

## فصل هفتم: بررسی داده ها



## جمع آوری و نمایش داده ها

داشتن اطلاعات عددی و یا آمار یکی از ضروری ترین مقدمات یک تصمیم گیری و برنامه ریزی درست است. این نیاز امروزه برای همه قابل لمس است. مثلاً در یک مدرسه برای آزمون می خواهند سوال برای دانش آموزان تکثیر کنند در این جا داشتن اطلاع دقیق از تعداد دانش آموزان کمک می کند که در تکثیر سوالات دچار اشتباه نشویم و مشکلی پیش نیاید. در مواردی که اطلاعات جمع آوری شده زیاد و متنوع است برای استفاده بهتر از این اطلاعات آنها را در یک جدول به طور منظم ارائه می دهند، که به آن جدول داده ها می گویند.

دسته	فراوانی

در جدول داده ها ابتدا موضوعات را در سطرها قرار می دهیم. سپس تعداد مربوط به هر گروه را یک بار به صورت عدد و یکبار به صورت چوب خط (خط نشان) مشخص می کنیم. توجه داشته باشید که اگر تعداد چوب خط ها از مضرب های ۵ گذشت، آنها در دسته های ۵ تایی دسته بندی می کنیم.

## نکته:

- علم آمار، علم جمع آوری اطلاعات عددی، سازماندهی و بررسی آنهاست.
  - اطلاعات جمع آوری شده در یک مسئله ی آماری را «داده های آمار» می گویند.
  - جدولی که داده های آماری را در آن قرار می دهیم، «جدول داده های آماری» نامیده می شود.
  - جدول داده های آماری را می توان به صورت افقی یا عمودی رسم کرد.
- نتیجه: با مرتب کردن اطلاعات یک مسئله آماری در جدول داده ها، دسترسی و مقایسه ی اطلاعات آسان تر می شود.

## نمودار های آماری

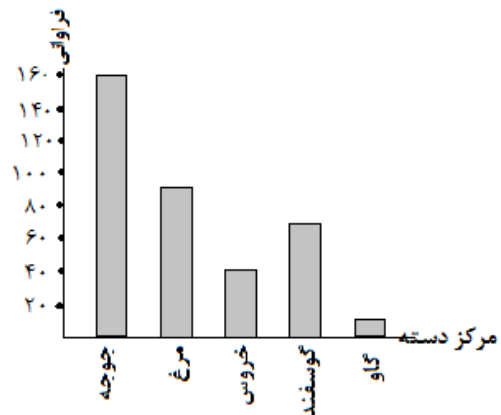
۱. نمودار ستونی (میله ای یا نرده ای)
۲. نمودار مستطیلی (هیستوگرام)
۳. نمودار خط شکسته (چندبرفراوانی)
۴. نمودار تصویری
۵. نمودار دایره ای (لوله ای)

## ۱. نمودار ستونی (میله ای یا نرده ای)

در رسم نمودار میله ای پس از رسم دو محور عمود بر هم، «عنوان» ها را روی محور افقی و اعداد را بر روی محور عمودی مشخص می کنیم. سپس از هر عنوان، میله یا ستونی تا مقابل عدد مربوط به آن در جدول رسم می کنیم.

برای مثال نمونه ی یک نمودار میله ای در شکل زیر آمده است:

تعداد حیوانات یک روستا	
حیوان	تعداد
جوجه	۱۶۰
مرغ	۹۰
خروس	۴۰
گوسفند	۷۰
گاو	۲۰



نکته :

