مروری بر روش های شکل دادن به بیم در آرایه های آنتن

دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده ی برق و کامپیوتر

چکیده

تقاضا برای سرویس های مخابرات بی سیم پیشرفت روز افزون و پر سرعتی دارد. یکی از مشکلات موجود در سیستم های مخابراتی، محدودیت باند های فرکانسی در دسترس، برای پاسخگویی به این تقاضا است. پردازش آرایه به معنای پردازش سیگنال های رسیده به المان های یک آرایه ی آنتن، برای دستیابی به اهداف مختلف می باشد. پیش بینی می شود پردازش آرایه بتواند نقش مهمی در برآورده کردن تقاضای روز افزون برای سرویس های مخابرات بی سیم، ایفا کند. یکی از قابلیت های مهم پردازش آرایه، شکل دادن به بیم آرایه ی آنتن است.یعنی قرار دادن null در پترن آنتن در جهت interferer ها و شکل دادن بیم اصلی آنتن در جهت منبع سیگنال دلخواه. در این مقاله مروری بر روش های مختلف شکل دادن به بیم کرده و کاربردها، محاسن و معایب هر کدام را بررسی می نماییم.همچنین اشاره ای به الگوریتم های بیم فرمینگ adaptive خواهیم کرد. به علاوه به طور مختصر اثر شرایط غیر ایده آل در عملکرد بیم فرمرها را بررسی می کنیم.

مقدمه

با توجه به افزایش روزافزون تقاضا برای سرویس‌های مخابرات بی سیم و محدودیت spectrum در دسترس، راه حلهای مختلفی برای پاسخگویی به این تقاضا در کنار این محدودیت، پیشنهاد شده است. از جمله استفاده از آرایه‌های آنتن وcognitive radio .

آرایه های آنتن با روش های پردازش آرایه، در واقع به صورت فیلتر فضایی عمل کرده از این طریق، امکان استفاده ی تعدادی user به طور همزمان از یک کانال فرکانسی را فراهم می‌کنند.آنتن هوشمند (smart antennaیک آرایه ی آنتن است وکلمه ی هوشمند به این ویژگی اشاره دارد که آنتن هوشمند با هدایت توسط الگوریتم‌های هوشمند، می‌تواند به منظور دستیابی به عملکرد مطلوب، خود را به صورت دینامیکی با محیط اطرافش سازگار نماید.

آنتن هوشمند به2 طریق سبب افزایش قابلیت اطمینان و ظرفیت سیستم می‌گردد:

اول: تکنیک‌های diversity combining. یعنی با ترکیب سیگنالهای دریافتی توسط آنتن های مختلف به طریق مناسب ،فیدینگ را که عمدتاً ناشی از انتشار چندمسیری است، کاهش می‌دهد. در بیشتر محیط‌ها، دایورسیتی فضایی حاصل از ترکیب سیگنالهای آنتن های مختلف، یک راه عملی ومؤثر و بنابراین پراستفاده است.

دوم: شکل دادن به بیم که از طریق کاهش interference و فیدینگ چند مسیری، ظرفیت سیستم را افزایش می‌دهد.

اولین مورد استفاده از آنتن هوشمند حدود 40 سال قبل در یک سیستم رادار بوده است. در تکنولوژی امروز با توجه به فضا و توان مورد نیازش، آنتن هوشمند، در base-station ها استفاده می‌شود و استفاده از آن در ترمینالهای موبایل هنوز در مرحله‌ی پژوهشی قرار دارد. انتظار می‌رود در آینده پیشرفت تکنولوژی امکان استفاده از آنتن هوشمند را در ترمینالها نیز همانند base-station ها فراهم آورد.

Cognitive radio با ایجاد امکان دسترسی فرصت طلبانه (opportunistic) به spectrum، سعی در بهینه سازی استفاره از پهنای باند می کند.این رادیو در واقع نسخه ی پیشرفته ی رادیونرم افزاری است.

رادیو نرم افزاری و آنتن هوشمند به پیشرفت و تحقق اهداف هم کمک می کنند.رادیونرم افزاری، نرم افزار و سخت افزار انعطاف پذیر مورد نیاز آنتن هوشمند را فراهم می کند.آنتن هوشمند هم با اجرای الگوریتم های پردازش سیگنال مختلف روی سیگنال های دریافتی توسط المان هایش، به رادیو نرم افزاری در رسیدن به اهدافی چون عملکرد مناسب در شرایط مختلف کانال وکار با سیستم های دارای فرکانس های مختلف،کمک می کند.

در این مقاله روی یکی از قابلیت های مهم آنتن های هوشمند یعنی شکل دادن به بیم(beam-forming) متمرکزمی شویم. در بخش اول به بیان مدل ریاضی مورد استفاده برای آرایه و محیطی که آرایه در آن واقع است، می پردازیم. در ادامه در بخش دو برخی از روش های شکل دادن به بیم را معرفی می کنیم.در بخش سه به الگوریتم های بیم فرمینگ adaptive پرداخته و در بخش چهار اشاره ی مختصری به اثر شرایط غیر ایده آل در عملکرد بیم فرمر خواهیم داشت ونهایتا در بخش پنج نتیجه گیری مختصری از بحث های انجام شده ارائه می کنیم.

1. مدل ریاضی ونمادها

M منبع نقطه‌ای ناهمبسته سینوسی با فرکانس f_0 را در نظر بگیرید. آرایه‌ای متشکل از L المان omnidirectional در یک محیط همگن و در far field منابع قرار گرفته است. $\tau_l(\varphi_i,\theta_i)$ برابر زمانی است که طول می کشد تا موج صفحه ای تابیده شده از جهت (φ_i,θ_i)، از مبدا مختصات تا l امین عنصر آرایه برسد.

سیگنال تابیده شده به المان مرجع (المان واقع در مبدأ) به صورت $m_i(t)e^{jr\pi f.t}$ بیان می‌شود که در آن $m_i(t)$ تابع مدوله کننده است. $m_i(t)$ معمولاً به صورت یک فرایند تصادفی مختلط پایین گذر با میانگین0 و واریانسی برابر p_i (توان منبع i ام اندازه گیری شده در محل المان مرجع) مدل می‌شود.

