



مکات کلیدی و مهم تناسب ریاضی ششم ابتدایی

وژه شرکت کنندگان در آزمون تیزهوشان و مدارس نمونه دولتی

ریاضی

ششم ابتدایی

۰۹۱۲۷۶۳۷۴۱۴



www.riazi6.ir

۷۷۱۹۸۰۳۷ - ۴۴۴۲۲۹۶۷



www.riazi6.ir
۰۹۱۲۷۶۳۷۴۱۴

تصمیم به موقع راز موفقیت شماست

تدریس

خصوصی

ششم دبستان

توسط دبیران رسمی و مولفان کتاب

در منزل شما یا موسسه

کلیه دروس کلیه مناطق

دریافت شهریه به صورت اقساط طی دوره

پیکری مستمر و برگزاری آزمون های پیشرفت تفصیلی رایگان طی دوره آموزشی

۷۷۱۹۸۰۳۷

شرق و مرکز

۴۶۰۴۹۲۳۲

غرب

۲۲۸۹۳۸۷۴

شمال



تعریف نسبت

للال ۱. نسبت مربع‌ها به دایره‌ها برابر ۴ به ۳ است.

رابطه‌ای که مشخص می‌کند یک کمیت چند برابر کمیت دیگر است را «نسبت» می‌گویند. نسبت کمیت a به b را به صورت $\frac{a}{b}$ نشان می‌دهند. کمیت به هر چیز قابل اندازه‌گیری گفته می‌شود. در شکل روبه‌رو نسبت دایره‌ها به مربع‌ها ۳ به ۴ و نسبت مربع‌ها به دایره‌ها ۴ به ۳ می‌باشد.

تناسب

تساوی دو نسبت را تناسب گوئیم. مثلاً دو کسر $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ یک تناسب را تشکیل می‌دهند. اعداد ۲ و ۹ را طرفین تناسب و اعداد ۳ و ۶ را وسطین تناسب می‌گویند. در یک تناسب، همیشه حاصل ضرب طرفین، با حاصل ضرب وسطین برابر است.

$$2 \times 9 = 3 \times 6$$

در یک تساوی اگر یک طرف از نسبت‌ها، مشخص نباشد. مثلاً $\frac{3}{5} = \frac{9}{\square}$ با ضرب کردن نسبت معلوم (طرفین، وسطین کردن نسبت‌ها) می‌توانیم مقدار نامعلوم را به دست آوریم.

$$\frac{3}{5} = \frac{9}{\square} = \frac{9 \times 5}{3} = \frac{45}{3} = 15$$

بهتر است قبل از انجام ضرب، در صورت امکان صورت و مخرج را ساده کنیم.

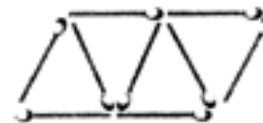
$$\frac{5}{6} = \frac{30}{\square} = \frac{30 \times 6}{5} = 36$$

دو کمیت را وقتی متناسب می‌گوئیم که با تغییر یکی از آن‌ها، دیگری نیز به گونه‌ای تغییر کند که نسبت آن‌ها ثابت بماند. مثلاً در جدول زیر بین نسبت تعداد اتومبیل سمند و لاستیک تناسب برقرار است.

خودرو سمند	۱	۲	۳	۴
لاستیک	۴	۸	۱۲	۱۶
ساده شده‌ی نسبت‌ها	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

برخی از کمیت‌ها با یکدیگر متناسب نیستند. به جدول زیر توجه کنید و جدول را کامل

تعداد مثلث	۱	۲	۳	۴	۵	۶
تعداد چوب کبریت	۳	۵				



نمایید.

آیا جدول فوق یک جدول تناسب است؟ چرا؟



پاسخ: خیر؛ زیرا بین تعداد چوب کبریت‌ها و مثلث‌ها تناسب برقرار نیست.

تمرین

با ذکر دلیل بیان کنید آیا بین مقادیر زیر تناسب برقرار است یا خیر؟

الف. اندازه‌ی طول مستطیل با محیط آن.

ب. اندازه‌ی ضلع لوزی به محیط آن.

ج. اندازه‌ی مساحت مربع به اندازه‌ی ضلع آن.