- نمودار میله ای برای مقادیر ثابت، گسسته (جدا) و کیفی رسم می شود. بطور مثال برای تعداد دانش آموزان کلاس های اول تا پنجم.
- نمودار میله ای جهت مقایسه ی تعداد و پیدا کردن بیشترین و کمترین داده ها مناسب می باشد.
- انتخاب مقیاس برای نمودار دلخواه می باشد. اگر مقیاس (واحدها روی محور عمودی) بزرگ انتخاب شود رسم نمودار سریع تر و راحت تر انجام می شود، ولی دقت آن کم می باشد. ولی اگر مقیاس کوچک انتخاب شود رسم نمودار طولانی تر و سخت تر انجام می شود، ولی دقت آن بالا و مقایسه ی اعداد راحت تر می باشد.
- در نمودار میله ای، محور افقی مرکز دسته و محور عمودی فراوانی هر دسته را نشان می دهد.
- نمودار میله ای برای مقایسه ی نتایج آماری و تعیین کردن کمترین و بیشترین مقدار کاربرد دارد.

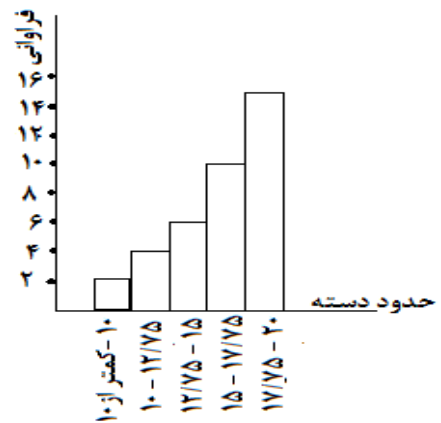
نتیجه :

- برای مقایسه و بررسی بهتر و سریع تر داده های آماری، از نمودارها استفاده می کنیم.
- نمودار میله ای و ستونی تفاوتی با هم ندارند.

## ۲. نمودار مستطیلی

این نوع نمودار زمانی بکار می رود که بیشترین مقدار یک دسته از داده ها با کمترین مقدار دسته ی بعدی داده ها برابر باشد در این نوع نمودارها ستون ها به هم چسبیده هستند.  
برای مثال نمونه ی یک نمودار مستطیلی در زیر آمده است:

نمرات ریاضی دانش آموزان	
نمره	تعداد
۱۰- کمتر از ۱۰	۲
۱۰- ۱۲/۷۵	۴
۱۲/۷۵- ۱۵	۶
۱۵- ۱۷/۷۵	۱۰
۱۷/۷۵- ۲۰	۱۵



نکته:

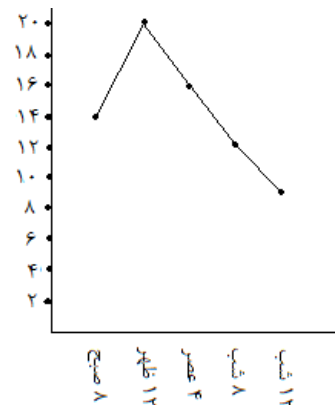
- نمودار میله ای را برای نمایش مقدارهای یک فاصله هم به کار می برند. (مقدارهای پیوسته و کمی) که در این صورت آن را نمودار مستطیلی یا هستوگرام نامید. بطور مثال ۶ تا ۸ و یا ۳۰ تا ۴۰
- در نمودار مستطیلی، محور افقی حدود دسته و محور عمودی فراوانی را نشان می دهد.

### ۳. نمودار خط شکسته

در رسم نمودار خط شکسته ابتدا در مقابل عدد مربوط به هر عنوان یک نقطه قرار می دهیم و سپس نقاط را به ترتیب به یکدیگر وصل می کنیم.

برای مثال نمونه ی یک نمودار خط شکسته در زیر آمده است:

تغییرات دما (درجه سانتیگراد)	
ساعت	دما
۸ صبح	۱۴
۱۲ ظهر	۲۰
۴ عصر	۱۶
۸ شب	۱۲
۱۲ شب	۹



نکته:

- نمودار خط شکسته بیشتر برای نمایش تغییرات بکار می رود.
- در بازارهای ملی مانند قیمتتفت، تغییرات سهام، رشد یا افت اقتصادی و . . . . . از این نمودار استفاده می شود.
- در این نمودار بیشترین تغییرات بین دو متغیری است که طول پاره خط بین آن دو بیشترین مقدار باشد.
- در این نمودار کمترین تغییرات بین دو متغیری است که طول پاره خط بین آن دو کمترین مقدار باشد.
- در این نمودار، محور افقی مرکز دسته و محور عمودی فراوانی خواهد بود.