با فرض باند باریک بودن $m_i(t)$ و کوچک بودن ابعاد آرایه به اندازه کافی، سیگنال تابیده شده به المان l ام به صورت روبرو است:

$$m_i(t)e^{j2\pi f_0(t+\tau_l(\varphi_i,\theta_i))}$$

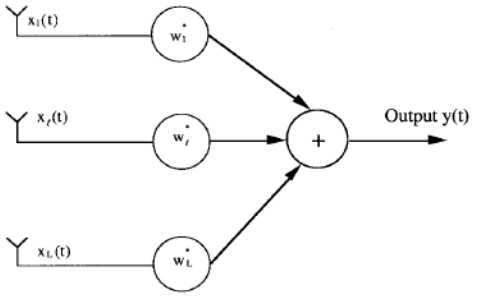
بنا بر آنچه گفته شد سیگنال رسیده از M منبع به المان l ام آرایه به صورت زیر است:

$$x_l=\sum_{i=1}^{M} m_i(t)e^{jr\pi f_0(t+\tau_l(\varphi_i,\theta_i))}+n_l(t)$$

که در آن $n_l(t)$ نویز است که به صورت یک فرایند تصادفی سفید با میانگین صفر و واریانس σ_n^2، مدل می‌شود.

اگر المانهای آرایه omnidirectional نبودند، باید ضریب مربوط به جهت (φ_i,θ_i) برای هریک از المانها را در عبارت فوق (x_l) دخالت می‌دادیم.

در شکل 1 یک بیم فرمر باند باریک نشان داده شده است. البته بلوکهایی چون تقویت کننده و BPF در شکل نشان داده نشده اند.



شکل1:بیم فرمر باند باریک

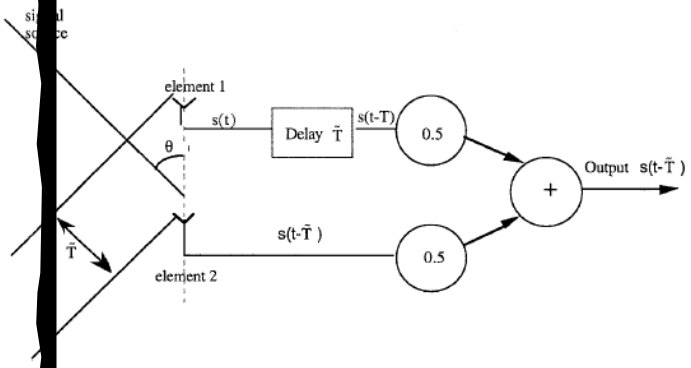
مطابق شکل داریم:

$$\underline{w}=[w_1,w_2,...w_L]^T \qquad ,\underline{x}(t)=[x_1(t)...x_L(t)]^T$$

$$y(t)=\underline{w}^H\,\underline{x}(t)$$

اگر درایه‌های بردار x(t) را فرایندهای ایستان با میانگین 0 در نظر بگیریم، توان متوسط خروجی بیم فرم برای یک w برابر است با:

$$p(w)=E[y(t)y^*(t)]=w^H Rw$$



که در آن $R=E[x(t)\,x^H(t)]$. درایه های R، همبستگی بین المانهای آرایه را نشان می‌دهند. بردار S_i متناظر با منبع i ام را به شکل زیر تعریف می کنیم:

$$\underline{s}_i=[\exp(j2\pi f_0\tau_1(\varphi_i,\theta_i),...,\exp(j2\pi f_0\tau_L(\varphi_i,\theta_i)]^T$$

بهره آرایه : نسبت SNR خروجی آرایه به SNR ورودی آن.

جهت look :جهتی که مایل به دریافت سیگنال از آن هستیم. s_0 بردار متناظر جهت look است.

2. برخی روش های شکل دادن به بیم

1.2. بیم فرمر delay-and-sum

در این بیم فرمر تمام وزنها دامنه مساوی دارند. اگر s_0 بردار متناظر جهت look باشد، بردار وزن عبارت است از:

$$w=\frac{1}{L}\underline{s}_0$$

با این انتخاب، توان متوسط خروجی بیم فرمر ناشی از سیگنال در جهت look، برابر توان منبع واقع در آن جهت است. اصطلاحاً گین در جهت look

واحد است. بردار سیگنال آرایه مربوط به جهت look عبارت است از:

بنابراین:

$$y(t) = w^H \underset{-s}{x}(t) = m_s(t)\ e^{jr\pi f_0 t}$$

$$p(w) = \tilde{T}\, p_s$$

در واقع مثل این است که با حرکت آرایه به صورت مکانیکی بیم آن را در جهت look قرار دهیم.البته این کار در بیم فرمر به صورت الکترونیکی صورت می‌گیرد.برای درک بیشتر این بیم فرمر می‌توان شکل 2 را بررسی نمود.

در این شکل ولتاژ القایی در المان اول s(t) و ولتاژ القایی در المان دوم $s(t-\tilde{T})$ است.

با ایجاد تأخیر $\tilde{T}$ در خروجی المان اول و سپس اعمال ضریب 0/5 در 2 شاخه، خروجی بیم فرمر است که بهره ی واحد را در جهت θ نتیجه می‌دهد.

شکل 2 :بیم فرمر delay-and-sum با دو المان

در محیطی که interferer موجود در فرکانس f_0 نداریم و نویز ناهمبسته است، این بیم فرمر SNR ماکسی موم را نتیجه می‌دهد:

$$R_N = \sigma_n^2\ l \qquad P_N = w^n\ R_N\ w = \frac{\sigma^2{}_n}{L}$$

SNR ورودی برابر $\frac{P_s}{\sigma_n^2}$ و SNR خروجی برابر $\frac{P_s L}{\sigma_n^2}$ است. بنابراین بهره آرایه برابر L می‌باشد.

