به نام خدا

گروه مهندسیME2CH

رمز گذاشته شده

برای فایلهای رمزدار

WWW.ME2CH.COM

منبع این کتاب:

WWW.ME2CH.ROZBLOG.COM

& @ME2CH

تحلیل سازه‌های یک

پایداری و ناپایداری:

معینی و نامعینی:

یادآوری: به سازه‌هایی معین استاتیکی می‌گوئیم که بتوان با نوشتن معادلات تعادل نیروها و لنگرها تمامی مجهولات آنها را به دست آورد و در هر نقطه دلخواه از سازه بتوان نیروهای محوری، برش و لنگر خمشی و پیچشی را به دست آورد. سازه‌هایی که در آنها تعداد مجهولات بیش از معادلات باشد، به لحاظ استاتیکی نامعینی تلقی می‌شوند.

– به سازه‌هایی که در آنها معادلات تعادل در هر نقطه از سازه ارضا شود، پایدار و در غیر این صورت ناپایدار می‌گوئیم.

– روش‌های به دست آوردن درجه نامعین سازه‌ها:

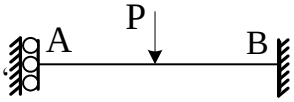
روش عمومی $1)\ n = ۳m + r - (۳j + c)$

m: تعداد اعضا k: تعداد فضاهای بسته r: تعداد قیدهای تکیه گاهی j: تعداد گره‌ها c: تعداد معادلات شرط

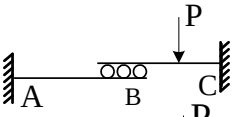
روش فضاهای بسته $2)\ n = ۳k + r - (c + ۳)$

k: تعداد فضاهای بسته r: تعداد قیدهای تکیه گاهی c: تعداد معادلات شرط

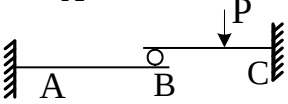
– معادلات شرط: گاهی اوقات در بعضی نقاط سازه، شرایطی حاکم است که وضعیت برخی مجهولات در آن نقطه مشخص است. به تعداد این شرایط از تعداد مجهولات (و در نتیجه از درجه نامعینی سازه) کاسته می‌شود. مثلاً:

در سازهٔ 

، داریم $C = ۱$ زیرا در نقطه A برش قائم صفر است.

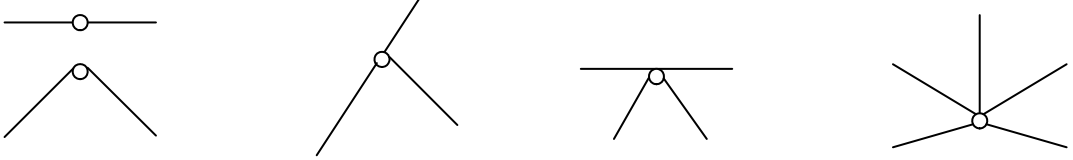
یا در سازهٔ 

، داریم $C = ۱$ زیرا در نقطه B نیروی محوری افقی سازه صفر است.

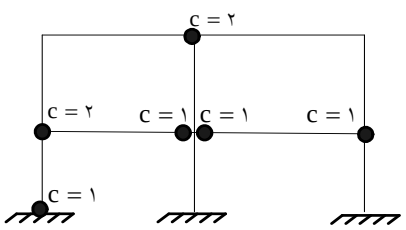
یا در سازهٔ 

، داریم $C = ۲$ زیرا در نقطهٔ B، نیروی محوری افقی و لنگر خمش از طرف چپ سازه به طرف راست (و بالعکس) منتقل نمی‌شود.