• میانگین =  $\frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$

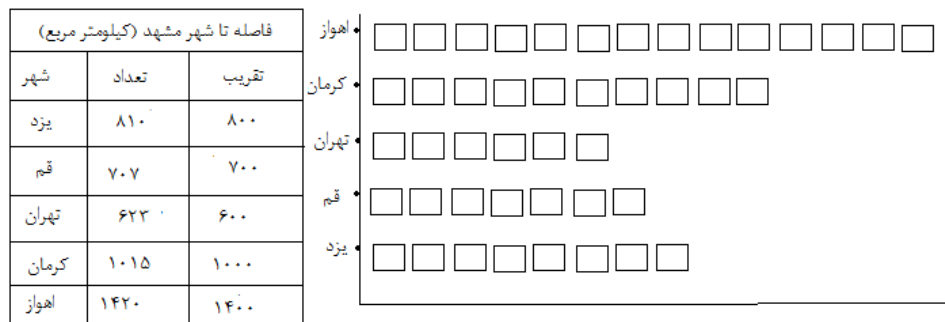
نتیجه : بسیاری از اطلاعات مربوط به یک مسئله آماری را می توان از روی نمودارها به دست آورد.

#### ۴. نمودار تصویری

در رسم نمودار تصویری عنوان ها را بر روی محور عمودی می نویسیم. سپس اعداد را با تقریب مناسب گرد کرده، آن گاه با توجه به واحد انتخاب شده به تعداد لازم تصویر رسم می کنیم.

برای مثال نمونه ی یک نمودار تصویری در زیر آمده است:

(هر ۱۰۰ کیلومتر را با  نمایش دهید).



نکته :

- در برنامه ریزی های کلان کشوری نیاز به عدد های واقعی و بسیار دقیق نیست. به این دلیل اعداد را به صورت تقریبی به کار می برند. به طور مثال برای بررسی جمعیت کشورهای جهان از تقریب کمتر از یک میلیون استفاده می کنیم. یعنی نفرات کمتر از یک میلیون در بررسی ها اهمیتی ندارند و گرد شده ی عدد ها را به کار می برند.
- نمودار تصویری برای کوچک کردن و ساده کردن آمارهایی که داده های بسیار زیاد دارند، به کار می رود.

نتیجه : از نمودار تصویری بیشتر برای بررسی مقادیر بسیار زیاد استفاده می شود.

#### ۵. نمودار دایره ای

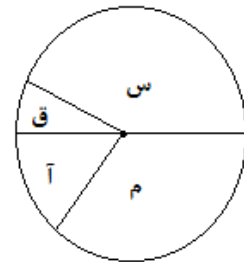
در رسم نمودار دایره ای ابتدا مقادیر را به درصد تبدیل می کنیم به این صورت که هر عدد را بر مجموع آنها تقسیم کرده و حاصل را در ۱۰۰ ضرب می کنیم. سپس با فرض این که دایره به ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم شده باشد اندازه ی هر قسمت را مشخص می کنیم.

