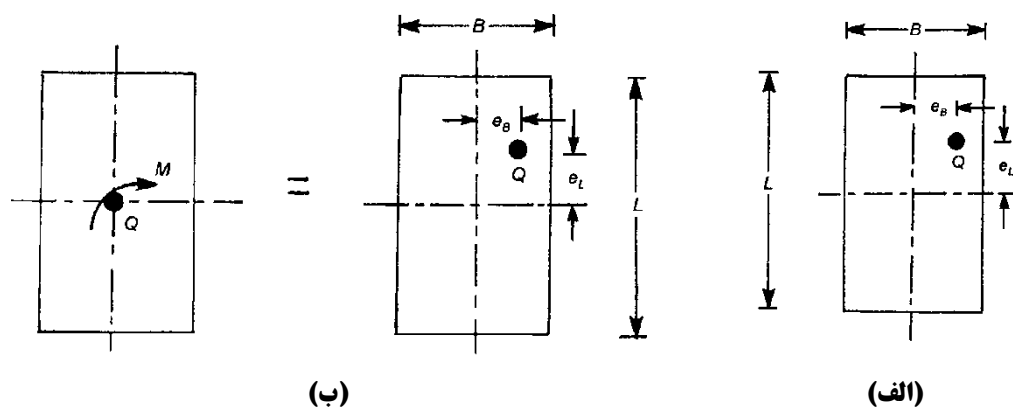
## پی تحت لنگر دو طرفه

در بعضی موارد، فونداسیون تحت تاثیر یک بار قائم و لنگر خمشی در دو جهت قرار داشته یا در عمل، ستون نسبت به پلان متقارن نبوده و باعث ایجاد خروج از مرکزیت در دو جهت می شود. در این حالت با توجه به شکل ۳-۴ برای فونداسیون مستطیلی داریم:

$$e_L = \frac{M_B}{Q} \quad \text{و} \quad e_B = \frac{M_L}{Q} \quad (۸-۴)$$

که در این رابطه  $M_L$  لنگر حول محور طول و  $M_B$  لنگر حول محور عرضی یا محور کوتاه تر فونداسیون می باشد. بدین ترتیب با داشتن خروج از مرکزیت های بدست آمده طبق روابط فوق می توان نوشت:

$$q = \frac{Q}{A} \pm \frac{M_B \cdot e_L}{I_B} \pm \frac{M_L \cdot e_B}{I_L} \rightarrow q = \frac{Q}{A} \left( 1 \pm \frac{6e_L}{L} \pm \frac{6e_B}{B} \right) \quad (۹-۴)$$

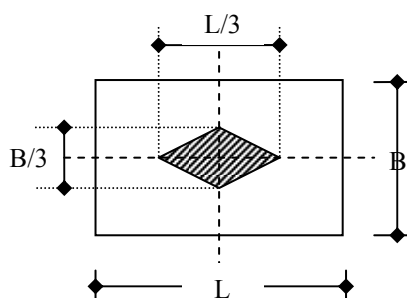


شکل ۳-۴ بار خارج از مرکز بر روی فونداسیون مستطیلی

در این حالت چنانچه بخواهیم تمام نقاط زیر فونداسیون در اثر بارگذاری فشاری قائم خارج از مرکز دو طرفه تحت تنش های فشاری قرار گیرند باید داشته باشیم:

$$\frac{6e_L}{L} \pm \frac{6e_B}{B} \leq 1 \quad (۱۰-۴)$$

ناحیه فوق در روی فونداسیون یک لوزی به ابعاد  $L/3$  و  $B/3$  است که هسته مقطع (کرن<sup>۱</sup>) نامیده می شود (شکل ۴-۴).



شکل ۴-۴ هسته فونداسیون مستطیلی

<sup>۱</sup> Kern

### ۳-۴ | فونداسیون تحت بار مایل

معادله عمومی ظرفیت باربری نهایی یک فونداسیون مستطیلی را می توان طوری تعمیم داد که بارهای مایل را نیز شامل شود. در این حالت شکل عمومی این معادله به صورت زیر خواهد بود:

$$q_u = cN_c \lambda_{cs} \lambda_{cd} \lambda_{ci} + qN_q \lambda_{qs} \lambda_{qd} \lambda_{qi} + \frac{1}{2} \gamma BN_\gamma \lambda_{\gamma s} \lambda_{\gamma d} \lambda_{\gamma i} \quad (11-4)$$

پارامترهای این رابطه عبارتند از:

$$N_c, N_q, N_\gamma = \text{ضرایب ظرفیت باربری}$$

$$\lambda_{cs}, \lambda_{qs}, \lambda_{\gamma s} = \text{ضرایب شکل}$$

$$\lambda_{cd}, \lambda_{qd}, \lambda_{\gamma d} = \text{ضرایب عمق}$$

$$\lambda_{ci}, \lambda_{qi}, \lambda_{\gamma i} = \text{ضرایب شیب بار}$$

ماریهوف روابط زیر را برای محاسبه ضرایب شیب بار پیشنهاد نمود:

$$\lambda_{ci} = \lambda_{qi} = \left(1 - \frac{\alpha^\circ}{90^\circ}\right)^2 \quad (12-4)$$

$$\gamma_{\gamma i} = \left(1 - \frac{\alpha^\circ}{\phi^\circ}\right)^2 \quad (13-4)$$

هانسن نیز روابط زیر را برای ضرایب شیب بار پیشنهاد نمود:

$$\lambda_{qi} = \left(1 - \frac{0.5Q_u \sin \alpha}{Q_u \cos \alpha + BLc \cot \phi}\right)^5 \quad (14-4)$$

$$\lambda_{ci} = \lambda_{qi} - \left(\frac{1 - \lambda_{qi}}{N_q - 1}\right) \quad (15-4)$$

$$\lambda_{\gamma i} = \left(1 - \frac{0.7Q_u \sin \alpha}{Q_u \cos \alpha + BLc \cot \phi}\right)^5 \quad (16-4)$$

چنان که در معادلات فوق داریم:

$$\alpha = \text{زاویه بار نسبت به قائم}$$

$$Q_u = \text{بار نهایی روی فونداسیون} = q_u BL$$

$$B = \text{عرض فونداسیون}$$

$$L = \text{طول فونداسیون}$$

بر مبنای نتایج آزمایشات محلی، موهس و وایز<sup>۱</sup> نتیجه گرفتند که نسبت مؤلفه قائم بار نهایی  $Q_{u(v)}$  که زاویه  $\alpha$  با قائم می سازد به بار نهایی  $Q_u$  هنگامی که بارگذاری قائم است (یعنی  $\alpha=0$ ) تقریباً برابر است با  $(1 - \tan \alpha)^2$ .