نکته: وجود مفاصل در اعتضای سازه باعث صفر شدن لنگر خمش در آن نقطه می‌شود (مفاصل نیروی محوری و برش را انتقال می‌دهند) اشکال زیر را برای به دست آوردن C در مفاصل به یاد داشته باشید:



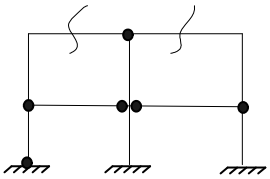
مثال: درجات نامعینی سازه مقابل را به دست آورید:



1) روش عمومی $n = 3m + r - (3j + c) = 10$, $r = 9$, $j = 9$, $c = 8 \Rightarrow n = 3\times10 + 9 - (3\times9 + 8) = 4$

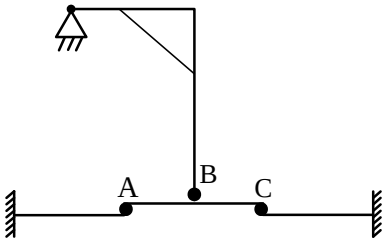
2) روش فضاهای بسته: $n = 3k + r - (c + 3)$

نکته: k در فرمول بالا تعداد فضاهای بسته است که معادل حداقل مقاطعی است که یک فضای بسته را به یک فضای باز تبدیل کند.



در سازه روبرو داریم: $k = 2$, $r = 9$, $c = 8 \Rightarrow n = 3\times2 + 9 - (8 + 3) = 4$

مثال (کنکور ارشد ۸۳): درجه نامعینی سازهٔ روبرو را تعیین کنید.

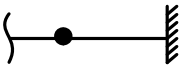


۱) ۳ ۲) ٤

۳) ٥ ٤) ٦

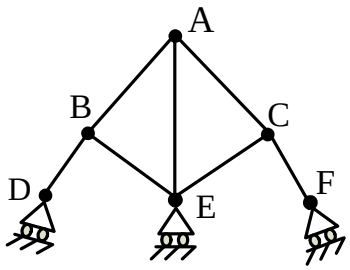
حل ابتدا معادلات شرط: در A: نیروی محوری و لنگر خمشی صفر است. ← $c = 2$

– در B: ← $c = 1$

– در C: فقط لنگر خمشی صفر است (و عملاً فرقی با حالت  ندارد) ← $c = 1$

از روش فضاهای بسته داریم: $n = 3k + r - (3 + c) \Rightarrow n = 3\times1 + 8 - (3 + 1 + 1 + 2) = 4$

گزینه ۲ درست است.



– در تعیین پایداری و ناپایداری سازه‌ها باید دقت نمود:

– اگر عکس‌العمل‌های یک سازه موازی باشند، سازه ناپایدار است.

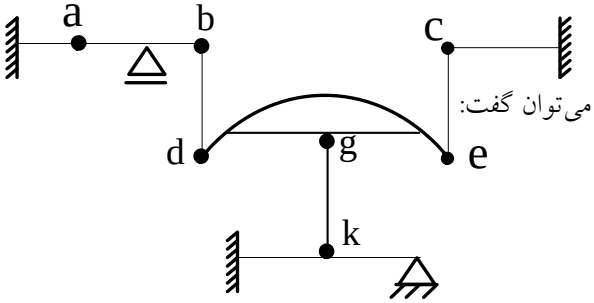
– اگر عکس‌العمل‌های یک در یک نقطه متقارب باشند، سازه ناپایدار است.

– اگر درجه نامعینی یک سازه (n) منفی شود، سازه ناپایدار است.

مثال: درجه نامعینی سازه مقابل را تعیین نمائید:

حل با کمی دقت متوجه می‌شویم که تکیه‌گاه‌های F,D,E یک عکس‌العمل دارند که هر ۳ از نقطه A می‌گذرند. پس با توجه به نکته بالا، سازه ناپایدار است و اصلاً معینی و نامعینی در مورد آن صدق نمی‌کند.

مثال (کنکور ارشد ۸۳): در مورد پایداری و معین بودن سازه شکل زیر می‌توان گفت:



(e, d, c, b, a: مفصل کامل و g, k: نیم مفصل هستند.