د. تعداد مسافران یک اتوبوس و زمان رسیدن به مقصد.



انواع تناسب

۱. تناسب مستقیم

هر گاه دو کمیت چنان به هم مربوط باشند که افزایش یکی از آن‌ها، باعث افزایش دیگری، و کاهش یکی از آن‌ها باعث کاهش دیگری شود می‌گوییم بین آن‌ها دو نسبت تناسب مستقیم وجود دارد.

اتومبیلی در هر ۱۰۰ کیلومتر مقدار ۸ لیتر بنزین مصرف می‌کند. این اتومبیل برای یک مسیر ۲۵۰ کیلومتری چند لیتر بنزین مصرف می‌کند؟

$$\text{حل:} \quad \frac{100 \text{ کیلومتر}}{250} \mid \frac{8}{\square} \quad \square = \frac{250 \times 8}{100} = 20$$

تسهیم به نسبت

گاهی در جدول تناسب ردیفی به نام مجموع اضافه می‌کنیم و از آن مجموع به نسبت دو یا چند ردیف دیگر سهم‌بندی می‌کنیم و یا به عبارتی تسهیم به نسبت می‌کنیم.

برای تهیه‌ی رنگ سبز ۳ کیلوگرم رنگ آبی را با ۲ کیلوگرم رنگ زرد مخلوط می‌کنند، برای تهیه‌ی ۳۵ کیلوگرم رنگ سبز به چند کیلوگرم رنگ زرد نیاز داریم؟

$$\text{حل:} \quad \frac{\text{زرد}}{\text{سبز}} = \frac{2}{5} = \frac{\square}{35} \quad 3 + 2 = 5$$

$$\square = \frac{2 \times 35}{5} = 14 \quad \text{رنگ زرد نیاز داریم}$$

تشریح

کشاورزی سه نوع کود شیمیایی را به نسبت ۱، ۲ و ۵ با یکدیگر مخلوط می‌کند، او در هر هکتار ۹۶ کیلوگرم کود مصرف می‌کند. برای ۵ هکتار زمین، او به چند کیلوگرم از هر نوع کود نیاز دارد؟

اولاً: برای ۵ هکتار زمین، به $480 = 96 \times 5$ کیلوگرم کود نیاز دارد.
دوماً: طبق جدول زیر مقدار هر نوع کود مشخص می‌گردد.

$$1 + 2 + 5 = 8$$

$$\square = \frac{1 \times 480}{8} = 60$$

$$\square = \frac{2 \times 480}{8} = 120$$

$$\square = \frac{5 \times 480}{8} = 300$$

نوع اول	۱	<input type="checkbox"/>
نوع دوم	۲	<input type="checkbox"/>
نوع سوم	۵	<input type="checkbox"/>
مجموع	۸	۴۸۰

مجموع نسبت‌ها

کیلوگرم از نوع اول

کیلوگرم از نوع دوم

کیلوگرم از نوع سوم

انواع مسائل تناسب

مسائل تناسب معمولا به یکی از چهار حالت زیر مربوط می‌گردد.

حالت اول: استفاده‌ی مستقیم از نسبت دو چیز.

نسبت دو عدد به هم ۳ به ۴ می‌باشد، اگر عدد کوچک‌تر ۱۸ باشد، عدد بزرگ‌تر چند

است؟

$$\begin{array}{r|l} 3 \times 6 & 18 \\ \hline 4 \times 6 & (24) \end{array}$$

پاسخ:

حالت دوم: استفاده از یکی از نسبت‌ها و مجموع نسبت‌ها.

می‌خواهیم ۱۰۰ عدد گردو را به نسبت ۲، ۳ و ۵ بین سه نفر تقسیم کنیم، به نفر وسط

مجموع نسبت‌ها $2 + 3 + 5 = 10$

چند گردو می‌رسد؟

حل:
$$\begin{array}{r|l} 3 & 30 \\ \hline 2 & 20 \\ \hline 5 & 50 \end{array}$$

حالت سوم: استفاده از یکی از نسبت‌ها و تفاضل نسبت‌ها.

