



Topological models in more details

Topology

- ✓ توپولوژی، شناخت فرمها و شکلهاست.
- ✓ تمرکز توپولوژی روی یک سری خصوصیات هندسی است که تحت یک سری تبدیل ها بدون تغییر باقی می ماند.
- ✓ به صورت شهودی: یک سری خصوصیات هستند که تحت تبدیلات توپولوژیک، بدون تغییر باقی می ماند.
- ✓ تبدیلات توپولوژیک، rubber sheet transformations هستند.
مثل کشیدن، خم کردن، دوران دادن، اعوجاج و...
تحت تبدیلات فوق اگر دو نقطه همسایه هستند، همسایه می ماند.

Topological models in more details

Topology

Topological

A point is at an end-point of an arc

A point is on the boundary of an area

A point is in the interior/exterior of an area

An arc is simple

An area is open/closed/simple

An area is connected

Non-topological

Distance between two points

Bearing of one point from another point

Length of an arc

Perimeter of an area

Area: منطقه، ناحیه

Topological models in more details

برای تعریف فضای توپولوژی، باید مفهوم همسایگی (Neighborhood) را بررسی کنیم.

✓ T یک توپولوژی روی مجموعه X تعریف می شود، اگر:

۱- هر یک از المان های X، حداقل در یکی از همسایگی های T باشد.

۲- اشتراک هر دو همسایگی از T، باید در مجموعه T باشد.

Example:

$$- X = \{a, b, c, d, e\}$$

$$- T = \{\{a, b, c, d, e\}, \emptyset, \{a\}, \{c, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}\}$$

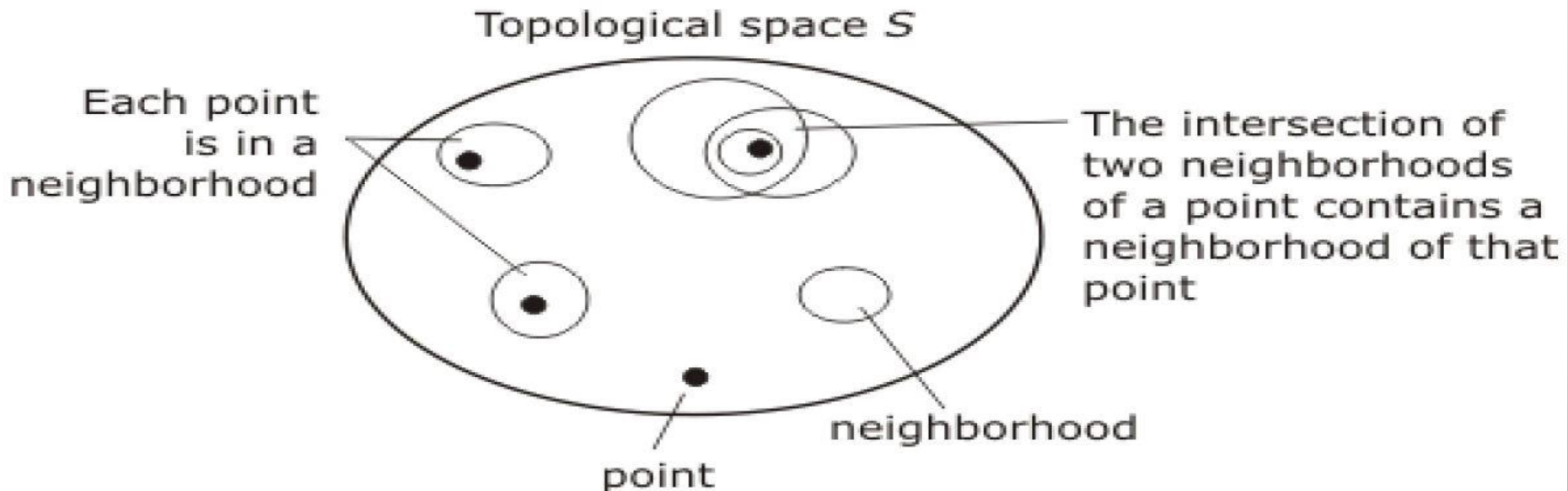
در مثال فوق، T توپولوژی روی مجموعه X است و با $T(X)$ نیز نشان می دهند و دارای ۶ همسایگی است.