2.2. بیم فرمر null-steering

بیم فرمر null-steering، به منظور cancel کردن موج صفحه‌ای رسیده از چند جهت معلوم به کار می‌رود. $\underset{-s}{x}(t) = m_s(t)e^{jr\pi f_0 t}\ \underset{-0}{s}$

در یکی از ابتدایی ترین روش ها، ابتدا توسط بیم فرمر delay-and-sum، بهره ی واحد در جهت interferer ایجاد می‌شود و سپس سیگنال خروجی از سیگنال تک تک عناصر آرایه کاسته می‌شود. این روش برای cancel کردن interferer های قوی بسیار مؤثر است. اگر بیش از یک interferer داشته باشیم، با تکرار روند فوق آنها را حذف می‌نماییم که در این حالت این روش به صرفه نیست.

روش دیگر:

اگر $\underset{-0}{s}$ بردار مربوط به جهت منبع و $\underset{-1}{s},\ldots,\underset{-k}{s}$ بردارهای مربوط به جهت‌های k عدد interferer باشند، بردار وزن مطلوب باید در معادلات زیر صدق کند.

$$w^H \underset{-0}{s} = 1$$

$$w^H \underset{-i}{s} = 0 \qquad\qquad i = 1,\ldots,k$$

که معادلات فوق در فرم ماتریسی به شکل $w^H A = c_1^{\ T}$ در می‌آیند که در آن:

$$A = [\underset{-0}{s}, \underset{-1}{s},\ldots,\underset{-k}{s}] \qquad , c_1 = [1,0,\ldots,0]^T$$

پس: $w^H = c_1^T A^{-1}$

که با توجه به C_1، سطر اول ماتریس A، همان بردار وزنهای مطلوب است.

با این روش گرچه بهره واحد در جهت سیگنال دلخواه و بهره صفر در جهت interferer ها ایجاد می‌شود، اما نویز ناهمبسته مینی موم نمی شود.

لازم به ذکر است که قرار دادن null می‌تواند در گیرنده برای خنثی کردن interferer ها و در فرستنده برای عدم ایجاد مزاحمت برای سایرین، به کار رود.

3.2. بیم فرمر بهینه

در بیم فرمر null-steering نیاز به دانستن جهت منبع و interferer ها بود و به علاوه SNR خروجی ماکسی موم نمی شد. بیم فرمینگ بهینه این مشکلات را تا حدی برطرف می‌کند.

برای یک آرایه ی غیرمقید SNR خروجی با انتخاب w به شکل زیر ماکسی موم می‌شود.

$$\hat{w} = \mu_0 R_N^{-1} \underset{-0}{s}$$

که در آن R_N ماتریس همبستگی آرایه فقط ناشی از نویز و interferer ها و μ_0 یک ثابت است.

برای آرایه ی مقید به داشتن پاسخ واحد در جهت look (φ_0, θ_0)، SNR خروجی با وزن های زیر ماکسی موم می‌شود :

$$\mu_0 = \frac{1}{\underset{-0}{s}^H R_N^{-1} \underset{-0}{s}} \Rightarrow \hat{w} = \frac{R_N^{-1} \underset{-0}{s}}{\underset{-0}{s}^H R_N^{-1} \underset{-0}{s}}$$

در عمل وقتی تخمین ماتریس R_N در دسترس نباشد، از ماتریس R استفاده می‌شود. در این حالت پاسخ مسئله بهینه‌سازی زیر که مقید به داشتن پاسخ واحد در جهت look و در عین حال حداکثرکننده SNR است، بردار وزنها را نتیجه می‌دهد.

$$\left.\begin{array}{ll}\min\limits_{w} & w^H R\, w \\ subject\ \ to & w^H \underline{s}_0 = 1\end{array}\right\} \Rightarrow \hat{w} = \frac{R^{-1}\underline{s}_0}{\underline{s}_0^H R^{-1}\underline{s}_0}$$

قید موجود در مسئله، تضمین می‌کند که متوسط توان خروجی ناشی از منبع واقع در جهت look ، برابر توان آن منبع است. بنابراین سیگنال منبع جهت look بدون distortion از بیم فرمر عبور می‌کند. سپس مسئله مینی موم سازی، توان کل نویز شامل نویز ناهمبسته و interferer ها را در خروجی حداقل می‌کند. مینی موم کردن کل توان نویز در خروجی در عین ثابت نگه داشتن توان سیگنال در خروجی، معادل ماکسی موم کردن SNR است. لازم به ذکر است که با استفاده از R یا R_N، یک جواب برای وزنها بدست می‌آید.

برای حالت ساده ی محیط نویزی بدون interferer می‌توان نشان داد: $\hat{w} = \frac{\underline{s}_0}{L}$ که همان پاسخ بیم فرمر delay-and-sum است. بنابراین بیم فرمر delay-and-sum در غیاب interferer بهینه است. SNR خروجی $(\hat{\alpha})$ و بهره ی آرایه ($\hat{G}$) در این حالت عبارتند از:

$$\hat{\alpha} = \left(\frac{p_s L}{\sigma_n^2}\right) \times \frac{\rho + \frac{\sigma_n^2}{P_I L}}{1 + \frac{\sigma_n^2}{P_I L}}$$

$$\hat{G} = \frac{P_I L}{\sigma_n^2} \times \frac{\left(1 + \frac{\sigma_n^2}{PI}\right).\left(\rho + \frac{\sigma_n^2}{P_I L}\right)}{1 + P_I}$$

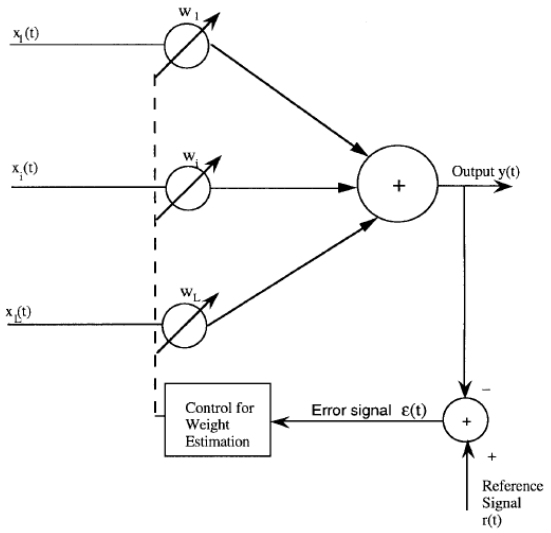
$$\rho = 1 - \frac{\underline{s}_0^H \underline{s}_I \underline{s}_I^H \underline{s}_0}{L^2}$$

(زیر نویس I مربوط به interferer است.)