<sup>1</sup> Mohs and Weiss

$$\frac{Q_{u(v)}}{Q_{u(\alpha=0)}} = (1 - \tan \alpha)^2$$

یا

$$\frac{\frac{Q_{u(v)}}{BL}}{\frac{Q_{u(\alpha=0)}}{BL}} = \frac{q_{u(v)}}{q_{u(\alpha=0)}} = (1 - \tan \alpha)^2 \quad (17-4)$$

دوبرووا<sup>۱</sup> رابطه ای نظری برای ظرفیت باربری نهایی یک فونداسیون نواری با بارگذاری مایل ارائه نمود که به شکل زیر می باشد:

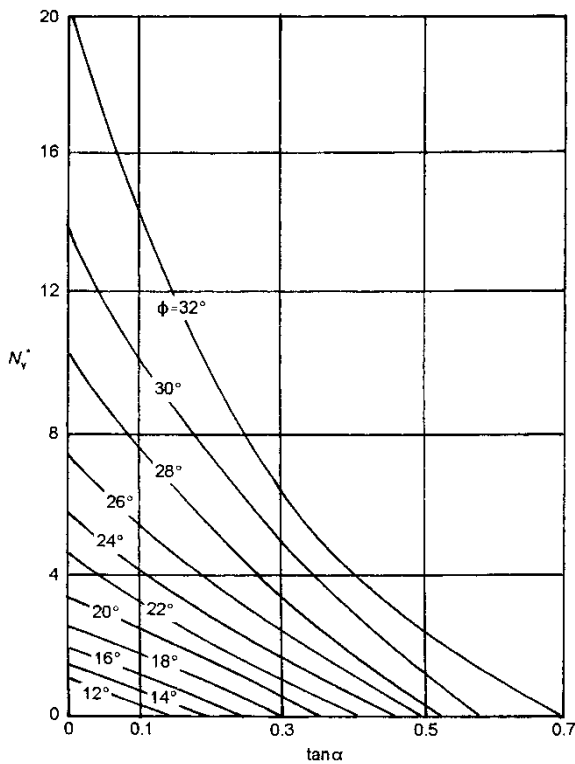
$$q_u = c(N_q^* - 1) \cot \phi + 2q N_q^* + B \gamma N_\gamma^* \quad (18-4)$$

به طوری که ،

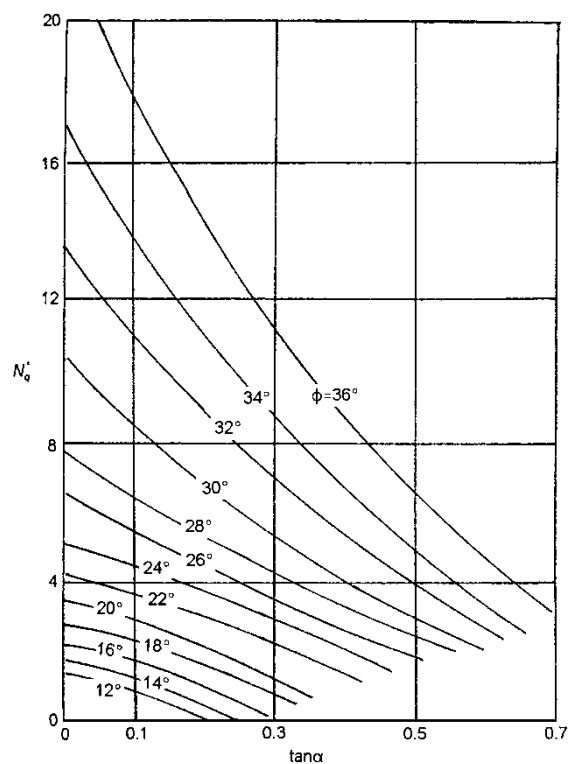
$$N_\gamma^*, N_q^* = \text{ضرایب ظرفیت باربری}$$

$$q = \gamma D_f$$

تغییرات  $N_\gamma^*$  و  $N_q^*$  در شکل های ۴-۵ و ۴-۶ نشان داده شده اند.



شکل ۴-۶ تغییرات  $N_\gamma^*$




شکل ۴-۵ تغییرات  $N_q^*$

<sup>1</sup> Dubrova

**مثال:** 

فونداسیونی نواری را در خاک درشت دانه با پارامترهای زیر در نظر بگیرید.  $D_f = 1.2 \text{ m}$ ،  $B = 1.2 \text{ m}$ ، وزن واحد حجم خاک  $\gamma = 17 \text{ kN/m}^3$ ، زاویه اصطکاک خاک  $\phi = 40^\circ$ ، زاویه بار  $\alpha = 20^\circ$ . ظرفیت باربری نهایی کل،  $q_u$  را با روش مایرهورف بدست آورید.

حل مسأله: 

با استفاده از  $c = 0$  و  $B/L = 0$ ، معادله عمومی ظرفیت باربری به صورت زیر تغییر می نماید.

$$q_u = qN_q \lambda_{qd} \lambda_{qi} + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \lambda_{\gamma d} \lambda_{\gamma i}$$

به ازاء  $\phi = 40^\circ$  با رجوع به جدول ضرایب ظرفیت باربری مایرهورف،  $N_q = 64.2$  و  $N_\gamma = 93.69$  بدست می آید. همچنین:

$$\lambda_{qd} = \lambda_{\gamma d} = 1 + 0.1 \left( \frac{D_f}{B} \right) \tan \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) = 1 + 0.1 \left( \frac{1.2}{1.2} \right) \tan \left( 45 + \frac{40}{2} \right) = 1.214$$

با استفاده از معادلات شیب بار مایرهورف داریم:

$$\lambda_{qi} = \left( 1 - \frac{\alpha}{90} \right)^2 = \left( 1 - \frac{20}{90} \right)^2 = 0.605$$

$$\lambda_{\gamma i} = \left( 1 - \frac{\alpha}{\phi} \right)^2 = \left( 1 - \frac{20}{40} \right)^2 = 0.25$$

بنابراین،

$$q_u = (1.2 \times 17) (64.2) (1.214) (0.65) + \frac{1}{2} (17) (1.2) (93.69) (1.214) (0.25) = 1323.5 \text{ kN/m}^2$$

#### ۴-۴ | فونداسیون تحت بار برون محور

هنگامی که فونداسیونی نواری در معرض یک بار برون محور قرار می گیرد، فرض بر این است که فشار تماسی به صورت خطی از پنجه تا پاشنه تغییر می یابد. البته در بار نهایی، فشار تماسی خطی نیست. در این بخش روابط مختلف تخمین ظرفیت باربری نهایی فونداسیون ها تحت بار برون محور را مورد بررسی قرار می دهیم.

#### الف) روش سطح موثر

مایرهورف سطح مؤثر  $A'$  را به این صورت تعریف نمود: **سطح موثر حداقل سطح تماسی است که مرکز سطح آن با محل اعمال بار منطبق است.**

با توجه به مفهوم سطح موثر، عرض مؤثر  $B'$  را به صورت زیر تعریف می نماییم (شکل ۷-۴):

$$B' = B - 2e$$

(۱۹-۴)

چنان که  $e$  خروج از مرکزیت بار می باشد.