✓ تعریف فوق، بیان ریاضی از توپولوژی است که در ادامه آن را در محیط GIS بحث خواهیم کرد.

Topological models in more details

Point set topology

- ✓ با تعریف یک Open disk (دیسکی که مرزش جزئش نمی باشد) به عنوان همسایگی، صفحه کارتزین، یک فضای توپولوژی برای نقاط خواهد بود، به شرط:
- ۱- هر نقطه از صفحه حداقل باید در یک همسایگی باشد.
 - ۲- اشتراک هر دو همسایگی باید به عنوان یک همسایگی در صفحه کارتزین باشد.

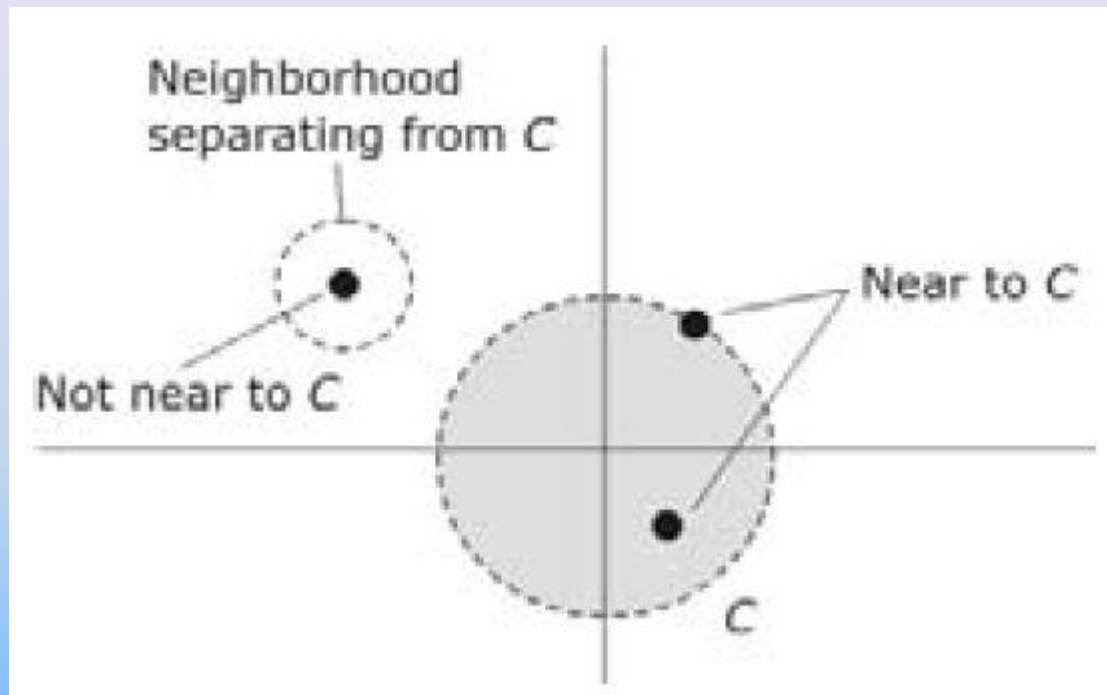


Topological models in more details

شروع تعریف توپولوژی با مفهوم همسایگی بود. در ادامه مفاهیم دیگری از همسایگی استخراج می شود:

✓ **نزدیکی (Nearness):**

دو نقطه در فضای توپولوژیک، زمانی به هم نزدیک هستند که هر همسایگی که حول یک نقطه ترسیم کنیم، نقطه دوم را دربرگیرد.