ρ به ابعاد آرایه و جهت نسبی interferer و source بستگی دارد.

1.3.2. بهینه سازی با استفاده از سیگنال مرجع

گاهی به اندازه ی کافی از ویژگی های سیگنال مطلوب اطلاع داریم و می تواتیم یک سیگنال مرجع مناسب بسازیم و با مینی موم کردن اختلاف بین آن سیگنال و خروجی بیم فرمر، به عملکرد خوبی برسیم.مثلا اگر سیگنال مطلوب AM باشد، نشان داده شده با در نظر گرفتن سیگنال مرجع برابر کریر، به عملکرد خوبی می رسیم. در شکل 3 یک بیم فرمر باند باریک که از یک سیگنال مرجع برای بدست آوردن وزنها استفاده می‌کند، نشان داده شده است.



شکل 3 : ساختار بیم فرمر با استفاده از سیگنال مرجع

خروجی آرایه از سیگنال مرجع r(t) کم می‌شود و سیگنال خطا ($\varepsilon(t)$) را تولید می‌کند.

$$\varepsilon(t) = r(t) - \underline{w}^H \underline{x}(t)$$

$$MSE = E\left[|\varepsilon(t)|^2\right] = E\left[|r(t)|^2\right] + \underline{w}^H R\, \underline{w} - 2\underline{w}^H \underline{z}$$

$$\underline{z} = E\left(\underline{x}(t).r(t)\right)$$

(Mean Square Error)MSE یک تابع درجه 2 از $\underline{w}$ است و هنگامی مینی موم می‌شود که گرادیان آن نسبت به $\underline{w}$ صفر شود.

در نتیجه

$$\hat{\underline{w}}_{MSE} = R^{-1}\underline{z}$$

(Minimum Mean Square Error)MMSE در این

بیم فرمر برابر است با:

$$MMSE = E[|r(t)^2|] - \underline{z}^H R^{-1} \underline{z}$$

این بیم فرمر، یک بیم فرمر حلقه بسته است، در حالی که بیم فرمر بهینه ی معمولی حلقه باز بود.

وقتی سیگنا ل منبع ضعیف باشد، این بیم فرمرSNR بهتری را نسبت به بیم فرمر بهینه ی معمولی نتیجه می‌دهد. اما با بزرگ شدن توان منبع در مقایسه با نویز، دو بیم فرمر مذکور تقریباً

نتیجه یکسانی می‌دهند. در حالت سیگنال ضعیف، بهبود SNR این بیم فرمر، به قیمت ایجاد distortion در سیگنال مطلوب است. در حالی که بیم فرمر بهینه ی معمولی در سیگنال مطلوب distortion ایجاد نمی‌کند.

4.2. Beam-space processor

روش های بیان شده تا به حال در دسته ی element-space processing قرار داشتند که در آن سیگنال هر المان آرایه وزن دهی شده و سپس سیگنالها جمع می‌شوند و خروجی آرایه را نتیجه می‌دهند.اما در beam-space processing ، پردازش در 2 مرحله انجام می‌گیرد.

ابتدا با استفاده از سیگنال‌های المان‌های آرایه، تعدادی بیم (یک بیم اصلی و تعدادی بیم کمکی) ایجاد می‌شود، سپس این بیم ها وزن دهی شده، با هم جمع می‌شوند و خروجی نهایی را نتیجه می‌دهند. در حالت کلی برای یک آرایه با L المان، یک beam-space processor، یک بیم اصلی و حداکثر L-1 بیم کمکی دارد.بیم اصلی توسط مجموعه ای از وزن های ثابت، در جهت سیگنال مورد علاقه تنظیم می شود.بیم های کمکی طوری وزن دهی می‌شوند که تقریبی از

interference موجود در بیم اصلی ایجاد نموده با کم کردن مجموع وزن دهی شده ی آنها از بیم اصلی، interference موجود در بیم اصلی cancel شود. در این راستا، لازم است روشی به کار رود که بیم‌های کمکی در جهت look حاوی سیگنال نباشند. چون در غیر این صورت کم کردن مجموع وزن دار آنها از بیم اصلی سبب cancel شدن سیگنال مورد علاقه خواهد شد.

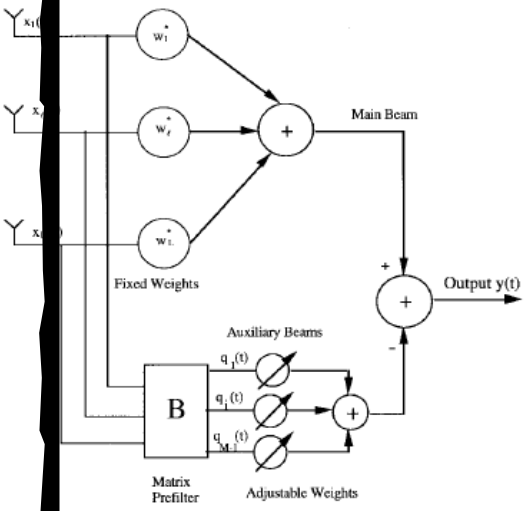
پترن بیم اصلی می‌تواند توسط وزن‌ها، به شکل دلخواه و در جهت سیگنال مورد علاقه، تنظیم شود. مثلاً برای یک آرایه یک بعدی متسا وی الفاصله، اگروزن ها یکنواخت انتخاب شوند، شکل کلی پترن $\frac{\sin LX}{\sin x}$ است. یا اگروزنها بر اساس چند جمله‌ای چبی شف انتخاب شوند، لب های فرعی دامنه ی مساوی خواهند داشت.