نسبت سن علی به رضا مثل $\frac{3}{4}$ است، اگر اختلاف سن آن‌ها ۱۲ سال باشد، رضا چند سال

دارد؟

حل: اختلاف نسبت‌ها $4 - 3 = 1$

$$\begin{array}{r|l} 4 & 48 \\ \hline 3 & 36 \end{array}$$

اختلاف سن رضا ۱۲

حالت چهارم: استفاده از مجموع و تفاضل نسبت‌ها.

تعدادی نان خامه‌ای و نان شکلاتی درون یک سینی قرار دارند. اگر نسبت نان‌های خامه‌ای

به نان‌های شکلاتی مثل ۲ به ۵ باشد و بدانیم که تعداد کل نان‌ها ۲۸ تا می‌باشد، اختلاف

نان‌های خامه‌ای و شکلاتی چند تا است؟

حل: اختلاف $5 - 2 = 3$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 12 \\ \hline 5 & 20 \end{array}$$

مجموع $5 + 2 = 7$

گاهی نسبت‌ها به صورت کسری داده می‌شوند که به روش زیر عمل می‌کنیم.
«ابتدا آن‌ها را هم‌مخرج کرده، سپس از مخرج‌ها صرف‌نظر کرده و سپس صورت‌های کسره‌های حاصل را به عنوان نسبت طبیعی در نظر می‌گیریم.»

یعنی آنکه، آن نسبتی که در هر دو مشترک است از طریق مخرج مشترک گرفتن یکسان نموده و سپس مسئله را حل کنیم.

اگر نسبت سن علی به رضا مثل ۲ به ۳ و نسبت سن رضا به امیر $\frac{4}{5}$ باشد، برای پیدا کردن نسبت‌های این سه نفر، باید عدد مشترک (رضا) را در هر دو نسبت یکی کنیم. (مانند مخرج مشترک گرفتن)

حل: تمام نسبت‌های $\frac{1}{12}$ ، $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{4}$ را هم‌مخرج کرده و سپس از مخرج‌ها صرف‌نظر می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} 3 \quad 8 \quad 1 \\ 12 \quad 12 \quad 12 \\ \hline 3 + 8 + 1 = 12 \end{array}$$

مجموع نسبت‌ها

$$\begin{array}{r|l} 1 & 2 \\ \hline 3 & 12 \\ \hline 8 & 32 \\ \hline \text{مجموع} & 48 \end{array}$$

نسبت واحد ندارد.

هر نسبت باید صورت و مخرج پر حسب یک واحد معین باشند. $\frac{۷۵}{۳۰۰۰}$ یا $\frac{۷۵}{۳۰۰}$ است. زیرا باید دو را بر حسب گرم و یا بر حسب کیلوگرم بنویسیم.

توجه. «اگر گفته شود نسبت دایره‌ها به مربع‌ها $\frac{۳}{۴}$ می‌باشد، یعنی همان ۳ به ۴ است.»

گاهی اوقات در مسائل تناسب، برای ۳ نفر، چهار نسبت می‌آید. که باید چهار نسبت را به ۳ نسبت تبدیل کنیم.

یعنی آنکه، آن نسبتی که در هر دو مشترک است از طریق مخرج مشترک گرفتن یکسان نموده و سپس مسئله را حل کنیم.

اگر نسبت سن علی به رضا مثل ۲ به ۳ و نسبت سن رضا به امیر $\frac{۴}{۵}$ باشد، برای پیدا کردن نسبت‌های این سه نفر، باید عدد مشترک (رضا) را در هر دو نسبت یکی کنیم. (مانند مخرج مشترک گرفتن)

$$\frac{\text{علی}}{\text{رضا}} = \frac{۲}{۳} \quad \frac{\text{رضا}}{\text{امیر}} = \frac{۴}{۵} \rightarrow \frac{\text{امیر}}{\text{رضا}} = \frac{۵}{۴}$$

$$\text{مخرج مشترک} : \frac{۲}{۳} \times \frac{۴}{۴} = \frac{۸}{۱۲} = \frac{\text{علی}}{\text{رضا}}$$

$$\frac{۵}{۴} \times \frac{۳}{۳} = \frac{۱۵}{۱۲} = \frac{\text{امیر}}{\text{رضا}}$$

یعنی نسبت سن علی، رضا و امیر ۸، ۱۲ و ۱۵ می‌باشد.