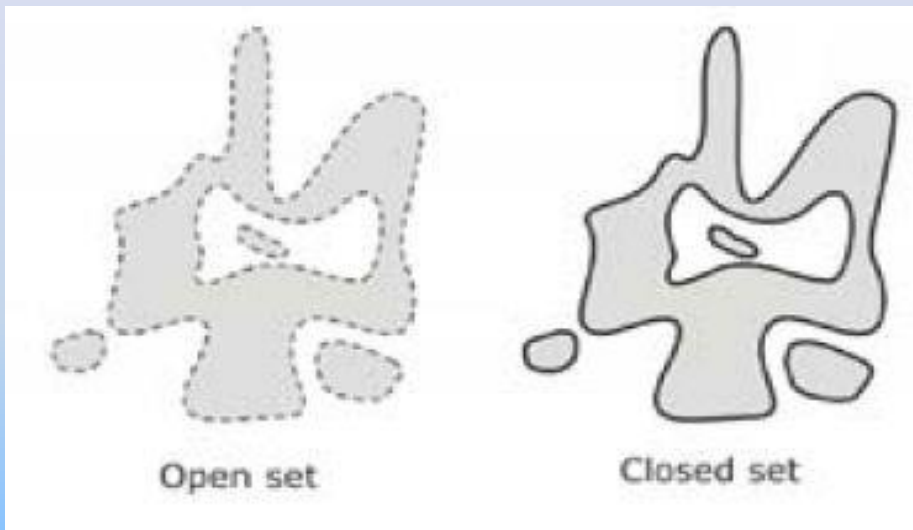
Topological models in more details

✓ **مجموعه باز:**

یک مجموعه، باز است اگر هر همسایگی از هر نقطه از مجموعه، کاملاً داخل آن مجموعه باشد. پس مرز، جزء مجموعه باز نیست.

✓ **مجموعه بسته:**

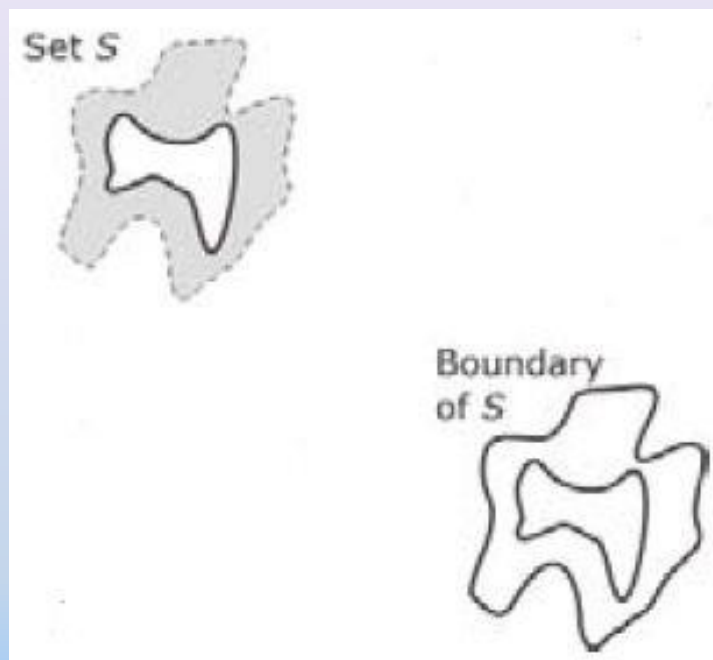
یک مجموعه، بسته است اگر بتوان یک همسایگی از نقطه ای از مجموعه ترسیم کرد بطوریکه قسمتی از آن همسایگی، خارج از مجموعه قرار گیرد. پس مرز، جزء مجموعه بسته است.



Topological models in more details

✓ مرز (Boundary):

همه نقاطی که به مجموعه نزدیک اند و به متمم مجموعه نیز نزدیک اند.

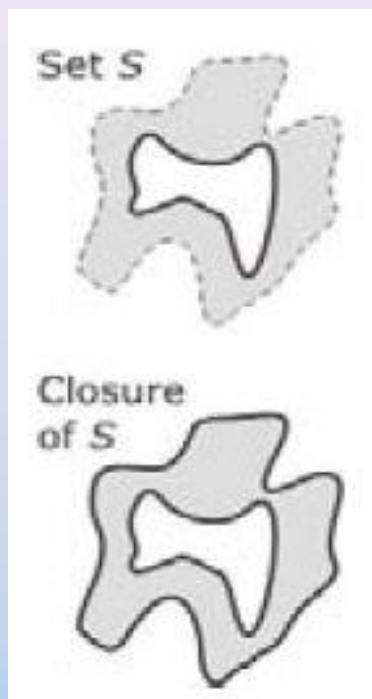


Topological models in more details

✓ بستار (Closure):

اجتماع یک مجموعه و همه نقاط نزدیک به آن.
خود مجموعه و چیزی که آن را می بندد.

