



مبحث توان:

1. رقم یکان و تعداد ارقام اعداد توان دار
2. مروری بر دنباله های منظم

رقم یکان:

- اگر عددی که به توان میرسد دارای یکان (0 یا 1 یا 5 یا 6) باشد به هر توان طبیعی برسد یکان عدد حاصل (0، 1، 5، 6) میشود.

مثال:

$$26^7 = 8031810176$$

مثال: رقم یکان

$$7631^{572} + 4935^{894} + 3786^{1002}$$

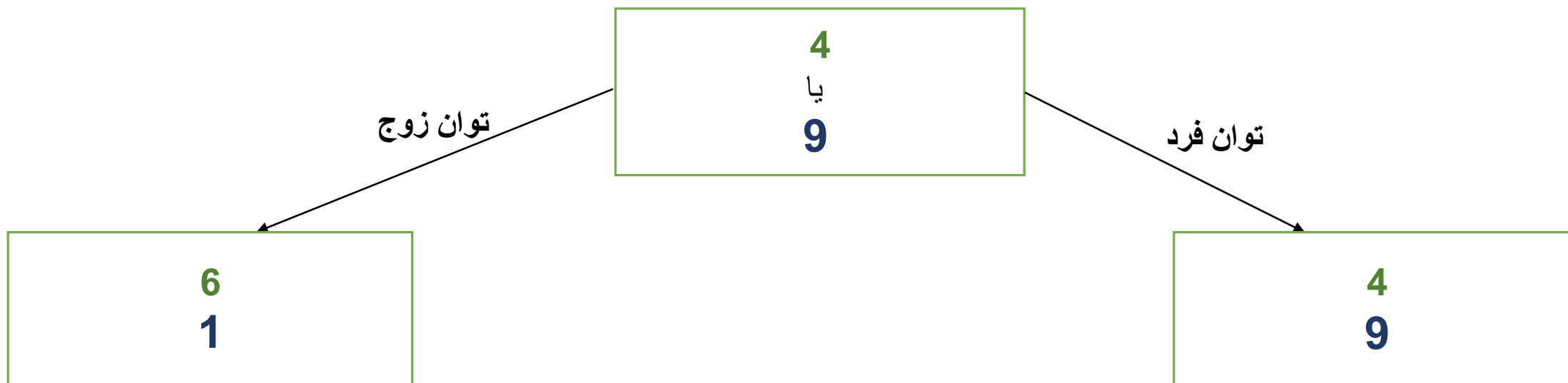
چند است؟

$$12 = 6 + 5 + 1$$

جواب: 2

رقم یکان:

- اگر رقم یکان عددی توان دار (توان مثبت و مخالف صفر) برابر با (4 یا 9) باشد، رقم یکان جواب بستگی به زوج بودن یا فرد بودن توان دارد.



مثال: رقم یکان اعداد را بیابید.

$$19^4 \cdot$$

$$19^5 \cdot$$

با توجه به نکته قبل: یکان 19^4 برابر با 1 و یکان 19^5 برابر با 9 است.

$$19^4 = 130321$$

$$19^5 = 2476099$$

نکته: هر عدد فرد به هر توانی برسد، عددی فرد میشود و هر عدد زوج به هر توانی برسد عددی زوج میشود. (توان باید عددی طبیعی باشد)

تعداد ارقام اعداد توان دار:

برای به دست آوردن تعداد ارقام یک عدد توان دار در صورتی که بتوان در تجزیه آن توان های عدد 10 را ساخت آنگاه تعداد ارقام برابر است با توان عدد 10 به اضافه تعداد ارقام باقیمانده به عبارت دیگر اگر توانستیم عدد را به فرم

$$m \times 10^n$$

تبدیل کنیم آنگاه تعداد ارقام عدد مورد نظر برابر با مجموع n و تعداد ارقام m میشود. (m, n طبیعی)

مثال: تعداد ارقام عدد $8^{12} \times 250^{20}$ چند است؟

- $8^{12} \times 250^{20} = (2^3)^{12} \times (2 \times 5^3)^{20} =$

- $2^{36} \times 2^{20} \times 5^{60} =$

- $2^{56} \times 5^{56} \times 5^4 = 10^{56} \times 625$



$M=625, n=56$

- پس تعداد ارقام عدد برابر با 56 به علاوه 3، یعنی عدد حاصل 59 رقم دارد

نکته:

• در محاسبه تعداد ارقام عدد توان دار میتوان 2^{10} را تقریباً برابر با 1000 گرفت.

$$(2^{10} = 1024 \cong 1000) \bullet$$

• مثال: تعداد ارقام 2^{40} را بدست آورید:

$$2^{40} = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \cong \\ 1000 \times 1000 \times 1000 \times 1000 = 10^{12}$$

پس عدد مورد نظر 13 رقم دارد.