گاهی اوقات نسبت‌ها را به صورت‌های دیگری نیز بیان می‌کنند که به برخی از آن‌ها اشاره می‌شود.

اگر گفته شود ۳ برابر پول علی با ۵ برابر پول امیر برابر است یعنی نسبت پول علی به پول امیر مثل ۵ به ۳ می‌باشد (نه ۳ به ۵) زیرا در حقیقت پول علی بیشتر است.

$$\frac{\text{پول اولی}}{\text{پول دومی}} = \frac{۵}{۳} \quad ۵ \times \text{پول دومی} = ۳ \times \text{پول اولی}$$

اگر نسبت پول رضا به امیر $\frac{۱}{۳}$ به $\frac{۱}{۴}$ باشد، یعنی نسبت پول رضا به پول امیر مثل ۲ به ۳ می‌باشد (نه ۳ به ۲) زیرا:

$$\frac{\text{پول رضا}}{\text{پول امیر}} = \frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۱}{۴}} = \frac{۱ \times ۲}{۱ \times ۳} = \frac{۲}{۳}$$

گاهی اوقات نسبت‌ها را طوری می‌دهند که باید شی مورد نظر را برعکس نسبت‌ها تقسیم کنیم.

محمد کاری را در ۵ روز و علی همان کار را در ۸ روز انجام می‌دهد، اگر آن‌ها هر دو با هم کار کنند و مبلغ ۲۶۰۰۰ تومان دریافت کنند سهم هر کدام چقدر است؟

$$\frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۸} = \frac{۸}{۴۰} + \frac{۵}{۴۰} = \frac{۱۳}{۴۰} \rightarrow ۸ + ۵ = ۱۳ \quad \text{مجموع نسبت‌ها}$$

سهم علی	۱۰۰۰۰	$۲۶۰۰۰ - ۱۶۰۰۰ =$
سهم محمد	۱۶۰۰۰	
کل	۲۶۰۰۰	

در مسائل نسبت و تناسب وقتی گفته می‌شود:

یکی ربع دیگری است، یعنی ۱ به ۴.

یکی سه برابر دیگری است یعنی ۳ به ۱.

یکی $\frac{۳}{۴}$ دیگری است یعنی ۳ به ۴.

یکی $\frac{۲}{۳}$ دیگری است. ابتدا باید عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنیم، که می‌شود $\frac{۵}{۳}$ یعنی ۵ به ۳.

یکی ۰٫۷۵ دیگری است، یعنی $\frac{۳}{۴}$ یا ۳ به ۴.

یکی ۰٫۲۵ دیگری است، یعنی ۱ به ۴.

نسبت دو عدد ۲ می‌باشد، یعنی ۲ به ۱.

نسبت دو عدد ۱٫۵ می‌باشد، یعنی $\frac{۱}{۲}$ یا $\frac{۳}{۲}$ یعنی ۳ به ۲.

یکی ۱٫۲ برابر دیگری است یا $\frac{۲}{۱۰}$ یا $\frac{۱۲}{۱۰}$ یا $\frac{۶}{۵}$ ، یعنی ۶ به ۵.

توجه. هر گاه نسبت‌ها کسری و یا اعشاری باشند، می‌توان آن‌ها را در عددی دلخواه ضرب کرد.

نسبت پول علی به رضا $\frac{۱}{۲}$ است به $\frac{۲}{۵}$ ، اگر مجموع پول آن‌ها ۱۸۰۰۰ تومان باشد. پول علی چند تومان است؟

$$\text{علی} = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ = ۵ \quad \text{رضا} = \frac{۲}{۵} \times ۱۰ = ۴$$

مجموع نسبت‌ها ۹

علی ۵	۱۰۰۰
کل ۹	۱۸۰۰۰

آموزش نکات پیشرفته

الف نسبت و تناسب (ب) تناسب معکوس

هر گاه دو کمیت چنان به هم مربوط باشند که اگر مقدار یکی را زیاد کنیم، مقدار دیگری کم شود، می‌گوییم بین آن دو تناسب معکوس برقرار است.