اگر بردار x(t)، بردار سیگنالهای رسیده به المانهای آرایه باشد و هر درایه ی آن را در مزدوج درایه متناظر از بردار s_0 ضرب کنیم، مؤلفه سیگنال جهت look در همه درایه‌ها یکسان خواهد شد. حال با انتخاب ماتریس $B_{L\times(M-1)}$ $(M \le L)$ که ستونهای آن مستقل خطی بوده، جمع عناصر هر ستون برابر صفر است و قرار دادن $q = \underline{x}^H(t)B$ به بردار M-1 تایی q می‌رسیم . در واقع M-1 بیم مستقل داریم که در جهت look ، null دارند.

اگر عناصر x(t) را مستقیماً در رابطه $q = \underline{x}^H(t)B$ قرار دهیم (بدون ضرب در مزدوج عنصر متناظر s_0^H)، لازم است ماتریس B علاوه بر داشتن ستونهای مستقل، شرط $\underline{s}_0^H B = 0$ را هم برآورده کند.

واضح است برای وجود امکان مستقل بودن بیم‌ها، لازم است $M \le L$.

وقتی M=L، تعداد درجات آزادی برای ایجاد null در پترن، مانند بیم فرمر element-space با L المان است.



در این حالت به آرایه fully adaptive می‌گویند.

اما اگر M<L، تعداد درجات آزادی برای ایجاد null برابر M-1 است و به آرایه partially adaptive گویند که در این حالت، اگر الگوریتم‌های adaptive برای تخمین وزنها به کار رود، همگرایی سریع‌تر از حالت fully adaptive خواهد بود.

beam-space processor ها در مواردی که تعداد interferer ها بسیار کمتر از تعداد المانها است، مفیدند و در مقایسه با بیم فرمرهای element-space ، به محاسبات کمتری نیاز دارند چون باید M-1 وزن بهینه

انتخاب شود که در مورد بیم فرمرهای element-space، این تعداد برابر L وزن بود. (M < L)

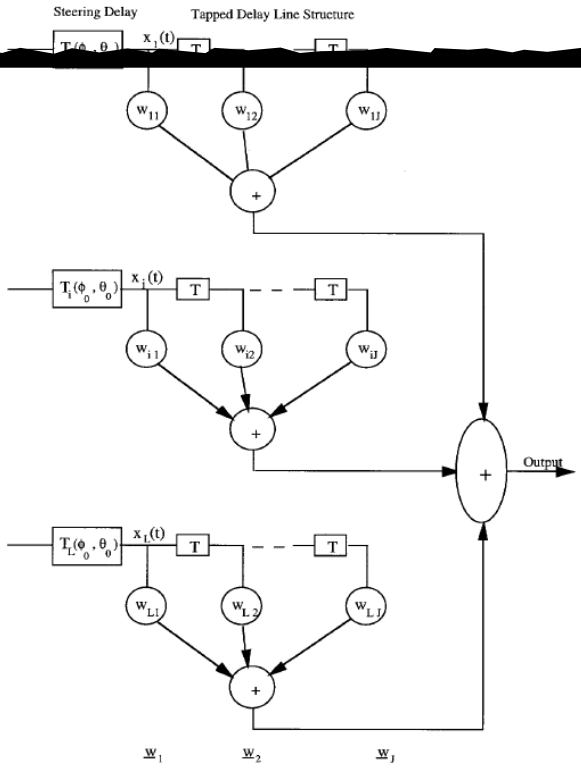
در حالت کلی، بیم فرمر beam-space، نسبت به بیم فرمر element-space به محاسبات کمتری نیاز دارد. چون در بیم فرمر beam-space یک مسئله بهینه سازی غیرمقید حل می‌شود. در واقع قیدهایی که در بیم فرمر element-space به منظور جلوگیری از ایجاد distortion در سیگنال جهت look اعمال می شد، الان توسط قرار دادن بیم اصلی در جهت look تأمین می‌شود و وزنهای مربوط به بیم‌های کمکی به صورت غیرمقید، بهینه می‌شوند.

مقایسه عملکرد این دو نوع بیم فرمر در موارد زیادی صورت گرفته است.مثلا وقتی جهت واقعی سیگنال مطلوب با جهت look تشخیص داده شده توسط ما متفاوت باشد، در بیم فرمر element-space، با سیگنال مطلوب مثل یک interferer نزدیک جهت look رفتار شده، در نتیجه سیگنال مطلوب cancel می‌شود. اما در بیم فرمر beam-space، بیم اصلی که در جهت look مفروض تنظیم شده، در جهت look واقعی اندکی تضعیف می شود. بیم‌های کمکی هم که در جهت look مفروض، null داشته اند در جهت look واقعی نشتی کمی دارند (مقدار کمی از سیگنال مطلوب را عبور می‌دهند). بنابراین در اثر کم شدن مجموع وزن دار بیم‌های کمکی از بیم‌های اصلی، سیگنال مطلوب کمی ضعیف‌تر از حالتی که جهت look درست تشخیص داده شده بود، در خروجی آرایه ظاهر می‌شود.

شکل 4 : Beam-space processor

5.2. بیم فرمر باند وسیع

بیم فرمر شکل 1 که تا کنون بحثهایی درباره ی آن بود، برای سیگنالهای باند باریک به کار می‌رود و با افزایش پهنای باند سیگنال، عملکرد آن افت پیدا می‌کند. برای سیگنال های باند وسیع از بیم فرمر شکل 5 استفاده می‌کنیم.