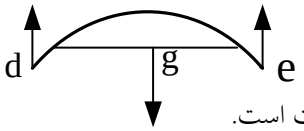
۱– سازه ناپایدار است

۲– سازه معین است

۳– سازه ۲ درجه نامعین است

٤– سازه ٥ درجه نامعین است

حل قسمت کمانی سازه را جدا می‌کنیم. ملاحظه می‌شود که این قسمت از سازه فقط

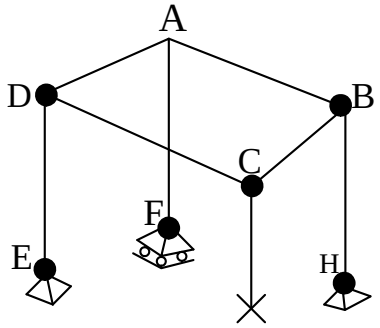


با ۳ قید قائم به بقیه سازه متصل شده است. در نتیجه در برابر نیروی افقی ناپایدار است. پس گزینه ۱ درست است.

- سازه‌های فضایی:

تاکنون بحث‌ها راجع به سازه‌های دو بعدی (صفحه‌ای) بود. در مورد سازه‌های فضایی داریم: $n=(۶m+r)-(۶j+c)$

ملاحظه می‌شود که در فضا، تعداد معادلاتی که برای هر عضو و هر گره می‌توان نوشت، ٦ تاست. به همین دلیل است که ضریب m و j در این حالت ٦ است. (در حالت صفحه‌ای ضرایب m و j، ٣ بود). نکته مهم این است که در سازه‌های فضایی اگر m عضو به هم مفصل شده باشند، داریم: $c=۳(m-۱)$ ولی باید به ازای هر عضو دو سر مفصل، یک واحد از c کم شود.



مثال: درجه نامعینی قاب مقابل چقدر است؟

حل $m=۸$, $J=۸$

$$\left.\begin{matrix}R_E=۳ & R_F=۱\\ R_G=۶ & R_H=۳\end{matrix}\right\}\Rightarrow r=۱۳ \qquad C_B=C_C=C_D=۳(۳-۱)=۶$$

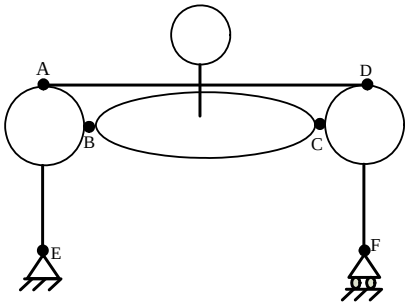
از این تعداد باید ٤ واحد کم کرد (به خاطر اعضای دو سر مفصل BC, DC, DE, BH)

$$\Rightarrow C=۳\times۶-۴=۱۴\Rightarrow n=(۶\times۸+۱۳)-(۶\times۸+۱۴)=۱$$

مثال درجه نامعینی سازه مقابل کدام است؟

– در این گونه سازه‌ها بهترین روش، روش فضاهای بسته است.

در این سازه فضاهای بسته، ٦ تاست. $r=۲+۱=۳$, $k=۶$

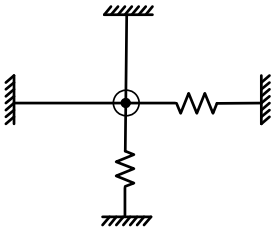


$$\left.\begin{matrix}c_A=c_D=۳-۱=۲\\ c_B=c_C=۱\end{matrix}\right\}\Rightarrow c=۲\times۲+۲\times۱=۶\Rightarrow n=۳\times۶+۳-(۳+۶)=۱۲$$

نکته: در مورد سازه‌هایی که فنر انتقالی و یا فنر پیچشی دارند باید گفت:

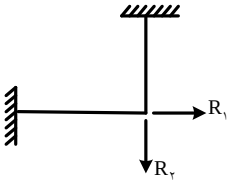
– فنر انتقالی را می‌توان برداشت و جای آن یک مجهول در نظر گرفت.

