

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۱۰۴۶ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۳۲

۱- کدامیک از گزینه های زیر درست می باشد؟

۰.۱ هر دو نرم روی یک فضای برداری حقیقی V معادل می باشند.

۰.۲ هر دو نرم روی یک فضای برداری حقیقی V با بعد متناهی معادل می باشند.

۰.۳ هیچ دو نرم روی یک فضای برداری حقیقی V نمی توانند معادل باشند.

۰.۴ هر دو نرم روی هر فضای برداری V با بعد متناهی معادل می باشند.

۲- هر گاه V, W, H فضای نرم دار و $T \in L(V, W)$ و $S \in L(W, H)$ آنگاه

$$\|ST\| = \|S\| \|T\| \quad ۰.۲ \quad \|ST\| \geq \|S\| \|T\| \quad ۰.۱$$

$$\|S + T\| = \|S\| + \|T\| \quad ۰.۴ \quad \|ST\| \leq \|S\| \|T\| \quad ۰.۳$$

۳- هر گاه f یک نگاشت C^1 از مجموعه $D \subseteq R^n$ به R^n باشد و $f'(x)$ به ازای هر $x \in D$ وارون پذیر باشد آنگاه

۰.۱ f یک نگاشت باز است

۰.۲ f یک به یک است

۰.۳ f پوشا است.

۰.۴ f نیز وارونپذیر است.

۴- عملگر خطی B بر R^n که جفتی از اعضای پایه متعارف را با هم عوض کرده و بقیه را ثابت بگذارد چه نامیده می شود؟

۰.۱ ضربه

۰.۲ اولیه

۰.۳ مقدماتی

۰.۴ متناوب

۵- اگر T یک تبدیل خطی روی فضای برداری V باشد آنگاه

۰.۱ T یک به یک است

۰.۲ T پوشا است

۰.۳ T یک به یک است اگر و تنها اگر T پوشا باشد

۰.۴ اگر بعد V متناهی باشد در اینصورت T یک به یک است اگر و تنها اگر پوشا باشد.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۱۰۴۶ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۳۲

۶- $f \in C^k(D)$ بدان معنی است:

۱. f در هر نقطه از D از مرتبه k ام مشتق پذیر است.
۲. f در هر نقطه از D از مرتبه k ام مشتق پذیر است و مشتق مرتبه k ام f در هر نقطه D پیوسته است.
۳. مشتق مرتبه k ام f در هر نقطه D پیوسته است.
۴. f در $D \subseteq \mathbb{R}^k$ پیوسته است.

۷- نام قضیه زیر چه است؟

"فرض کنید f یک نگاشت C^1 از مجموعه باز $D \subseteq \mathbb{R}^{n+m}$ به \mathbb{R}^n باشد به طوری که به ازای نقطه ای مانند $(a,b) \in D$ داشته باشیم $f(a,b) = 0$ قرار می دهیم $f'(a,b) = A$ و فرض کنید A_x معکوس پذیر باشد در اینصورت مجموعه باز $U \subseteq \mathbb{R}^{n+m}$ شامل (a,b) و مجموعه باز $W \in \mathbb{R}^n$ شامل b و C^1 - نگاشت g از W به \mathbb{R}^n موجودند به طوری که $g(b) = a$ و $f(g(y), y) = 0$ ($y \in W$) همچنین $g'(b) = -(A_x^{-1})A_y$ ".