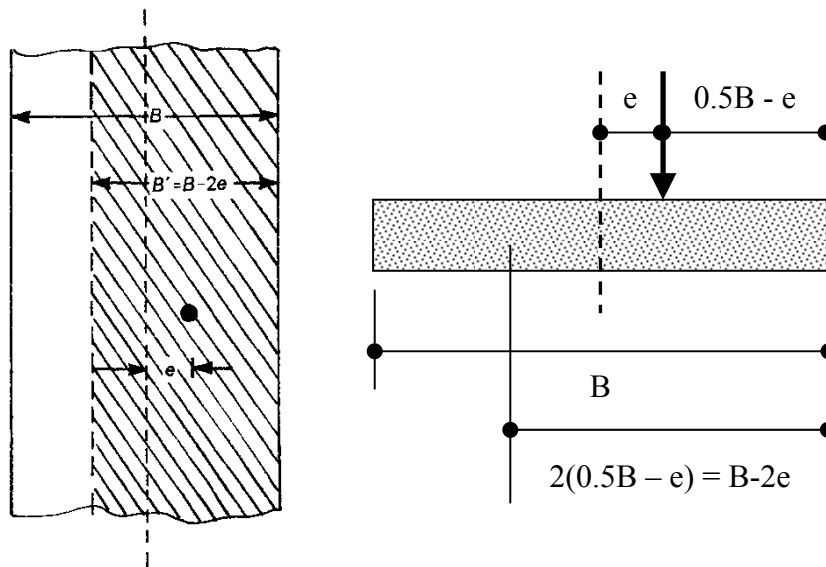
بر طبق این روش، ظرفیت باربری فونداسیون نواری را می توان با این فرض که بار به صورت هم محور بر عرض مؤثر نشان داده شده در شکل ۷-۴ عمل می نماید بدست آورد. بنابراین برای یک فونداسیون نواری با بارگذاری قائم داریم:

$$q_u = cN_c \lambda_{cd} + qN_q \lambda_{qd} + \frac{1}{2} \gamma B' N_\gamma \lambda_{\gamma d} \quad (20-4)$$

توجه شود که ضرایب شکل فونداسیون نواری برابر یک هستند. حال می توان بار نهایی بر واحد طول فونداسیون  $Q_u$  را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$Q_u = q_u A' \quad (21-4)$$

که در رابطه فوق  $A'$  سطح مؤثر بوده و به صورت  $B' \times 1 = B'$  تعریف می شود.



شکل ۷-۴ عرض مؤثر  $B'$

مثال

فونداسیونی نواری با عرض 2m را در نظر بگیرید. اگر  $e = 0.2m$  و عمق فونداسیون  $D_f = 1m$  باشد، بار نهایی بر واحد طول فونداسیون را با استفاده از روش سطح مؤثر بدست آورید. پارامترهای خاک عبارتند از  $\phi = 40^\circ$ ،  $\gamma = 17.5 \text{ kN/m}^3$  و  $c = 0$ . از ضرایب ظرفیت باربری و عمق مایرهورف استفاده نمایید.

حل مسئله:

به ازاء  $c = 0$  با استفاده از معادله داریم:

$$q_u = qN_q \lambda_{qd} + \frac{1}{2} \gamma B' N_\gamma \lambda_{\gamma d}$$

$$B' = B - 2e = 2 - (2)(0.2) = 1.6m$$

با رجوع به جدول ضرایب ظرفیت باربری مایهوف،  $N_q = 64.2$  و  $N_\gamma = 93.69$  بدست می آید. همچنین با توجه به ضرایب عمق مایهوف داریم:

$$\lambda_{qd} = \lambda_{\gamma d} = 1 + 0.1 \left( \frac{D_f}{B} \right) \tan \left( 45 + \frac{\Phi}{2} \right) = 1 + 0.1 \left( \frac{1}{2} \right) \tan \left( 45 + \frac{40}{2} \right) = 1.107$$

$$q_u = (1 \times 17.5) (64.2) (1.107) + \frac{1}{2} (17.5) (1.6) (93.69) (1.107) = 2695.9 \text{ kN/m}^2$$

$$Q_u = (B' \times 1) q_u = (1.6) (2695.9) \approx 4313 \text{ kN/m}$$

### • بار نهایی فونداسیون مستطیلی

روش سطح مؤثر مایهوف که در بخش پیشین به آن پرداختیم را می توان طوری تعمیم داد که بتوان بار نهایی فونداسیون های مستطیلی با خروج از مرکزیت را با استفاده از آن بدست آورد. برای بارگذاری خارج از مرکز فونداسیون های مستطیلی همانطور که قبلاً اشاره شد داریم:

$$e_L = \frac{M_B}{Q} \quad (۲۲-۴)$$

و

$$e_B = \frac{M_L}{Q} \quad (۲۳-۴)$$

به طوری که:

$e_B$  = خروج از مرکزیت (برون محوری) بار در راستای عرض فونداسیون

$e_L$  = خروج از مرکزیت بار در راستای طول فونداسیون

$M_B$  = مؤلفه لنگر حول محور کوتاه تر فونداسیون

$M_L$  = مؤلفه لنگر حول محور بلند تر فونداسیون

مطابق نظر مایهوف ظرفیت باربری نهایی  $q_u$  و بار نهایی  $Q_u$  یک فونداسیون مستطیلی با بارگذاری خارج از مرکز (بار قائم) را می توان به صورت زیر بدست آورد:

$$q_u = cN_c \lambda_{cs} \lambda_{cd} + qN_q \lambda_{qs} \lambda_{qd} + \frac{1}{2} \gamma B' N_\gamma \lambda_{\gamma s} \lambda_{\gamma d} \quad (۲۴-۴)$$

و

$$Q_u = (q_u) A'$$

به طوری که،

$$B'L' = A' = \text{سطح مؤثر}$$

$$B' = \text{عرض مؤثر}$$

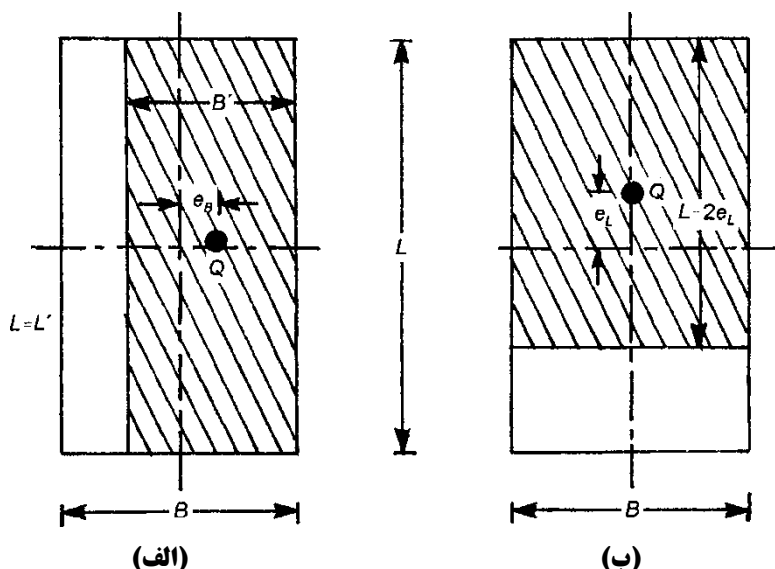
$$L' = \text{طول مؤثر}$$

توجه شود که در این روش برای محاسبه ضرایب شکل از ابعاد مؤثر و برای محاسبه ضرایب عمق از ابعاد اصلی استفاده می نماییم.