– فنر پیچش را می‌توان برداشت و گره مذکور را صلب فرض کرد (گره دیگر مفصلی نیست)



مثال: درجه نامعینی سازه مقابل کدام است؟

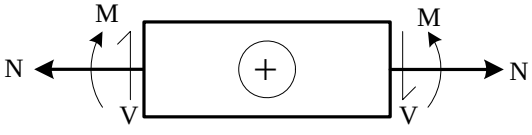
حل به جای سازه روبرو می‌توان سازهٔ زیر را در نظر گرفت:



$$n=۳m+r-(۳j+c)=۳\times۲+۶+۲-(۳\times۳+۰)=۵$$

نیروهای داخلی اعضاء:

قرارداد نیروها و لنگرهای مثبت به صورت روبرو است:



(شدت بار) $\frac{dV}{dx}=-q$ و $\frac{dM}{dx}=V$

نکات: – اگر بار وارده بر تیر، متمرکز باشد، دیاگرام برش، پله‌ای و دیاگرام لنگر، خطی خواهد بود و در ضمن در نمودار برش، پرش ایجاد می‌شود.

– اگر بار وارده بر تیر، لنگر متمرکز باشد. دیاگرام برش، خط ثابت و دیاگرام لنگر خطی و دارای پرش خواهد بود.

– اگر بار وارده بر تیر، بار گسترده باشد، دیاگرام برش خطی و دیاگرام لنگر درجه ۲ می‌باشد.

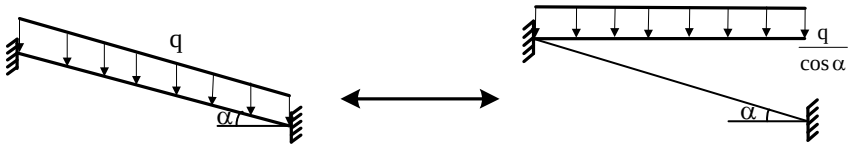
– لنگرهای ماکزیمم و مینیمم در محلی به وجود می‌آیند که برش برابر صفر باشد.

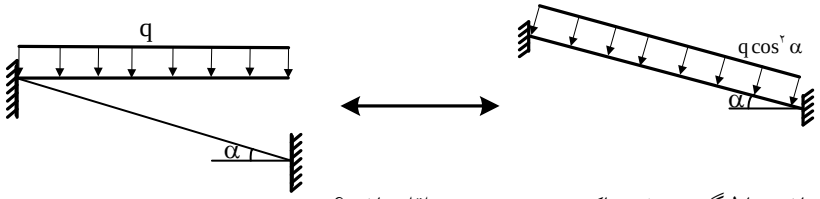
* روابط دیفرانسیلی در تیرها:

– اگر $y(x)$ منحنی تغییر شکل سازه، $M(x)$ لنگر خمشی، $V(x)$ برش و $q(x)$ شدت بار در طول تیر باشد داریم:

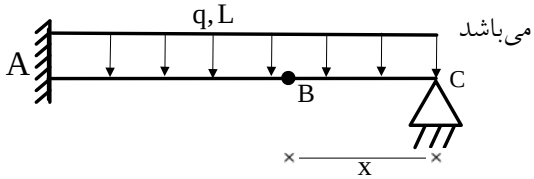
$$y''(x)=\frac{M(x)}{EI} \quad , \quad y^{(3)}(x)=\frac{V(x)}{EI} \quad , \quad y^{(4)}(x)=-\frac{q(x)}{EI}$$

نکته: تیرهای زیر معادل یکدیگرند:



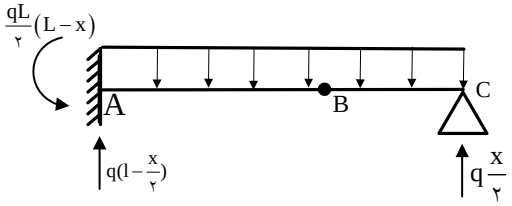


مثال: در سازهٔ مقابل x جقدر باشد تا لنگر خمش ماکزیمم در تیر، حداقل باشد؟



حل عضو BC، مانند یک عضور دو سر مفصل عمل می‌کند و لنگر خمشی آن مثبت می‌باشد (در وسط دهانه). ولی عضو AB، مانند یک تیر طره تغییر شکل داده و لنگر خمشی آن در کل طول منفی است (و ماکزیمم آن در تکیه‌گاه A).