شکل 5 :بیم فرمر باند وسیع

در این بیم فرمر با فرض آن که بدانیم منبع در (φ_0,θ_0) واقع است، ابتدا سیگنالهای رسیده به هر المان به اندازه‌ی $T_l(\varphi_0,\theta_0)$ تأخیر داده می‌شوند:

$$T_l=(\varphi_0,\theta_0)=T_0+\tau_l(\varphi_0,\theta_0)\quad l=1,2,\ldots,L$$

T_0 تأخیر ثابتی است و به گونه‌ای انتخاب می‌شود که داشته باشیم:

اگر s(t) سیگنال رسیده به المان واقع در مبداء مختصات (المان مرجع) از یک منبع باند وسیع واقع در (φ_0,θ_0) باشد، داریم:

$$x_l(t)=s(t+\tau_l(\varphi_0,\theta_0)-T_l(\varphi_0,\theta_0))$$

در نتیجه برای منبع واقع در (φ_0,θ_0) داریم:

$$x_l(t)=s(t-T_0)\qquad l=1,\ldots,L$$

در نتیجه مؤلفه ی سیگنال در همه المانها پس از بلوک تأخیر یکسان است. به دنبال هر بلوک تأخیر یک فیلتر FIR قرار داده و در این حالت بر خلاف بیم فرمر باند باریک وزنها که همان ضرایب فیلتر FIR اند، حقیقی می‌باشند. با تعریف $\underline{w}=[\underline{w}_1,\underline{w}_2,\ldots,\underline{w}_J]^T$ که یک بردار LJ×1 حاوی LJ ضریب مربوط به L فیلتر FIR است، ($\underline{w}_i$ مطابق شکل شامل L ضریب بعد از (i-1) امین tap است)، در این بیم فرمر این LJ ضریب را برای رسیدن به عملکرد دلخواهمان، تنظیم می کنیم.

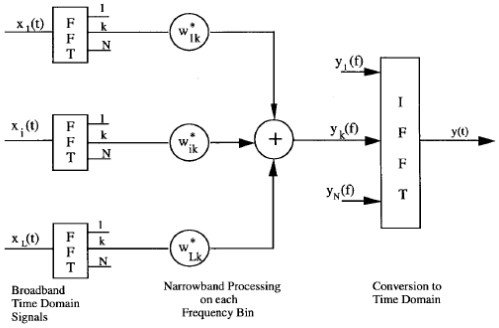
6.2. بیم فرمر حوزه ی فرکانس

ساختار کلی یک بیم فرمر element-space حوزه ی فرکانس در شکل 6 نشان داده شده است. سیگنال باند وسیع رسیده به هر المان، توسط FFT به حوزه ی فرکانس برده می‌شود. سپس هر فرکانس توسط یک بیم فرمر باند باریک پردازش می‌شود. وزنهای مربوط به هر

فرکانس به طور مستقل از هم و به منظور حداقل کردن متوسط توان خروجی در آن فرکانس، تحت قیود مربوط به سیگنال منبع و interferer ها انتخاب می‌شوند. بنابراین پردازش فرکانس‌های مختلف می‌تواند به صورت موازی صورت گیرد و در نتیجه سرعت بیم فرمر افزایش یابد. همچنین در صورت بکارگیری الگوریتم‌های adaptive مانندLMS، step size در فرکانس‌های مختلف می‌تواند متفاوت باشد و به منظور همگرایی سریع‌تر به طور مناسب انتخاب گردد.

نشان داده شده به دلیل ساختار modular موازی، اثر کوانتیزه کردن ضرایب فیلترها در این بیم فرمر، کمتر از بیم فرمر حوزه ی زمان است.

$$T_l(\varphi_0,\theta_0) > 0, \forall l$$

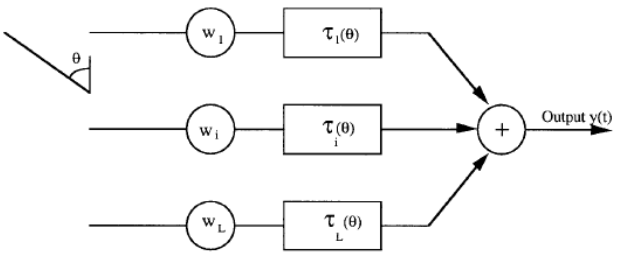


شکل 6 :بیم فرمر حوزه ی فرکانس

7.2. بیم فرمر دیجیتال

بیم فرمر آنالوگ شکل 7 را در نظر بگیرید که خروجی آن از رابطه ی زیر بدست می‌آید:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{L} w_i x_i(t - \tau_i(\theta))$$



شکل 7 :بیم فرمر آنالوگ

تأخیرها به منظور یکسان سازی سیگنال جهت $look(\theta)$ در همه ی المانها انتخاب می‌شوند. در واقع این شکل همان بیم فرمر delay-and-sum است که قبلاً بررسی شده است.

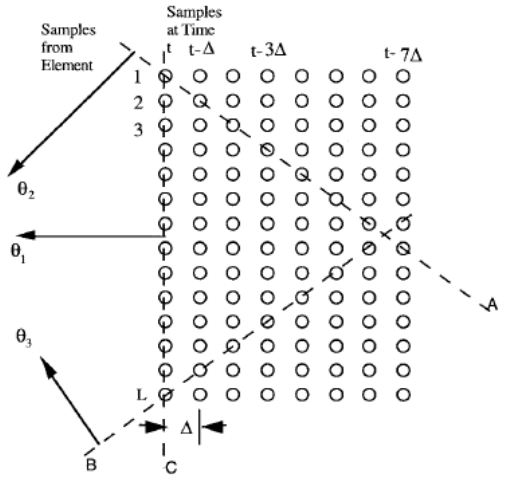
در بیم فرمر دیجیتال، سیگنالهای وزن یافته از هر المان (پس از ضرب در w_i و قبل از تأخیر)، نمونه‌برداری می‌شوند. سپس با جمع کردن نمونه‌های مناسب از سیگنال المانهای مختلف، تأخیرها را به صورت دیجیتال پیاده‌سازی می‌کنیم.