۴. دستور لایبنیتس

۳. رتبه

۲. تابع معکوس

۱. تابع ضمنی

۸- کدام گزینه در مورد تابع زیر برقرار نیست؟

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

۱. f در هر نقطه از \mathbb{R}^2 پیوسته است.
۲. $D_1 f$ و $D_2 f$ در هر نقطه از \mathbb{R}^2 پیوسته است.
۳. $D_{12} f, D_{21} f$ در هر نقطه از \mathbb{R}^2 به جز $(0, 0)$ پیوسته است.
۴. $D_{11} f(0, 0) = D_{12} f(0, 0)$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۱۰۴۶ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۲

۹- هر گاه بر بازه $I \subseteq R^n$ افزایش P' ظریفتر از P و $f: I \rightarrow R$ تابعی کراندار باشد آنگاه

$$1. \quad L(P, f) \leq L(P', f) \quad , \quad U(P', f) \leq U(P, f)$$

$$2. \quad L(P', f) \leq L(P, f) \quad U(P', f) \leq U(P, f)$$

$$3. \quad L(P, f) \leq L(P', f) \quad , \quad U(P, f) \leq U(P', f)$$

$$4. \quad L(P', f) \leq L(P, f) \quad , \quad U(P, f) \leq U(P', f)$$

۱۰- مساحت ناحیه محدود به منحنی های $xy = 1, xy = 2, y = x, y = 2x$ در R^2 برابر است با:

$$1. \quad 2 \quad 2. \quad \ln 2 \quad 3. \quad \ln 2 + 2 \quad 4. \quad 2 \ln 2$$

۱۱- اگر $A \subseteq R^n$ یک بازه بسته، $f: A \rightarrow R$ تابعی کراندار باشد و $B = \{x \in A \mid x \text{ پیوسته نیست}\}$ در

این صورت f بر A انتگرال پذیر است اگر و تنها اگر:

$$1. \quad B \text{ متناهی باشد} \quad 2. \quad B \text{ از اندازه صفر باشد} \quad 3. \quad B \text{ نامتناهی باشد} \quad 4. \quad B \text{ شمارا باشد}$$

۱۲- کدامیک از روابط زیر برقرار نیست؟

$$1. \quad S \otimes (T_1 + T_2) = S \otimes T_1 + S \otimes T_2 \quad 2. \quad S \otimes T = T \otimes S$$

$$3. \quad (aS) \otimes T = S \otimes (aT) = a(S \otimes T) \quad 4. \quad (S \otimes T) \otimes U = S \otimes (T \otimes U)$$

۱۳- کدامیک از گزینه های زیر ۳- فرم در R^3 می باشد؟

$$1. \quad \mu = 3x + 2y - z^2$$

$$2. \quad \Omega = 3dx - dy$$

$$3. \quad \omega = xy^2 dx \wedge dy \wedge dz$$

$$4. \quad \theta = 5x^2 dx \wedge dy + y^2 dy \wedge dz + dx \wedge dz$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۱۰۴۶ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۳۲

۱۴- اگر $D = [0, 1] \times [0, \pi] \times [0, 2\pi]$ یک حجره ۳- بعدی باشد و $\Phi(\gamma, \theta, \varphi) = (x, y, z)$ که
 $0 \leq \gamma \leq 1 \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$

$$\Phi_1(\gamma, \theta, \varphi) = x = \gamma \sin \theta \cos \varphi$$

$$\Phi_2(\gamma, \theta, \varphi) = y = \gamma \sin \theta \sin \varphi$$

$$\Phi_3(\gamma, \theta, \varphi) = z = \gamma \cos \theta$$

همچنین $\omega = dx \wedge dy \wedge dz$ در اینصورت $\int_D \omega$ برابر است با:

۰.۴	۰.۳	۰.۲	۰.۱
$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	2π	0

۱۵- کدامیک جز خواص مشتق خارجی فرمهای هموار نیست؟

۰.۱ $d\omega = 0$

۰.۲ $d(\omega_1 + \omega_2) = d\omega_1 + d\omega_2$

۰.۳ اگر ω یک p - فرم باشد آنگاه $d(\omega \wedge \theta) = (d\omega) \wedge \theta + (-1)^p \omega \wedge d\theta$

۰.۴ $d(d\omega) = 0$

۱۶- اگر Q^k یک سادک k - بعدی باشد آنگاه:

۰.۱ Q^0 شامل یک نقطه و یک راس است.

۰.۲ Q^1 شامل یک راس و یک وجه است.

۰.۳ Q^2 شامل دوراس و دو وجه است.

۰.۴ Q^3 شامل سه راس و سه وجه است.

۱۷- این گزاره چه نام دارد؟

"فرمهای بسته در مجموعه های باز و محدب R^n کامل اند"

۰.۱ قضیه استوکس

۰.۲ قضیه فوبینی

۰.۳ لم پوانکاره

۰.۴ قضیه اساس گاوس - دیوژانس

۱۸- کدامیک از گزینه های زیر برقرار نیست؟

۰.۱ اگر T متناوب باشد آنگاه $Alt(T) = T$

۰.۲ $(T \wedge S) \wedge R = T \wedge (S \wedge R)$

۰.۳ اگر $Alt(T) = 0$ آنگاه $T \wedge S = S \wedge T = 0$

۰.۴ $T \wedge S = S \wedge T$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۱۰۴۶ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۳۲

$$-۱۹ \quad \text{اگر } \omega = \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2} \text{ و } E = \mathbb{R}^2 - \{0\} \text{ آنگاه:}$$

۱. ω در E فقط کامل است.

۲. ω در E فقط بسته است.

۳. ω در E هم کامل و هم بسته است.

۴. ω در E نه کامل است و نه بسته.

۲۰- اگر f تابعی از مجموعه بازی مانند D در \mathbb{R}^n به \mathbb{R}^m باشد و در $x \in D$ مشتق پذیر باشد و $\{e_1, \dots, e_n\}$ و

$\{u_1, \dots, u_m\}$ به ترتیب پایه های متعارفی برای \mathbb{R}^m و \mathbb{R}^n باشند و $1 \leq j \leq n, 1 \leq i \leq m$ در اینصورت

کدام رابطه برقرار است؟

$$.۲ \quad f'(x)e_j = \sum_{i=1}^m (D_j f_i)(x)u_i$$

$$.۱ \quad f'(x)u_j = \sum_{i=1}^m (D_j f_i)(x)e_i$$

$$.۴ \quad f'(x)u_j = \sum_{i=1}^m (D_j f_i)(x)u_i$$

$$.۳ \quad f'(x)e_j = \sum_{i=1}^m (D_j f_i)(x)e_i$$

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

$$-۱ \quad \text{هر گاه } S \in L(V), T \in \Omega \text{ و } \|S - T\| < \frac{1}{\|T^{-1}\|} \text{ آنگاه ثابت کنید } S \in \Omega$$

۱.۴۰ نمره

۲- هر گاه X یک فضای متریک کامل باشد و $\Phi: X \rightarrow X$ یک انقباض باشد آنگاه ثابت کنید Φ یک نقطه ثابت دارد. یعنی یگانه $x \in X$ موجود است به طوری که $\Phi(x) = x$.

۱.۴۰ نمره

۳- اگر $A = A_1 \cup A_2 \cup \dots$ و هر A_j دارای اندازه صفر باشد آنگاه ثابت کنید A با اندازه صفر است.

۱.۴۰ نمره

۴- اگر A یک بازه بسته در \mathbb{R}^n باشد و $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی کراندار باشد که برای هر $\varepsilon \geq 0$ و $a \in A$ داشته باشیم $o(f, a) < \varepsilon$ آنگاه ثابت کنید افزایشی از A چون P وجود دارد بطوریکه $U(P, f) - L(P, f) < \varepsilon V(A)$.

۱.۴۰ نمره

۵- ثابت کنید مشتق خارجی هر فرم منحصر بفرد است

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	ب
2	ج
3	الف
4	الف
5	د
6	ب
7	الف
8	د
9	الف
10	د
11	ب
12	ب
13	ج
14	د
15	الف
16	الف
17	ج
18	د
19	ب
20	ب