• مثال: عدد 2^{2011} چند رقم است (در جزوه است، دانش آموز بررسی کند)

نکته:

- اگر عدد توان دار m بین دو توان متوالی عدد 10 قرار گیرد، یعنی
- $10^n < m < 10^{n+1}$ باشد، انگاه عدد مورد نظر $n+1$ رقم دارد.
- برای مثال $10^{1+1} > 58 > 10^1$ ، یعنی ارقام 58 دو رقم دارد. 😊

مثال: عدد 3^{40} چند رقم دارد؟

- $3^2 = 9 * 3^3 = 27 * 3^4 = 81 * 3^5 = 243$
- $80 < 81 = 3^4 < 100 = \overline{10^2}$

طرفین نامساوی را به توان 10 میرسانیم(قانون توان در توان)

-
- $80^{10} < 3^{40} < 10^{20}$
 - $(2^3 \times 10)^{10} < 3^{40} < 10^{20}$
 - $2^{30} \times 10^{10} < 3^{40} < 10^{20}$
 - $2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 10^{10} < 3^{40} < 10^{20}$
 - $10^3 \times 10^3 \times 10^3 \times 10^{10} < 3^{40} < 10^{20}$
 - $10^{19} < 3^{40} < 10^{20}$

عدد مورد نظر 20 رقم دارد

نکته:

• برای به دست آوردن تعداد رقم های صفر جلو یک عدد آن را به عوامل اول تجزیه میکنیم. کوچکترین توان های عامل 2 و 5 برابر با صفرهای جلو عدد میباشد. (واضح است اگر عدد دارای فقط عامل 2 و یا 5 بود جلوی عدد هیچ صفری ظاهر نمیشود.)

• مثال:

عدد $2^7 \times 3^4 \times 5^6 \times 11$ چند رقم صفر جلوی خود دارد و چند رقم دارد. چون کوچکترین توان عامل 5 و دو برابر با 6 است پس 6 رقم صفر جلوی خود دارد به عبارتی

$$\bullet 2^7 \times 3^4 \times 5^6 \times 11 = 10^6 \times 2 \times 3^4 \times 11 = 1782 \times 10^6$$

• عدد حاصل 10 رقمی است.

نکته:

• تعداد صفرهای سمت راست عدد $n!$ به تعداد عاملهای 5 در تجزیه آن است.

مثال: عدد

$$15! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15$$

چون سه عامل 5 پیدا شد این عدد سه صفر جلوی خود دارد.

• اگر دو رقم آخر عددی 01 باشد این عدد به هر توان عدد طبیعی برسد حاصل باز به 01 ختم میشود

نکته:

- اگر عددی را به عوامل اول تجزیه کردید و همه توانهای این عوامل زوج بود این عدد مربع کامل است و اگر همه توانهای عدد مضرب 3 بود این عدد مکعب کامل است و اگر همه توانهای عوامل عدد، مضرب 6 بود، عدد هم مربع کامل و هم مکعب کامل است.
- مثال: عدد $5^2 \times 11^6$ مربع کامل است و عدد $5^3 \times 7^6$ مکعب کامل و عدد $3^6 \times 17^{12}$ هم مکعب کامل و هم مربع کامل است.

چند فرمول کاربردی:

$$a) 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$b) 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$$

$$c) 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

$$d) 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

تعریف دنباله منظم:

- اگر در یک الگو فاصله میان اعداد متوالی یکسان باشد به آن دنباله، دنباله منظم گفته میشود.
- در یک دنباله منظم میتوان تعداد اعداد دنباله منظم و مجموع اعداد دنباله منظم و همچنین میانگین اعداد دنباله منظم را بدست آورد.

محاسبه تعداد ، میانگین و مجموع اعداد یک دنباله منظم:

تعداد اعداد دنباله منظم برابر است با $\frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر} + 1}{\text{فاصله بین اعداد دنباله}}$

میانگین اعداد دنباله برابر است برابر است با $\frac{\text{عدد اول} + \text{عدد آخر}}{2}$

مجموع اعداد دنباله منظم برابر است با :تعداد اعداد دنباله \times میانگین اعداد دنباله

مثال: در دنباله زیر مجموع، میانگین و تعداد اعداد دنباله را بدست آورید.

3,6,9,12,.....,39

- تعداد اعداد دنباله

$$\frac{39 - 3}{3} + 1 = 13$$

- میانگین اعداد دنباله

$$\frac{3 + 39}{2} = 21$$

- مجموع اعداد دنباله

$$21 \times 13 = 273$$