واضح است که در این روش لازم است تأخیرها ضرایب صحیحی از دوره‌ی نمونه‌برداری (Δ) باشند.

در شکل 8 فرض کنید تأخیرهای لازم برای قرار دادن بیم در جهت θ_2 به صورت $\tau_i(\theta_2) = (i-1)\Delta$ باشند. مطابق شکل با جمع کردن نمونه‌های واقع روی خط چین A می‌توان این تأخیر را تحقق بخشید.

با استدلال مشابه نمونه‌های روی خط چین B بیم را در جهت θ_3 و نمونه‌های روی خط چینC بیم را در جهت θ_1 قرار می‌دهند. بر این مبنا تنها می‌توان بیم را در جهاتی قرار داد (به صورت دقیق) که تأخیر لازم در المانها برای آن جهت، به صورت $\tau_i(\theta) = k_i\Delta \qquad i = 1,2,...,L$ باشد که k_i ها اعداد صحیح‌اند.

تعداد این جهات با کاهش Δ (افزایش نرخ نمونه‌برداری)افزایش می‌یابد.



شکل 8 : بیم فرمر دیجیتال

می‌توان با به کار بردن یک جمع کننده ی مجهز برای هر θ، تعدادی از این بیم‌ها را به صورت همزمان شکل داد.

3. الگوریتم های بیم فرمینگ *adaptive*

در عمل به ماتریس R یا R_N که در روشهای بیان شده برای محاسبه وزن‌های بهینه لازم بود، دسترسی نداریم. بنابراین با استفاده از اطلاعات بدست آمده از سیگنال ورودی و ... وزنها توسط الگوریتم‌هایی که الگوریتم‌های adaptive نام دارند، به سمت تخمینی از وزنهای بهینه حرکت می‌کنند. در ادامه به بررسی تعدادی از این الگوریتم‌ها می‌پردازیم:

1.3. الگوریتم LMS

الگوریتم LMS بسیار پراستفاده است. بنابراین در اینجا به بررسی آن می‌پردازیم.

دو نوع الگوریتم LMS داریم: 1) الگوریتم LMS غیرمقید. یعنی وزن ها در هرتکرار مقید نیستند.

2) الگوریتم LMS مقید که در هرتکرار وزنها مقید به برآورده کردن قید (قیود) خاصی هستند. معمولاً در مواقعی که از سیگنال مرجع استفاده می‌شود و اطلاعی از جهت سیگنال نداریم، الگوریتم LMS غیرمقید استفاده می‌شود.

الگوریتم LMS در هرتکرار، گرادیان پوسته ی خطا را تخمین می‌زند و وزنها را به گونه‌ای update می‌کند که به اندازه ی کمی (μ) در جهت منفی گرادیان روی پوسته ،جابجایی صورت می‌گیرد. به μ، step size می‌گویند. با انتخاب μ به اندازه ی کافی کوچک، الگوریتم همگرا می‌شود. انتخاب μ در رفتار حالت گذاری الگوریتم، خطای نهایی و سرعت آن تأثیر زیادی دارد که در ادامه به آن می‌پردازیم.

1.1.3. الگوریتم LMS غیر مقید

این الگوریتم با استفاده از سیگنال مرجع برای تخمین $\hat{w}_{MSE}$ به صورت زیر وزنها را به روز می‌کند:

$$\underline{w}(n+1) = \underline{w}(n) - \mu\, \underline{g}(\underline{w}(n))$$

که در آن $\underline{w}(n+1)$ وزنهای محاسبه شده در مرحله (n + 1) ام است. μ یک ثابت مثبت (step size) است که مشخص کننده ی سرعت و میزان نزدیکی پاسخ نهایی الگوریتم به وزنهای بهینه می باشد. $\underline{g}(\underline{w}(n))$ هم تخمین گرادیان MSE است:

$$MSE(\underline{w}(n) = E[|r(n+1)|^2] + \underline{w}^H(n) R\, \underline{w}(n) - 2\, \underline{w}^H(n)\, \underline{z}$$

$$\nabla_{\underline{w}} MSE(\underline{w})|_{\underline{w}=\underline{w}(n)} = 2R\, \underline{w}(n) - 2\, \underline{z}$$

$$y(n) = \underline{w}^H(n) x(n+1)$$

در فرم استاندارد الگوریتم، به جای R و z از تخمین‌های نویزی آن استفاده می‌شود. پس داریم:

$$\underline{g}(\underline{w}(n)) = 2\, \underline{x}(n+1)\, \underline{x}^H(n+1)\, \underline{w}(n) - 2\, \underline{x}(n+1)\, r(n+1)$$

$$= 2\, \underline{x}(n+1) \varepsilon^*(\underline{w}(n))$$

$$\varepsilon(\underline{w}(n)) = \underline{w}^H(n)\, \underline{x}(n+1) - r(n+1)$$

اگر $\lambda_{\max}$ بزرگترین مقدار ویژه‌ی R باشد و $\mu < \frac{1}{\lambda_{\max}}$ انتخاب شود، الگوریتم پایدار بوده، مقدار متوسط وزنهای تخمین زده شده به وزنهای بهینه همگرا می‌شود.

سرعت همگرایی الگوریتم، در واقع سرعت رسیدن مقدار متوسط وزنهای تخمین زده شده (این متوسط روی تعداد زیادی از دورهای الگوریتم محاسبه می‌شود) به وزنهای بهینه است.

هرچه گستره ی مقادیر ویژه ی R بیشتر باشد، زمان همگرایی بیشتر و در نتیجه سرعت آن کمتر است.