### • خروج از مرکزیت تک محوره

برای خروج از مرکزیت تک محوره یعنی اگر  $e_L = 0$  (شکل ۴-۸-الف)، آنگاه داریم:

$$B' = B - 2e_B; L' = L; A' = B'L \quad (۲۵-۴)$$



شکل ۴-۸ خروج از مرکزیت تک محوره فونداسیون

البته اگر  $e_B = 0$  باشد (شکل ۴-۸-ب)، آنگاه  $L - 2e_L$  را محاسبه می نماییم. بدین ترتیب سطح مؤثر برابر خواهد بود با:

$$A' = B(L - 2e_L) \quad (۲۶-۴)$$

عرض مؤثر  $B'$ ، مقدار کوچکتر از بین  $B$  یا  $L - 2e_L$  خواهد بود.

### • خروج از مرکزیت دو محوره

برای خروج از مرکزیت دو محوره به دو طریق می توان عمل نمود:

۱. استفاده از ابعاد اصلاح شده در رابطه پایه توان باربری.

در این حالت با محاسبه ابعاد مؤثر و با استفاده از رابطه پایه توان باربری به صورت زیر ظرفیت باربری را محاسبه می نماییم:

$$q_u = cN_c \lambda_{cs} \lambda_{cd} + qN_q \lambda_{qs} \lambda_{qd} + \frac{1}{2} \gamma B' N_\gamma \lambda_{\gamma s} \lambda_{\gamma d}$$

$$B' = \min(B - 2e_B, L - 2e_L)$$

$$\Rightarrow Q_u = q_u \times A' = q_u \times B' \times L'$$

۲. استفاده از نمودارهای هایترو و آندرس.

در این حالت ابعاد مؤثر  $B'$  و  $L'$  را از طریق نمودارهای ارائه شده توسط هایترو و آندرس بدست می آوریم. چنانکه این

محققین بیان نموده اند برای فونداسیون مستطیلی با خروج از مرکزیت دو محوره چهار حالت می تواند رخ دهد:

◀ **حالت ۱** ( $e_B/B \geq 1/6$  و  $e_L/L \geq 1/6$ )

این حالت در شکل ۹-۴ نشان داده شده است. برای این حالت:

$$B_1 = B \left( 1.5 - \frac{3e_B}{B} \right) \quad (27-4)$$

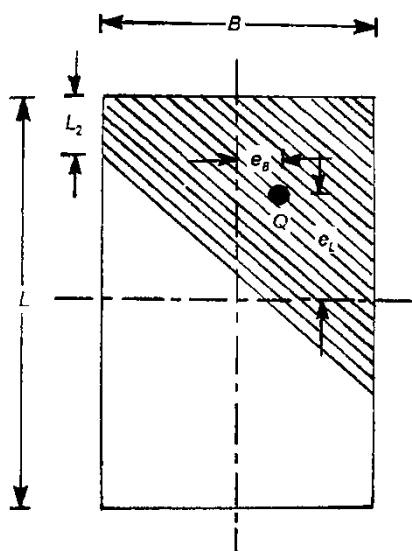
و

$$L_1 = L \left( 1.5 - \frac{3e_L}{L} \right) \quad (28-4)$$

بنابراین سطح مؤثر برابر است با:

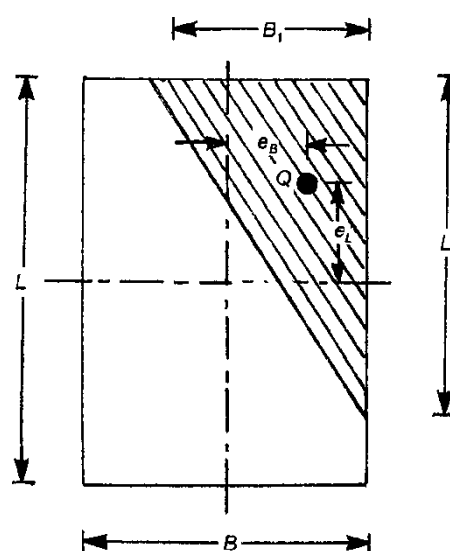
$$A' = \frac{1}{2} B_1 L_1 \quad (29-4)$$

عرض مؤثر  $B'$  برابر است با مقدار کوچکتر  $B_1$  یا  $L_1$ ، به عبارت دیگر  $B' = \min(B_1, L_1)$ .



شکل ۱۰-۴ سطح مؤثر در حالت

$$0 < e_B/B < 1/6 \text{ و } e_L/L < 0.5$$



شکل ۹-۴ سطح مؤثر در حالت

$$e_B/B \geq 1/6 \text{ و } e_L/L \geq 1/6$$

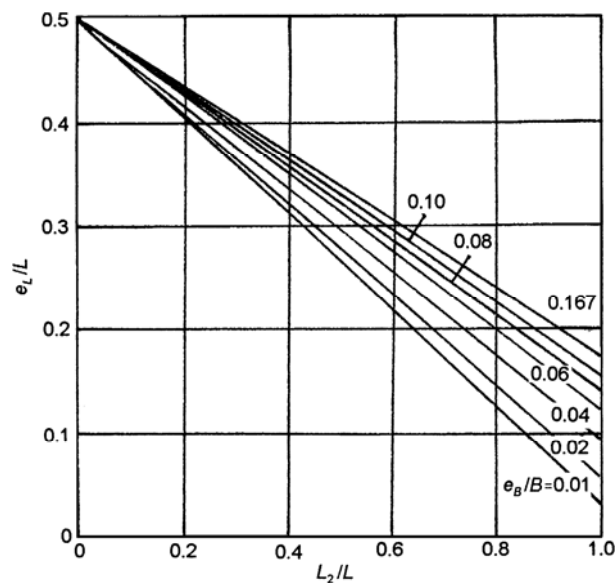
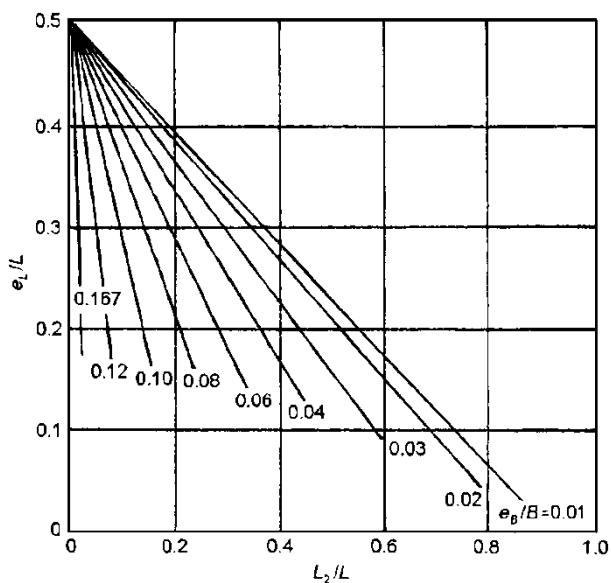
◀ **حالت ۲** ( $0 < e_B/B < 1/6$  و  $e_L/L < 0.5$ )