به مثال‌های زیر توجه کنید.

اگر برای انجام کاری ۲۴ روز زمان لازم باشد، روش‌های ممکن را با افزایش تعداد کارگران بررسی کنید؟

کارگر	۱	۲	۳	۴	۸	۱۲
روز	۲۴	۱۲	۸	۶	۳	۲

همان گونه که می‌بینید، چون کل کار ثابت است، با افزایش تعداد کارگران، روزهای انجام

کار کاهش می‌یابد و با کاهش تعداد کارگران مقدار روزها افزایش می‌یابد. از این روش

برای حل مسائل تناسب معکوس استفاده می‌کنیم.

توجه. «در تناسب معکوس حاصل ضرب سطرها با هم برابرند.»

رضا با روزی ۳ ساعت مطالعه، کتابی را ۱۵ روزه مطالعه می‌کند. اگر او روزانه ۵ ساعت مطالعه کند، این کتاب چند روزه مطالعه می‌شود.

کاهش تعداد روزهای مطالعه = افزایش ساعت مطالعه

$$\begin{array}{cccc} \text{ساعت} & \text{روز} & \text{ساعت} & \text{روز} \\ ۳ & \times & ۱۵ & = & ۵ & \times & \square & \rightarrow & \square & = & \frac{۳ \times ۱۵}{۵} & = & \frac{۴۵}{۵} & = & ۹ \text{ روز} \end{array}$$

توجه. «در تناسب معکوس از این خاصیت که حاصل ضرب دو کمیت باید مقدار ثابتی باشد، استفاده می‌کنیم.»

چهار کارگر کاری را ۱۰ روز تمام می‌کنند، پنج کارگر همان کار را چند روزه انجام می‌دهند؟

$$\begin{array}{cc|c} \text{کارگر} & \text{روز} & \\ ۴ & ۱۰ & \rightarrow ۴ \times ۱۰ = ۵ \times \square \rightarrow \square = \frac{۴ \times ۱۰}{۵} = ۸ \text{ روز تمام می‌کنند} \\ \hline ۵ & \square & \end{array}$$

هرگاه دو نفر و یا دو چیز، هر کدام به تنهایی کار یکسانی را در زمان معینی انجام دهند و چنانچه قرار باشد همان مقدار کار را به طور مشترک و با هم انجام دهند. کافی است مقدار زمان‌های هر ۲ نفر را در صورت کسر ضرب کرده و در مخرج کسر مقدار کار هر دو نفر را با هم جمع کنیم، کسر به دست آمده مقدار کار انجام شده به طور مشترک را نشان خواهد داد.

$$\frac{\text{حاصل ضرب دو عدد}}{\text{مجموع دو عدد}} \quad \text{یا} \quad \frac{\text{عدد دوم} \times \text{عدد اول}}{\text{عدد دوم} + \text{عدد اول}} = \text{مقدار کار انجام شده توسط دو نفر}$$

نیما کاری را در ۴ روز و نادر همان کار را در ۱۲ روز انجام می‌دهد، اگر قرار باشد هر دو با هم همان کار را انجام دهند، کار در چند روز تمام می‌شود؟

راه حل اول:

$$\frac{۴ \times ۱۲}{۴ + ۱۲} = \frac{۴۸}{۱۶} = ۳$$

یعنی این کار در ۳ روز تمام می‌شود

راه حل دوم:

برای حل این گونه سوالات، یک راه حل تشریحی نیز وجود دارد که به صورت زیر است.

کل کار	در یک روز	کار	کار	$\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$
نیما	۴ روز	$\frac{1}{4}$	کار	
نادر	۱۲ روز	$\frac{1}{12}$	کار	

یعنی این که اگر هر دو با هم کار کنند در یک روز $\frac{1}{3}$ از کار را انجام می‌دهند، بنابراین کل

کار در ۳ روز تمام می‌شود.