با نوشتن معادلات تعادل داریم:

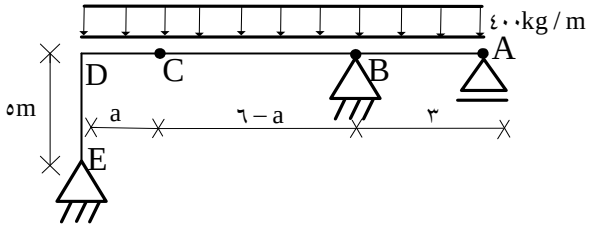


برای حداقل شدن لنگر خمشی، ماکزیمم در تیر کافی است، لنگر خمشی حداکثر مثبت با لنگر خمشی حداکثر منفی برابر باشد:

$$M^{+}_{max}=M^{-}_{max} \Rightarrow \frac{x^2}{8}=\frac{l}{2}(l-x) \Rightarrow x=0/8281$$

نکته: در روابط دیفرانسیل برای تیرها داشتیم $\frac{d^4y}{dx^4}=-q(x)$ که $q(x)$ شدت بار روی تیر است. در تمام مواردی که سازه تحت اثر بارهای متمرکز و یا چرخش‌ها و نشست‌های تکیه‌گاهی قرار می‌گیرد،چون بر سازه بار گسترده‌ای اثر نمی‌کند، منحنی تغییر شکل، یک تابع درجهٔ۳ می»اشد. (مگر در حالتی که به علت تقارن نشست‌ها، منحنی تغییر شکل یک تابع درجهٔ ۲ شود)، در این حالت برش ثابت و منحنی لنگر تابع خطی می‌باشد.

مثال (کنکور ارشد ۸۳):



در سازهٔ روبرو و موقعیت مفصل c را طوری به دست آورید که قدر مطلق لنگر حداکثر مثبت و منفی در طول BD یکسان شود.

۱) $a = ۳m$ ۳) a از معادله $a^۲ - ۳a + ۱ = ۰$ محاسبه می‌شود

۲) $a = ۲m$ ٤) از معادله $a^۲ - ۳۶a + ۳۶ = ۰$ محاسبه می‌شود

حل مانند مثال قبل می‌باشد. جواب صحیح گزینه ٤ می‌باشد.

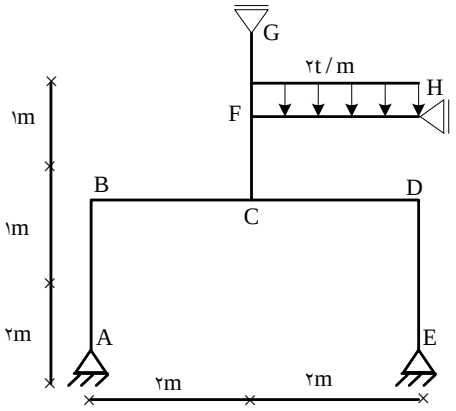
مثال (کنکور ارشد ۸۱): M_{BC} را بر حسب t.m حساب کنید (از تغییر طول اعضاء صرفنظر شود).

۱) صفر ۲) ٤ ۳) ٦ ٤) ۸

حل عضور CG را در نظر بگیرید.

با توجه به صرفنظر کردن از تغییر طول محوری اعضاء و با توجه به رابطهٔ $\Delta = \frac{FL}{EA}$، نتیجه می‌شود نیروی محور عضور CG صفر است پس روی قاب ABCDE هیچ گونه بارگذاری نداشته و M_{BC} صفر می‌باشد

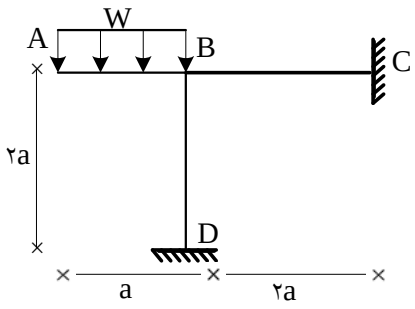
گزینه ۱ درست است.