برای مثال نمونه ی یک نمودار دایره ای در زیر آمده است:

$$\text{درصد} = \frac{\text{فراوانی}}{\text{تعداد کل}} \times 100$$

$$\text{زاویه} = \frac{\text{فراوانی}}{\text{تعداد کل}} \times 360$$

رنگ	فراوانی	درصد	زاویه
سفید	۴	۴۰	۱۴۴
قرمز	۱	۱۰	۳۶
آبی	۲	۲۰	۷۲
مشکی	۳	۳۰	۱۰۸



نکته :

- از نمودارهای دایره ای برای نشان دادن مقادیر کیفی یا گسسته استفاده می کنیم. بطوریکه نمایش فراوانی هر دسته یا گروه با بخشی از سطح دایره است.
  - از نمودار دایره ای نشان می دهیم که چگونه یک مقدار مشخص به بخش های کوچکتر تقسیم می شود. در این نمودار سهم هر بخش را با تقسیم دایره مشخص می کنیم.
  - در نمودار دایره ای به طور معمول سهم هر بخش را بصورت درصد محاسبه و سپس روی نمودار نمایش می دهیم.
  - نمودار دایره ای نتایج داده ها و آمارگیری را به صورت درصدی نشان می دهد.
- نتیجه :** امروزه انواع نمودارها توسط رایانه و به کمک نرم افزارهای مختلف با دقت بسیار زیاد رسم می شود. هدف از آموزش رسم آنها در این فصل آشنایی دانش آموزان با اجزا و مفهوم نمودارها می باشد.

## میانگین

میانگین چند داده ی آماری از تقسیم مجموع آنها بر تعدادشان به دست می آید.

نکته :

- میانگین =  $\frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$
- میانگین چند داده را متوسط آن داده ها نیز می نامند.
- اگر به همه ی داده های یک گروه مقداری ثابت اضافه شود، همان مقدار به میانگین داده ها اضافه می شود.
- اگر از همه ی داده های یک گروه مقداری ثابت کم شود، همان مقدار ثابت از میانگین داده ها کم می شود.
- اگر همه ی داده های یک گروه را در مقداری ثابت ضرب کنیم، میانگین داده ها نیز در همان مقدار ضرب می شود.
- اگر همه ی داده های یک گروه را بر مقداری ثابت تقسیم کنیم، میانگین داده ها نیز بر همان مقدار تقسیم می شود.
- در یک سری از داده های مرتب و متوالی که فاصله های برابر دارند اگر تعداد اعداد فرد باشد، میانگین کل آنها با عدد وسطی برابر است.
- در یک سری از داده های مرتب و متوالی که فاصله های برابر دارند اگر تعداد اعداد زوج باشد، میانگین کل آنها با عدد میانگین دو عدد وسط برابر است.

- اگر تعدادی عدد را به یک گروه اضافه کنیم و یا از آن ها کم کنیم و میانگین این اعداد اضافه شده یا کم شده با میانگین گروه اصلی برابر باشد، میانگین اعداد در گروه جدید هیچ تغییری نمی کند.

## احتمال

برای هر پیشامد امکان وقوع حالت های مختلفی وجود دارد. با شناخت آن پیشامد می توانیم حالت های ممکن برای اتفاق افتادن آن را بنویسیم.

### نکته :

- برای این که امکان وقوع یک پیشامد را در ریاضی مشخص کنیم، از کلمه ی «احتمال» استفاده می کنیم.
- به وسیله ی حالت های ممکن برای یک پیشامد، می توان «احتمال» رخ داده آن را به دست آورد.

هیچ پیشامدی نمی تواند خارج از این ۳ حالت باشد: بطور قطع اتفاق می افتد، احتمال دارد اتفاق بیفتد، امکان ندارد اتفاق بیفتد.

بنابراین با شناخت شرایط هر پیشامد یکی از حالت های فوق را انتخاب می کنیم.

### نکته :

- در ریاضی احتمال رخ دادن یک پیشامد را با یک کسر کوچکتر از یک بیان می کنیم.
- اگر پیشامدی به طور قطع اتفاق بیفتد، آن را با عدد ۱ نشان می دهیم.
- اگر پیشامدی امکان اتفاق افتادن نداشته باشد آن را با عدد صفر نشان می دهیم.
- اگر در یک بازی شانسی، امکان برنده شدن بازیکنان با هم مساوی باشد، می گوئیم بازی عادلانه است.
- احتمال رخ دادن هر پیشامد از صفر شروع شده و تا یک ممکن است پیش برود.