چنانچه در نکته‌ی بالا، کاری که دو نفر یا دو چیز انجام می‌دهند، برعکس باشد، باید در صورت دو کسر، دو عدد را ضرب کنیم و در مخرج کسر، آن دو مقدار را از هم کم کنیم.

$$\text{تفاضل (اختلاف) دو عدد} \quad \text{یا} \quad \frac{\text{عدد دو} \times \text{عدد اول}}{\text{عدد دوم} - \text{عدد اول}} = \text{فرمول}$$

شیر آبی، استخری را در ۴ ساعت پر می‌کند و شیر دیگری آن را در ۶ ساعت خالی می‌کند. اگر هر دو شیر با هم باز باشند، استخر چند ساعت پر می‌شود؟

$$\text{ساعت} \quad ۱۲ = \frac{۲۴}{۲} = \frac{۶ \times ۴}{۶ - ۴}$$

توجه: هرگاه تعداد افراد بیشتر از دو نفر باشند (مثلاً ۳ نفر به روش زیر عمل می‌کنیم).

۱. ابتدا می‌توان جواب دو نفر را با هم حساب کنیم و سپس حاصل را به عنوان یک نفر جدید در نظر گرفته و با نفر سوم حل کنیم.

علی کاری را در ۳ ساعت و رضا همان کار را در ۶ ساعت و جواد در ۱۰ ساعت آن را انجام می‌دهند. اگر هر سه نفر به طور هم‌زمان بخواهند آن کار را انجام دهند، کار در چند ساعت انجام می‌شود؟

$$\text{راه حل اول: ابتدا مقدار انجام شده توسط دو نفر را به دست می‌آوریم.} \quad \frac{۳ \times ۶}{۳ + ۶} = \frac{۱۸}{۹} = ۲$$

اکنون حاصل به دست آمده را به عنوان یک نفر در نظر گرفته و با نفر سوم حل می‌کنیم.

$$\frac{۲ \times ۱۰}{۲ + ۱۰} = \frac{۲۰}{۱۲} = \frac{۱۰}{۶} = ۱\frac{۴}{۶}$$

یعنی این کار در $۱\frac{۴}{۶}$ ساعت انجام می‌پذیرد. (یعنی یک ساعت و ۴۰ دقیقه)

۲. می‌توان برای حل مسئله‌ی بالا از فرمول زیر استفاده نمود.

$$(\text{عدد سوم} \times \text{عدد دوم} \times \text{عدد اول})$$

$$= (\text{عدد سوم} \times \text{عدد دوم}) + (\text{عدد سوم} \times \text{عدد اول}) + (\text{عدد دوم} \times \text{عدد اول})$$

به عنوان مثال، سوال بالا را می‌توان این‌گونه حل نمود:

$$\frac{۳ \times ۶ \times ۱۰}{۳ \times ۶ + ۳ \times ۱۰ + ۶ \times ۱۰} = \frac{۱۸۰}{۱۸ + ۳۰ + ۶۰} = \frac{۱۸۰}{۱۰۸} = ۱\frac{۴}{۶}$$

۳. می‌توان مقدار کار هر نفر را در یک روز جداگانه به دست آورد و سپس آن‌ها را با هم

جمع کرد تا مقدار کار آن‌ها را در یک ساعت به دست آورد.

به عنوان مثال، سوال بالا را می‌توان به شکل زیر حل نمود:

کل کار	در یک ساعت	کار
(علی) ۳ ساعت	$\frac{۱}{۳}$	کار
(رضا) ۶ ساعت	$\frac{۱}{۶}$	کار
۱۰ ساعت	$\frac{۱}{۱۰}$	کار

$$\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۱۰} = \frac{۲۰}{۶۰} + \frac{۱۰}{۶۰} + \frac{۶}{۶۰} = \frac{۳۶}{۶۰} = \frac{۶}{۱۰}$$

اگر هر سه نفر به طور مشترک با هم کار کنند، در یک ساعت $\frac{6}{10}$ کار انجام می‌گیرد، بنابراین کل کار در $\frac{10}{6}$ ساعت تمام می‌شود.

یعنی $\frac{10}{6} = 1\frac{4}{6}$ ساعت

تناسب مرکب

به تناسبی که بیش از دو قسمت متناسب دارد، تناسب مرکب می‌گویند. این تناسب‌ها، گاهی هر دو معکوس و گاهی یکی معکوس و دیگری مستقیم می‌باشد.