مثال (کنکور ارشد ۷٦): در قاب مقابل، اگر عضو BC صلب باشد لنگر ستون BD در انتهای B کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{wa^۲}{۲}$

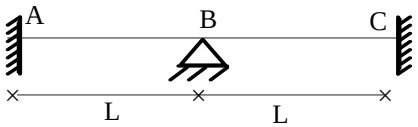
۳) $\frac{Wa^۲}{۴}$ ٤) $\frac{۲Wa^۲}{۳}$

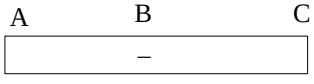


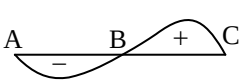
حل از تیر AB لنگر $\frac{wa^۲}{۲}$ به گرهٔ B منتقل می‌شود که به علت سختی خمشی بی‌نهایت تیر صلب BC تمام لنگر به آن منتقل خواهد شد.

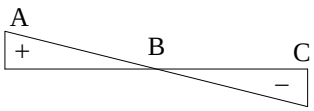
گزینه ۱ درست است.

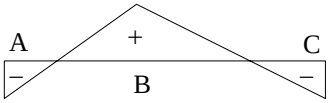
مثال (کنکور ارشد ۷٦): نمودار لنگر خمشی برای تیر مقابل که تکیه‌گاه وسط آن به اندازه Δ به سمت پائین نشست کرده است، کدام است؟



۱) 

۲) 

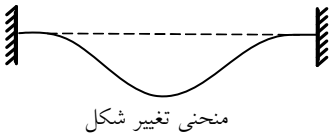
۳) 

٤) 

حل اولاً طبق نکات ذکر شده، منحنی لنگر خمش در حالت نشست تکیه گاهی باید خطی باشد (گزینه ۳ یا ٤)

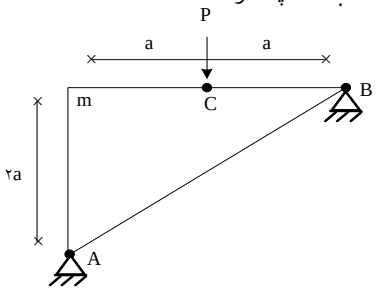
از طرفی با توجه به تغیر شکل تیر و تقارن موجود در سازه گزینه ۳ نمی‌تواند درست باشد.

گزینه ٤ درست است.



منحنی تغییر شکل

مثال (کنکور ارشد ۷۵): اندازه گشتاور خمشی در گره صلب m چقدر است؟



۱) ۲ap

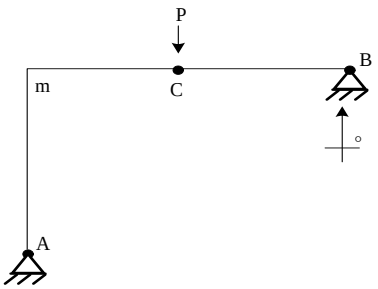
۲) $\frac{۳ap}{۲}$

۳) ap

٤) $\frac{ap}{۲}$

حل

نکته: عضو دو سر مفصلی که در طول آن باری (اعم از متمرکز و یا گسترده) وارد نشود، دچار خمش نشده و مستقیم باقی می‌ماند (منحنی لنگر در کل طول عضو صفر می‌باشد)



پس در این سازه می‌توان عضو BC را حذف نمود.

با لنگرگیری از سمت راست سازه حول مفصل C، عکس‌العمل قائم B، صفر به دست می‌آید

سپس با لنگر گیری از سمت راست سازه حول نقطه m مقدر لنگر ap به دست می‌آید.

گزینه ۳ درست است.