اگر احتمال رخ دادن پیشامد زیاد باشد، آن را نزدیک تر به یک انتخاب می کنیم و اگر احتمال رخ دادن پیشامد کم باشد آن را نزدیک تر به صفر انتخاب می کنیم. به طور قطع عددی که به یک نزدیک تر است بزرگتر خواهد بود.

### نکته :

- در بسیاری از موارد احتمال رخ دادن پیشامدها قابل مقایسه می باشند.
- در مقایسه احتمال ها هرچه احتمال رخ دادن پیشامدی بیشتر باشد، عدد احتمال به یک نزدیکتر است.
- گاهی اوقات احتمال رخ دادن دو پیشامد با هم برابر است.
- در احتمال، هرچه تعداد دفعات آزمایش را بیشتر کنیم، نسبت ها به کسرهای واقعی و دقیق تر نزدیک می شوند.
- در یک کیسه حاوی تعدادی مهره به رنگ های سبز، زرد و قرمز. با خرج کردن مهره از داخل کیسه احتمال اینکه مهره خارج شده رنگ مد نظر ما باشد، برابر است با :

$$\frac{\text{تعداد مهره های زرد}}{\text{تعداد کل مهره ها}} = \text{احتمال خروج رنگ زرد}$$

$$\frac{\text{تعداد مهره های سبز}}{\text{تعداد کل مهره ها}} = \text{احتمال خروج رنگ سبز}$$

$$\frac{\text{تعداد مهره های قرمز}}{\text{تعداد کل مهره ها}} = \text{احتمال خروج رنگ قرمز}$$

- برای بدست آوردن احتمال وقوع یک پیشامد بطور کلی از رابطه ی زیر استفاده می کنیم:

$$\frac{\text{تعداد حالت های موردنظر}}{\text{تعداد کل حالت های ممکن}} = \text{احتمال وقوع یک پیشامد}$$

- در هر مسئله ی احتمال، همیشه مجموع نسبت های تمام حالت های ممکن برابر عدد یک است. برای مثال در نکته قبلی مجموع نسبت های (احتمال های) خروج هر رنگ، برابر یک می شود.
- مجموع احتمال تمام حوادث رخ داده در یک پیشامد همیشه برابر یک می باشد. درست مانند درصدها که درصد کامل را ۱۰۰٪ فرض می کنیم. در احتمال نیز بالاترین احتمال را با عدد یک نمایش می دهیم.
- اگر دو تاس یا دو سکه همزمان پرتاب شوند، تعداد حالت های ممکن برابر با حاصلضرب حالت های هر یک از آن ها است. برای مثال زمانیکه دو تاس را با هم بیندازیم تعداد کل حالت های ممکن برابر است با  $6 \times 6 = 36$

**مثال:** یک تاس و یک سکه با هم انداخته می شوند، احتمال های زیر را به دست آورید.

الف) تاس عدد زوج باشد یا سکه رو بیاید.

ب) تاس عدد زوج باشد و سکه رو بیاید.

حل: کل حالت های ممکن  $= 6 \times 2 = 12$

$$\text{الف) } \{(1,1) - (1,2) - (1,3) - (1,4) - (1,5) - (1,6) - (2,1) - (2,2) - (2,3) - (2,4) - (2,5) - (2,6) - (3,1) - (3,2) - (3,3) - (3,4) - (3,5) - (3,6) - (4,1) - (4,2) - (4,3) - (4,4) - (4,5) - (4,6) - (5,1) - (5,2) - (5,3) - (5,4) - (5,5) - (5,6) - (6,1) - (6,2) - (6,3) - (6,4) - (6,5) - (6,6)\} = \frac{9}{12}$$

$$\text{ب) } \{(2,2) - (2,4) - (2,6)\} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$