برای حل این گونه تناسب‌ها، کمیت‌هایی که با یکدیگر نسبت عکس دارند را در هم ضرب کرده و بر کمیتی که با بقیه‌ی کمیت‌ها نسبت مستقیم دارد تقسیم می‌کنیم.

اگر ۱۰ گاو در ۲۰ روز ۱۰۰ لیتر شیر بدهند، ۵ گاو در ۵ روز چند لیتر شیر می‌دهند؟

حل: تعداد گاوها با تعداد روزها تناسب معکوس دارند، اگر تعداد گاوها را دو برابر کنیم تعداد روزها نصف می‌شود تا ما بتوانیم ۱۰۰ لیتر شیر به دست آوریم. از طرف دیگر

حاصل ضرب تعداد گاوها در تعداد روزها با مقدار شیر تناسب مستقیم دارد. بنابراین

$$\frac{10 \times 20}{100} = \frac{5 \times 5}{\square} \rightarrow \square = \frac{100 \times 5 \times 5}{10 \times 20} = \frac{2500}{200} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ لیتر}$$

۱۵ کارگر $\frac{2}{5}$ کاری را در ۱۰ روز تمام می‌کنند، چند کارگر بقیه‌ی کار را در ۳ روز انجام

می‌دهند؟ پاسخ: راه حل اول: بقیه‌ی کار $\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$

$$\frac{15}{10} = \frac{\frac{1}{5}}{\square} \rightarrow \square = \frac{\frac{1}{5} \times 10}{\frac{15}{10}} = \frac{2}{15} = \frac{150}{15} = 10$$

بقیه‌ی کار $(\frac{3}{5})$ در ۱۵ روز تمام خواهد شد.

$$\text{روز } 3 \times \text{کارگر } \square = \text{روز } 15 \times 15 \text{ کارگر}$$

$$\square = \frac{15 \times 15}{3} = 75 \text{ کارگر}$$

راه حل دوم: ابتدا تناسب مرکب را به تناسب‌های ساده تقسیم نموده و سپس مسئله را حل می‌کنیم.

روز	کار	کارگر
۱۰	$\frac{2}{5}$	۱۵
۳	$\frac{3}{5}$	\square

$$\square = \frac{15 \times \frac{2}{5} \times 10}{3} = \frac{15 \times 5}{3} = 75$$

در تناسب‌های معکوس، که مقدار کار انجام شده به صورت کسری می‌آید، همواره باید دقت نمود که از روش ۷ و ۸ یعنی \times استفاده نمود.

۸ کارگر $\frac{5}{8}$ کاری را در مدت زمان ۱۵ روز انجام می‌دهند، همان تعداد کارگر $\frac{3}{8}$ کار

در چه مدت زمان انجام می‌دهند؟

روز	کار	کارگر
۱۵	$\frac{5}{8}$	۸
□	$\frac{3}{8}$	۸

$$\square = \frac{8 \times \frac{3}{8} \times 15}{8 \times \frac{5}{8}} = \frac{45}{5} = 9 \quad \text{حل:}$$

یعنی این کار که کار در ۹ روز انجام می‌پذیرد.

در این نوع تناسب معکوس، همواره مقدار کار باید در وسط قرار گیرد.

اگر به صورت و مخرج نسبتی یک عدد مثبت اضافه کنیم:

الف. اگر نسبت از واحد بزرگ‌تر باشد، مقدار آن کم می‌شود.

$$\frac{3}{2} > \frac{3+1}{2+1} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{3}{2} > \frac{4}{3} \quad \text{مثل:}$$

ب. اگر نسبت‌ها با هم مساوی باشند، مقدار آن تغییری نمی‌کند.

$$\frac{4}{4} = \frac{4+1}{4+1} = \frac{5}{5} \quad \text{مثل:}$$

ج. اگر نسبت از واحد کوچک‌تر باشد، مقدار آن زیاد می‌شود.

$$\frac{1}{5} < \frac{1+2}{5+2} = \frac{3}{7} \rightarrow \frac{1}{5} < \frac{3}{7} \quad \text{مثل:}$$