این حالت در شکل ۱۰-۴ نشان داده شده است با مشخص بودن مقادیر  $e_B/B$  و  $e_L/L$ ، مقادیر  $L_1/L$  و  $L_2/L$  (و بنابراین  $L_1$  و  $L_2$ ) را می توان از طریق شکل های ۱۱-۴ و ۱۲-۴ بدست آورد. سطح مؤثر به صورت زیر بدست می آید:

$$A' = \frac{1}{2} (L_1 + L_2) B \quad (30-4)$$

طول مؤثر  $L'$  مقدار بزرگتر از بین  $L_1$  یا  $L_2$  خواهد بود. عرض مؤثر برابر است با:

$$B' = \frac{A'}{L'} \quad (31-4)$$



شکل ۴-۱۱ دیاگرام  $e_L/L$  در برابر  $L_1/L$  برای  $e_L/L < 0.5$  و شکل ۴-۱۲ دیاگرام  $e_L/L$  در برابر  $L_2/L$  برای  $e_L/L < 0.5$  و  $0 < e_B/B < 1/6$

حالت ۳  $(0 < e_B/B < 0.5 \text{ و } e_L/L < 1/6)$

حالت مورد بررسی در شکل ۴-۱۳ نشان داده شده است. با مشخص بودن مقادیر  $e_L/L$  و  $e_B/B$  مقادیر  $B_1$  و  $B_2$  را می توان از طریق اشکال ۴-۱۴ و ۴-۱۵ بدست آورد. بنابراین سطح مؤثر را می توان به صورت زیر بدست آورد:

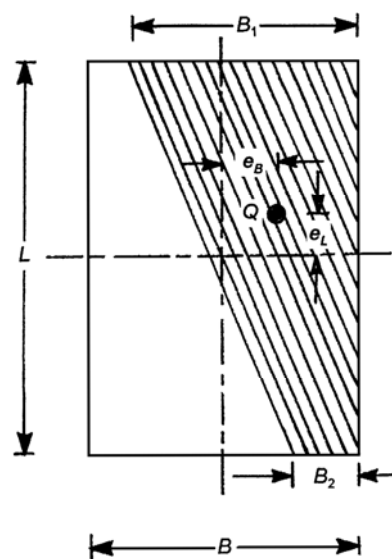
$$A' = \frac{1}{2}(B_1 + B_2)L \quad (32-3)$$

در این حالت طول مؤثر برابر است با:

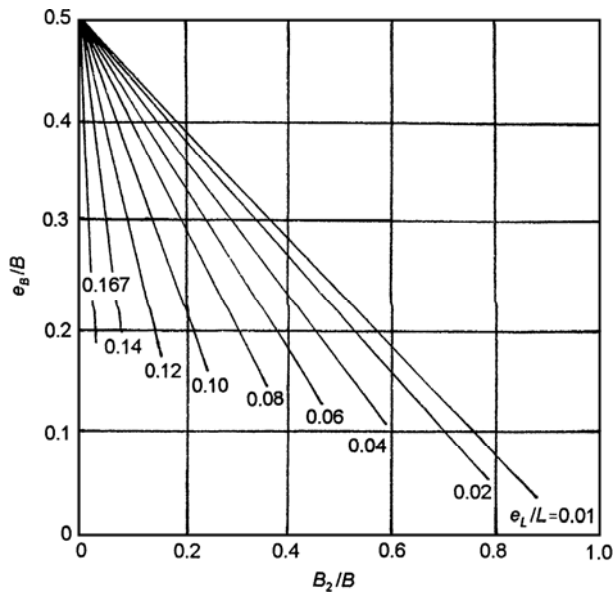
$$L' = L \quad (32-4)$$

عرض مؤثر را به صورت زیر می توان بدست آورد:

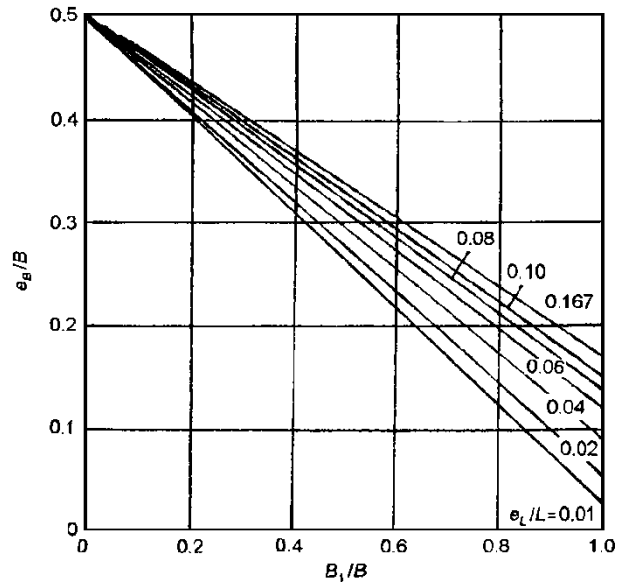
$$B' = \frac{A'}{L} \quad (33-4)$$



شکل ۴-۱۳ سطح مؤثر برای حالت  $e_L/L < 1/6$  و  $0 < e_B/B < 0.5$



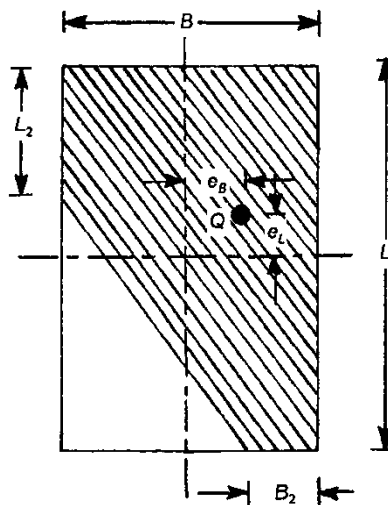
شکل ۴-۱۵ دیاگرام  $e_B/B$  در برابر  $B_2/B$  برای  $0 < e_B/B < 0.5$  و  $e_L/L < 1/6$



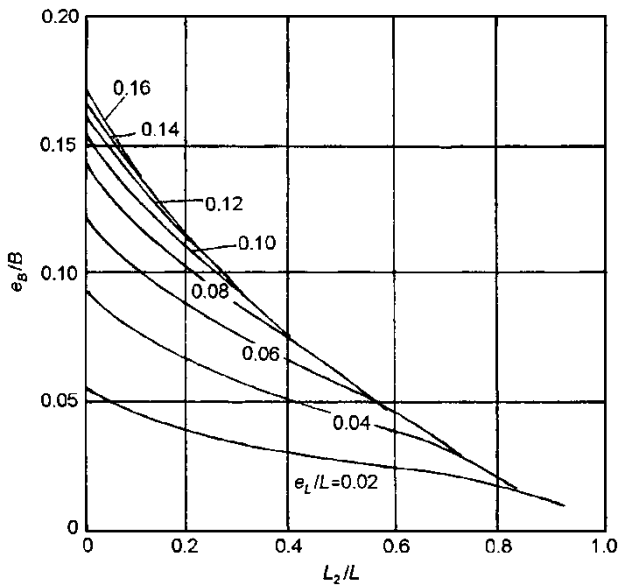
شکل ۴-۱۴ دیاگرام  $e_B/B$  در برابر  $B_1/B$  برای  $0 < e_B/B < 0.5$  و  $e_L/L < 1/6$