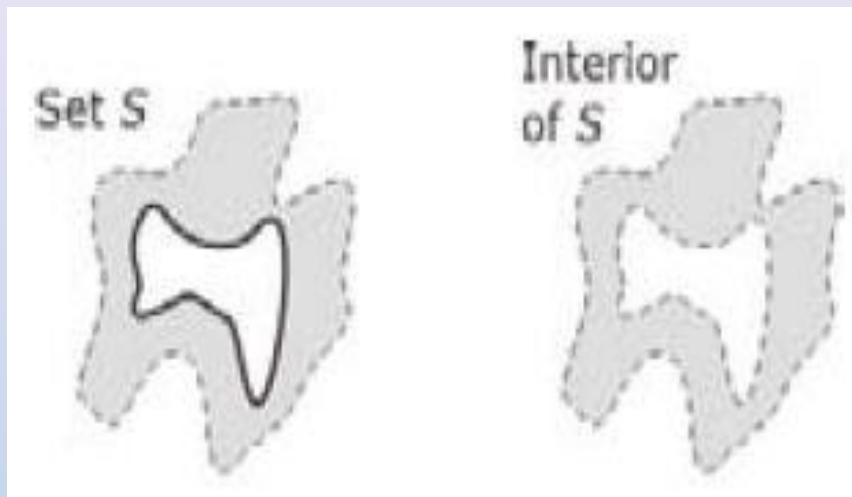
مجموعه + مرز



Topological models in more details

✓ داخل (Interior):

تمام نقاطی که متعلق به مجموعه هستند و به متمم مجموعه نزدیک نمی باشند.
یعنی مرز یک مجموعه، داخل مجموعه نیست.



Topological models in more details

✓ برای قطعه خط S :

فضای یک بعدی، یک خط نامتناهی است.

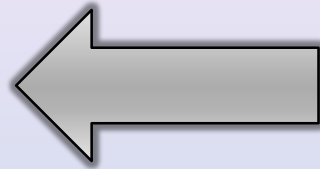
out  in
Line segment S

out  out
Interior of S

in  in
Closure of S

in  in
Boundary of S

1-space



 S'
out  in
Line segment S

Topological models in more details

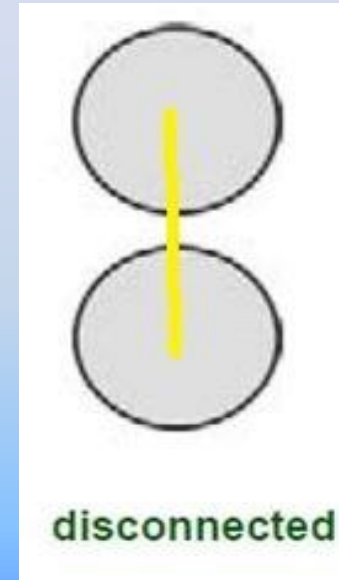
✓ ارتباط (Connectedness) (متصل بودن):

مجموعه X که زیرمجموعه ای از نقاط از فضای توپولوژی S می باشد، **Connected** گوییم اگر برای هر دو نقطه از مجموعه، بتوان خطی رسم کرد که: کاملاً در مجموعه باشد

Connectedness



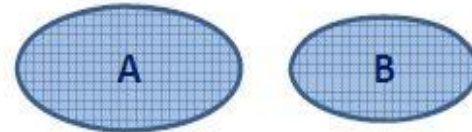
و دو نقطه را به هم متصل کند.