حالت ۴  $(e_B/B < 1/6$  و  $e_L/L < 1/6)$

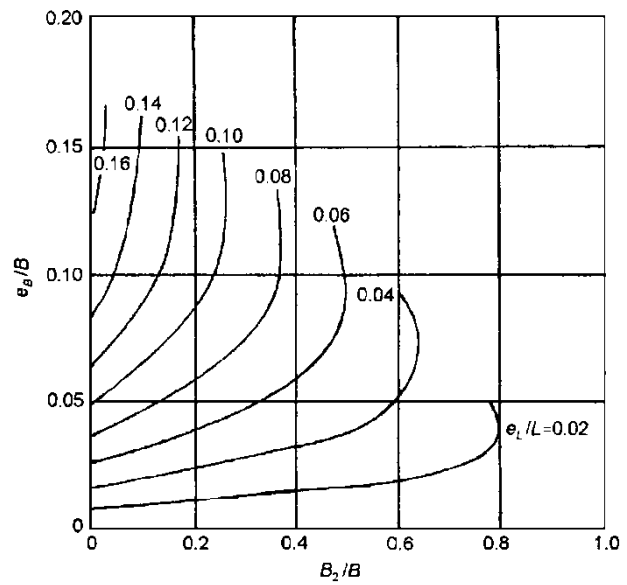
سطح بارگذاری خارج از مرکز فونداسیون در این حالت در شکل ۴-۱۶ نشان داده شده است. در این حالت، منحنی های  $e_L/L$  در شکل ۴-۱۷ مقادیر  $B_2/B$  را در روی محور طول بدست می دهند. به طور مشابه در شکل ۴-۱۸ خانواده منحنی های  $e_L/L$  که شیب رو به پایین دارند، مقادیر  $L_2/L$  را در روی محور طول بدست می دهند. با مشخص بودن  $B_2$  و  $L_2$ ، سطح مؤثر  $A'$  را می توان محاسبه نمود. در این حالت  $L' = L$  و  $B' = A'/L'$ .



شکل ۴-۱۶ سطح مؤثر برای حالت  $e_B/B < 1/6$  و  $e_L/L < 1/6$



شکل ۴-۱۸ دیاگرام  $e_B/B$  در برابر  $L_2/L$  برای حالت  $e_B/B < 1/6$  و  $e_L/L < 1/6$



شکل ۴-۱۷ دیاگرام  $e_B/B$  در برابر  $B_2/B$  برای حالت  $e_B/B < 1/6$  و  $e_L/L < 1/6$

### ◀ (ب) روش ضریب کاهش

ضریب کاهش به صورت زیر تعریف می شود:

$$R_k = 1 - \frac{q_u(\text{eccentric})}{q_u(\text{centric})} \quad (۴-۳۴)$$

به طوری که،

$$R_k = \text{ضریب کاهش}$$

$q_u(\text{eccentric})$  = ظرفیت باربری نهایی فونداسیون نواری با بارگذاری خارج از مرکز

$q_u(\text{centric})$  = ظرفیت باربری نهایی فونداسیون نواری بدون خروج از مرکزیت

پورکایاستا و چار<sup>۱</sup> با استفاده از روش قطعات پیشنهاد شده توسط جانبو پایداری یک فونداسیون نواری با بارگذاری برون محور را مطالعه نموده و رابطه ضریب کاهش را به صورت زیر پیشنهاد نمودند:

$$R_k = \alpha \left( \frac{e}{B} \right)^k \quad (۴-۳۵)$$

به طوری که  $\alpha$  و  $k$  تابعی از نسبت عمق مدفون  $D_f/B$  (جدول ۴-۱) می باشند.

جدول ۴-۱ تغییرات  $\alpha$  و  $k$  [معادله (۳-۳۱)]

$D_f/B$	$\alpha$	$k$
0	1.862	0.73
0.25	1.811	0.785
0.5	1.754	0.8
1.0	1.820	0.888

<sup>1</sup> Purkayastha and Char

بنابراین با ترکیب معادلات (۳۴-۴) و (۳۵-۴) نتیجه می شود:

$$q_{u(\text{eccentric})} = q_{u(\text{centric})}(1 - R_k) = q_{u(\text{centric})} \left[ 1 - a \left( \frac{e}{B} \right)^k \right] \quad (۳۶-۴)$$

به طوری که ،

$$q_{u(\text{centric})} = cN_c \lambda_{dc} + qN_q \lambda_{dq} + \frac{1}{2} \gamma BN_\gamma \lambda_{\gamma d} \quad (۳۷-۴)$$

برای فونداسیون مستطیلی با خروج از مرکزیت یک یا دوطرفه می توان از ضرایب کاهش زیر استفاده نمود:

- خاک چسبنده:

$$R_k = \frac{2e}{B} \quad (۳۸-۴)$$

- در خاک های دانه ای:

$$R_k = \sqrt{\frac{e}{B}} \quad (۳۹-۴)$$

دقت شود که ضرایب فوق تنها برای  $0 < \frac{e}{B} < 0.3$  کاربرد دارند. چنانچه خروج از مرکزیت تک محوره باشد داریم:

$$q_{u(\text{eccentric})} = q_{u(\text{centric})}(1 - R_k) \quad (۴۰-۴)$$

اما اگر در هر دو جهت طولی و عرضی خروج از مرکزیت داشته باشیم، ضرایب کاهش را همزمان به صورت زیر به کار می بریم:

$$q_{u(\text{eccentric})} = q_{u(\text{centric})}(1 - R_{kx})(1 - R_{ky}) \quad (۴۱-۴)$$

چنانکه:

$R_{kx}$  = ضریب کاهش طولی (خروج از مرکزیت در راستای طولی، به عبارت دیگر لنگر حول محور کوتاه تر)


$R_{ky}$  = ضریب کاهش عرضی (خروج از مرکزیت در راستای عرضی، به عبارت دیگر لنگر حول محور بلند تر)

به طور مثال برای یک فونداسیون مستطیلی در روی خاک دانه ای با خروج از مرکزیت دو طرفه داریم:

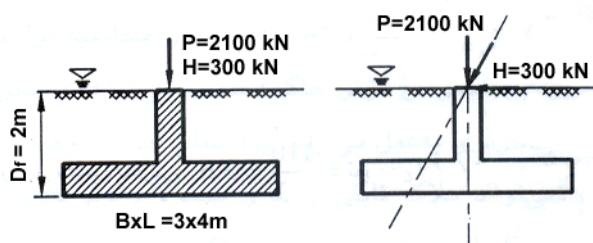
$$q_{u(\text{eccentric})} = q_{u(\text{centric})}(1 - R_{kx})(1 - R_{ky}) = q_{u(\text{centric})} \left( 1 - \sqrt{\frac{e_B}{B}} \right) \left( 1 - \sqrt{\frac{e_L}{L}} \right)$$

توجه شود که در روش ضریب کاهش، برای محاسبه  $q_{u(\text{centric})}$  از روش مایر هوف استفاده شود.



مثال: 

برای فونداسیون نشان داده شده در شکل زیر مطلوب است محاسبه ضریب اطمینان در مقابل گسیختگی ظرفیت باربری با استفاده از نظریه ظرفیت باربری مایر هوف.



$$P = 2100\text{kN}, H = 300\text{kN}, D_f = 2\text{m}, B \times L = 3 \times 4\text{m}$$

$$\gamma_{\text{sat}} = 18.5\text{kN/m}^3, \phi = 34^\circ$$

خاک ماسه ای

حل:

$$M = 300 \times 2 = 600\text{kN} \cdot \text{m}$$

$$Q = 2100\text{kN}$$

$$W_{s+f} = 3 \times 4 \times 20 \times 2 = 480\text{kN}$$

در رابطه فوق وزن فونداسیون بعلاوه خاک روی آن با در نظر گرفتن وزن مخصوص  $20\text{kN/m}^3$  برای مجموع آن ها به طور تقریبی محاسبه شده است.

$$e = \frac{M}{Q + W_{s+f}} = \frac{600}{2100 + 480} = 0.23\text{m} \rightarrow B' = 3 - 2 \times 0.23 = 2.54\text{m}$$

$$i = \arctan\left(\frac{300}{2100 + 480}\right) = 6.63^\circ$$

$$\lambda_{qs} = \lambda_{\gamma s} = 1 + 0.1 \frac{B'}{L} \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right) = 1 + 0.1 \frac{2.54}{4} \tan^2\left(45 + \frac{34}{2}\right) = 1.2246$$

$$\lambda_{qd} = \lambda_{\gamma d} = 1 + 0.1 \left[\frac{B}{L}\right] \tan\left(45 + \frac{\phi}{2}\right) = 1 + 0.1 \left[\frac{3}{4}\right] \tan\left(45 + \frac{34}{2}\right) = 1.141$$

توجه شود که برای محاسبه ضرایب شکل از ابعاد موثر و برای محاسبه ضرایب عمق از ابعاد اصلی استفاده شده است.

$$\lambda_{ci} = \lambda_{qi} = \left(1 - \frac{\alpha}{90}\right)^2 = \left(1 - \frac{6.63}{90}\right)^2 = 0.86$$


$$\lambda_{\gamma i} = \left(1 - \frac{\alpha}{\phi}\right)^2 = \left(1 - \frac{6.63}{34}\right)^2 = 0.65$$

$$q_u = qN_q \lambda_{qs} \lambda_{qd} \lambda_{qi} + 0.5 \gamma B' N_\gamma \lambda_{\gamma s} \lambda_{\gamma d} \lambda_{\gamma i}$$

$$q_u = 2(18.5 - 9.81) \times 29.44 \times 1.2246 \times 1.141 \times 0.86 + 0.5(18.5 - 9.81) \times 2.54 \times 31.15 \times 1.2246 \times 1.141 \times 0.65$$

$$= 931\text{kN/m}^2$$

$$Q_{ult} = q_{ult} \times B' \times L = 931 \times 2.54 \times 4 = 9459\text{kN} \rightarrow FS = \frac{Q_{ult}}{Q} = \frac{9459}{2100} = 4.5$$

**مثال:** 

فونداسیونی مستطیلی به ابعاد  $2.5m \times 4m$  در روی خاکی دانه ای با زاویه اصطکاک  $\phi = 28^\circ$  در عمق  $D_f = 0.8m$  نسبت به سطح زمین قرار گرفته است. بار نهایی را در حالت های زیر با استفاده از نظریه ظرفیت باربری مایهوف محاسبه نمایید.  $\gamma = 17kN/m^3$

- (الف) بار بر مرکز سطح فونداسیون اعمال می شود.
- (ب) بار با خروج از مرکزیت  $0.5m$  نسبت به محور بلند فونداسیون اعمال می شود.
- (ج) بار با خروج از مرکزیت  $1m$  نسبت به محور کوتاه فونداسیون اعمال می شود.

حل (الف)

$$\phi = 28^\circ \rightarrow \begin{cases} N_q = 14.72 \\ N_\gamma = 11.19 \end{cases}$$

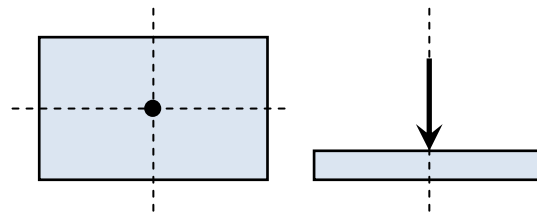
$$\lambda_{qs} = \lambda_{\gamma s} = 1 + 0.1 \left(\frac{B}{L}\right) \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2}\right)$$

$$\lambda_{qd} = \lambda_{\gamma d} = 1 + 0.1 \left(\frac{D_f}{B}\right) \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2}\right)$$

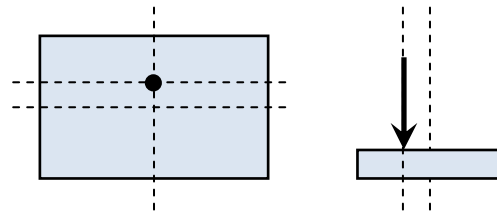
$$q_u = \gamma D_f N_q \lambda_{qs} \lambda_{qd} + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \lambda_{\gamma s} \lambda_{\gamma d}$$

$$\rightarrow q_u = 0.8 \times 17 \times 14.72 \times 1.173 \times 1.053 + \frac{1}{2} \times 17 \times 2.5 \times 11.19 \times 1.173 \times 1.053 = 541kN/m^2$$

$$\rightarrow Q_u = 541 \times 2.5 \times 4 = 5410kN$$



حل (ب)



$$B' = B - 2e = 2.5 - 2 \times 0.5 = 1.5m$$

$$L = 4m$$

بنابراین ابعاد جدید یا همان سطح موثر فونداسیون برابر خواهد بود با:  $1.5m \times 4m$

ضرایب شکل را با استفاده از ابعاد سطح موثر بدست می آوریم:

$$\lambda_{qs} = \lambda_{\gamma s} = 1 + 0.1 \left(\frac{1.5}{4}\right) \tan^2 \left(45 + \frac{28}{2}\right) = 1.1$$