Topological relations

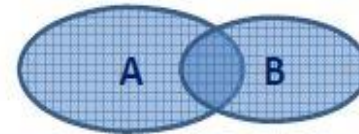
A disjoint B

$$A \cap B = 0$$



A intersect B

$$A \cap B \neq 0, \\ A \cap -B \neq 0, -A \cap B \neq 0$$



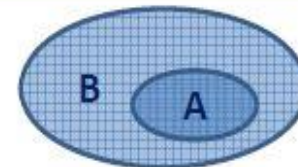
A equal B

$$A \cap B = A, B \cap A = B$$



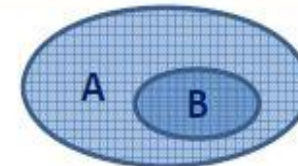
A inside B

$$A \subseteq B$$

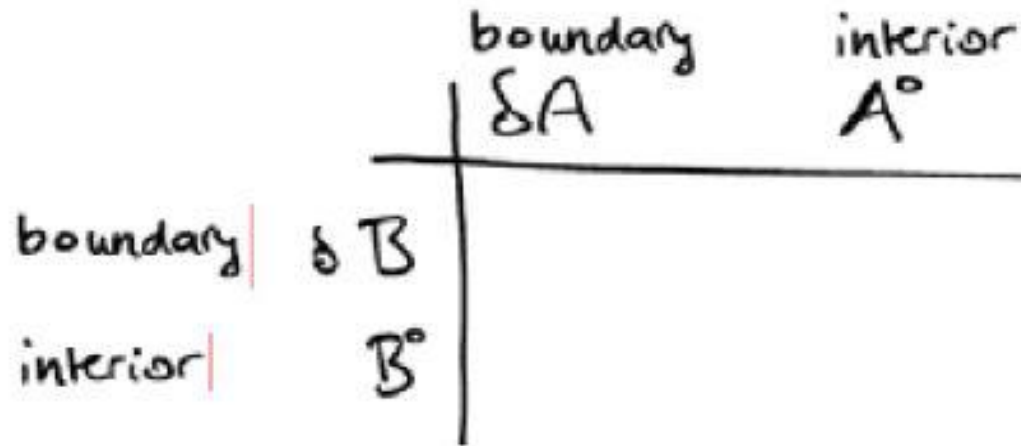


A contain B

$$B \subseteq A$$



4-Intersection



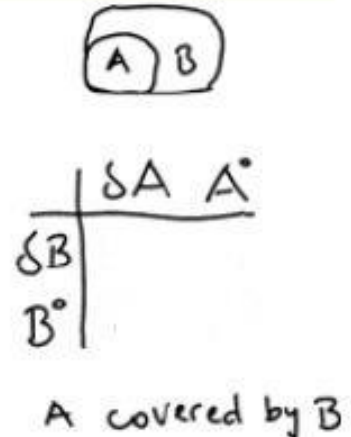
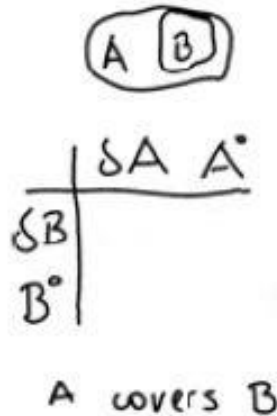
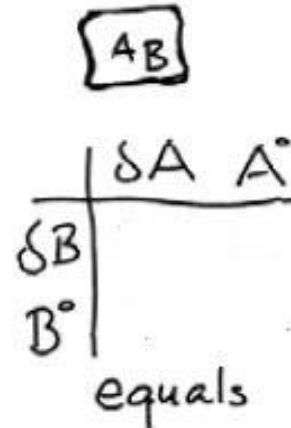
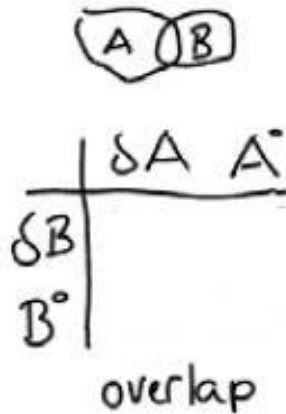
$$2^4 = 16$$



8

4-Intersection

E=empty= 0
NE= not empty= 1



Question

??????

???

??

?