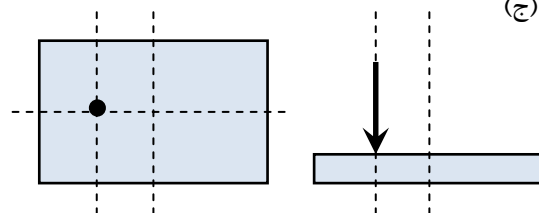
ضرایب عمق را با استفاده از ابعاد اصلی بدست می آوریم:

$$\lambda_{qd} = \lambda_{\gamma d} = 1 + 0.1 \left(\frac{0.8}{2.5}\right) \tan^2 \left(45 + \frac{28}{2}\right) = 1.053$$

$$\rightarrow q_u = 0.8 \times 17 \times 14.72 \times 1.1 \times 1.053 + \frac{1}{2} \times 17 \times 1.5 \times 11.19 \times 1.1 \times 1.053 = 397.14kN/m^2$$

$$\rightarrow Q_u = 397.14 \times 1.5 \times 4 = 2382.84kN$$

حل (ج)



$$B = 2.5m$$

$$L' = 4 - 2 \times 1 = 2 \text{ مقدار کوچکتر}$$


$$\text{ابعاد اصلاح شده} \Rightarrow \begin{cases} B = 2 \\ L = 2.5 \end{cases}$$

$$\lambda_{qs} = \lambda_{ys} = 1 + 0.1 \left( \frac{2}{2.5} \right) \tan^2 \left( 45 + \frac{28}{2} \right) = 1.221$$

$$\lambda_{qd} = \lambda_{yd} = 1 + 0.1 \left( \frac{0.8}{2.5} \right) \tan^2 \left( 45 + \frac{28}{2} \right) = 1.053$$

$$\rightarrow q_u = 0.8 \times 17 \times 14.72 \times 1.221 \times 1.053 + \frac{1}{2} \times 17 \times 2 \times 11.19 \times 1.221 \times 1.053 = 501.97 \text{ kN/m}^2$$

$$\rightarrow Q_u = 501.97 \times 2.5 \times 2 = 2509.85 \text{ kN}$$

**مثال:** 

در مسئله قبل، قسمت (ب) و (ج) را با استفاده از روش ضریب کاهش حل نمایید.  
با توجه به قسمت (الف):

$$q = 541 \text{ kN/m}$$

(ب) با توجه به اینکه خاک دانه ای است داریم:

$$R_k = \sqrt{e/B} = \sqrt{0.5/2.5} = .447$$

$$\rightarrow q_u = (1 - 0.447) \times 541 = 299 \text{ kN/m}^2 \rightarrow Q_u = 299 \times 2.5 \times 4 = 2990 \text{ kN}$$

که در مسئله قبل 2382.84kN بدست آمد

(ب)

$$R_k = \sqrt{1/4} = 0.5$$

$$\rightarrow q_u = (1 - 0.5) \times 541 = 270.5 \text{ kN/m}^2 \rightarrow Q_u = 270.5 \times 2.5 \times 4 = 2750 \text{ kN}$$

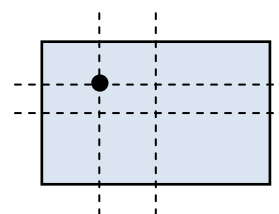
که در مسئله قبل 2509.85kN بدست آمد.

مثال: در صورتی که در مسئله قبل خروج از مرکزیت های (ب) و (ج) همزمان رخ دهند، بار مجاز فونداسیون را با فرض ضریب اطمینان  $FS = 4$  محاسبه نمایید.

$$\frac{e_B}{B} = \frac{0.5}{2.5} = 0.2 > 0.167$$

$$\frac{e_L}{L} = \frac{1}{4} = 0.25 > 0.167$$

بنابراین حالت یک رخ می دهد



$$B_1 = B \left( 1.5 - \frac{3e_B}{B} \right) = 2.5 \left( 1.5 - \frac{3 \times 0.5}{2.5} \right) = 2.25$$

$$L_1 = L \left( 1.5 - \frac{3e_L}{L} \right) = 4 \left( 1.5 - \frac{3 \times 1}{4} \right) = 3$$

$$A' = \frac{1}{2} B_1 L_1 = \frac{1}{2} \times 2.25 \times 3 = 3.375 \text{ m}^2$$

$$\lambda_{qs} = \lambda_{ys} = 1 + 0.1 \left( \frac{2.25}{3} \right) \tan^2 \left( 45 + \frac{28}{2} \right) = 1.2$$

$$\lambda_{qd} = \lambda_{yd} = 1 + 0.1 \left( \frac{0.8}{2.5} \right) \tan^2 \left( 45 + \frac{28}{2} \right) = 1.053$$

$$\rightarrow q_u = 0.8 \times 17 \times 14.72 \times 1.2 \times 1.053 + \frac{1}{2} \times 17 \times 2.25 \times 11.19 \times 1.2 \times 1.053 = 523 \text{ kN/m}^2$$

$$\rightarrow Q_u = 523 \times 3.375 = 1766 \text{ kN}$$

مثال:



فونداسیونی مستطیلی به طول 3m و عرض 2m و عمق استقرار  $D_f = 0.5\text{m}$  نسبت به سطح زمین قرار گرفته است. چنانچه  $e_L = 0.2\text{m}$  و  $e_B = 0.5\text{m}$  باشد بار نهایی قابل تحمل توسط این فونداسیون را محاسبه نمایید.

$$c = 0, \gamma = 18 \text{ kN/m}^3, \phi = 32^\circ$$

$$e_B / B = 0.5 / 2 = 0.25 \rightarrow 0 < e_B / B < 0.5$$

$$e_L / L = 0.2 / 3 = 0.067 \rightarrow e_L / L < 1/6$$

بنابراین حالت ۳ رخ می دهد. با رجوع به شکل ۴-۱۴ و ۴-۱۵ داریم:

$$B_1 / B = 0.7 \rightarrow B_1 = 0.7 \times 2 = 1.4\text{m}$$

$$B_2 / B = 0.3 \rightarrow B_2 = 0.3 \times 2 = 0.6\text{m}$$

با توجه به روابط مربوط به حالت ۳ داریم:

$$L' = L = 3\text{m} \rightarrow A' = \frac{1}{2} [1.4 + 0.6] \times 3 = 3\text{m}^2$$

$$B' = \frac{A'}{L'} = \frac{3}{3} = 1\text{m}$$

حال می توان با استفاده از ابعاد اصلاح شده یا همان ابعاد موثر ظرفیت باربری را محاسبه نمود.

$$\phi = 32^\circ \rightarrow \begin{cases} N_q = 23.18 \\ N_\gamma = 22.02 \end{cases}$$

$$\lambda_{qs} = \lambda_{\gamma s} = 1 + 0.1 \left( \frac{1}{3} \right) \tan^2 \left( 45 + \frac{32}{2} \right) = 1.108$$

$$\lambda_{qd} = \lambda_{\gamma d} = 1 + 0.1 \left( \frac{0.5}{2} \right) \tan^2 \left( 45 + \frac{32}{2} \right) = 1.045$$

$$\rightarrow q_u = 0.5 \times 18 \times 23.18 \times 1.108 \times 1.045 + \frac{1}{2} \times 18 \times 1 \times 22.02 \times 1.108 \times 1.045 = 471 \text{ kN/m}^2$$

$$\rightarrow Q_u = 471 \times 3 = 1413 \text{ kN}$$



۱. فونداسیون های سطحی، ظرفیت باربری و نشست، تالیف: براجا ام. داس، ترجمه: عبدالمتمین ستایش.
۲. مهندسی پی، طراحی و اجرا، تالیف: دکتر ابوالفضل اسلامی، چاپ اول ۱۳۸۵.
۳. اصول مهندسی ژئوتکنیک، جلد دوم: مهندسی پی، مولف: براجا ام. داس، ترجمه: شاپور طاحونی، چاپ هفتم.