در یک سیستم مخابراتی موبایل سرعت همگرایی اهمیت زیادی دارد. در این حالت زمان در دسترس برای همگرایی الگوریتم به 2 عامل وابسته است: اول طراحی سیستم که مشخص می‌کند طول دوره‌ی زمانی حضور سیگنال چقدر است (مثلاً عرض slot زمانی در سیستم TDMA). دوم سرعت حرکت موبایل که ریت فید را تغییر می‌دهد. مثلاً برای یک موبایل که با سرعت حرکت انسان می‌کند، ریت فید 5 HZ است، در حالی که برای موبایلی که با سرعت معمول یک اتومبیل حرکت می‌کند، ریت فید 50 Hz است. بنابراین موبایل دارای سرعت اتومبیل، نیاز به سرعت

همگرایی بیشتر الگوریتم دارد . لازم به ذکر است الگوریتم LMS بعضاً دارای سرعت کافی نمی‌باشد و باید از الگوریتم‌های سریعتر بهره جست.

حتی در حالت همگرایی متوسط وزنها به وزن بهینه، یک کوواریانس محدود موجود است. یعنی با تعریف ماتریس کوواریانس به شکل روبرو، همه ی عناصر آن برابر صفر نخواهد بود.

$$K_{\underline{w}\underline{w}}(n) = E[(\underline{w}(n) - \underline{\overline{w}})(\underline{w}(n) - \underline{\overline{w}})]$$

$\overline{w} = E[\underline{w}(n)]$ متوسط وزنهای تخمینی تا دوره‌ی n ام الگوریتم است.

این امر سبب می شود متوسط MSE، به MMSE همگرا نشود، بلکه مقداری اضافه بر MMSE داشته باشد. نسبت متوسط خطای اضافی در الگوریتم LMS به MMSE، misadjustment نامیده می‌شود.

این پارامترکارایی (performance) الگوریتم را نشان می‌دهد. misadjustment نوعی نویز است که منشأ آن استفاده از تخمین نویزی گرادیان در الگوریتم می‌باشد.

افزایش μ سبب افزایش misadjustment می‌شود، از سوی دیگر افزایش μ، سبب افزایش سرعت همگرایی الگوریتم می شود. بنابراین در انتخاب μ بین دو خواسته‌ی زیر، trade off داریم:

1) رسیدن به همسایگی نقطه بهینه در زمان کمتر، که در نتیجه misadjustment بزرگتری خواهیم داشت و در پایان در محدوده ی بزرگتری اطراف نقطه ی بهینه دائماً در حرکتیم.

2) رسیدن به همسایگی کوچکی از نقطه ی بهینه، که در این صورت به دلیل نیاز به μ کوچک، سرعت الگوریتم در این حالت کاهش می‌یابد. اما در نهایت در محدوده ی کوچکتری اطراف نقطه‌ی بهینه در حرکتیم.

برای رفع trade off موجود راه حلهای مختلفی پیشنهاد شده است از جمله این که، μ در مراحل مختلف الگوریتم متغیر بوده با توجه به MSE آن مرحله تنظیم شود. (یعنی اگر MSE زیاد شد μ زیاد شود و برعکس)

2.3. الگوریتم RLS

دیدیم که همگرایی الگوریتم LMS وابسته به مقادیر ویژه‌ی R است و در محیطی که R توزیع مقادیر ویژه‌ی گسترده ای داشته باشد، سرعت الگوریتم LMS بسیار کم خواهد بود.

این مشکل توسط الگوریتم RLS حل می‌شود. در الگوریتم RLS، μ با $R^{-1}(n)$ به شکل زیر جایگزین می‌گردد:

$$\underline{w}(n) = \underline{w}(n-1) - R^{-1}(n)\,\underline{x}(n)\,\varepsilon^*(\underline{w}(n-1))$$

$$R(n) = \delta_0\, R(n-1) + \underline{x}(n)\,\underline{x}^H(n) = \sum_{k=0}^{n} \delta_0^{n-k}\,\underline{x}(k)\,\underline{x}^H(k)$$

δ_0 یک اسکالر حقیقی نزدیک به یک (کوچکتر از یک) است که داده‌های قبلی را به صورت نمایی وزن دهی می‌کند. به آن فاکتور فراموشی (forgetting factor) گویند. چون با update شدن وزنها به تدریج اثر داده‌های گذشته در وزنهای جدید کم و کمتر خواهد شد. به $\frac{1}{1-\delta_0}$ حافظه‌ی الگوریتم گویند. بنابراین اگر مثلاً $\delta_0 = 0/96$، حافظه‌ی الگوریتم نزدیک به 100 نمونه خواهد بود.

در این الگوریتم $R^{-1}(n)$ با رابطه‌ی زیر محاسبه می‌گردد:

$$R^{-1}(n) = \frac{1}{\delta_0}\left[R^{-1}(n-1) - \frac{R^{-1}(n-1)\,\underline{x}(n)\,\underline{x}^H(n)\,R^{-1}(n-1)}{\delta_0 + \underline{x}^H(n)\,R^{-1}(n-1)\,\underline{x}(n)}\right]$$

$$, R^{-1}(0) = \frac{1}{\varepsilon_0} I \quad \varepsilon_0 > 0$$

مطالعاتی در زمینه نحوه انتخاب ε_0 و اثر آن در عملکرد الگوریتم صورت گرفته است.

الگوریتم RLS در هر دوره $J(n) = \sum_{k=0}^{n} \delta_0^{n-k} \,|\, \varepsilon(k) \,|^2$ را مینی‌موم می‌کند و همگرایی آن مستقل از مقادیر ویژه‌ی R است. صورتهای بهبود یافته‌ی الگوریتم RLS از نظر محاسبات لازم و ... نیز معرفی شده‌اند. مقایسه‌ای بین سرعت همگرایی الگوریتمهای RLS، LMS و سایر الگوریتمهایی که مبتنی بر گرادیان عمل می‌کنند، نشان داده است که RLS پربازده‌ترین و LMSآهسته‌ترین الگوریتم است. همچنین مطالعات، برتری RLS را در شبکه‌های موبایل flat-fading نسبت به LMS نشان داده است.

4. اثر خطاهای مختلف بر عملکرد بیم فرمرها

درمطالعه ی تئوری بیم فرمر ها و الگوریتم های adaptive ،

فرض بر ایده آل بودن (عاری از خطا بودن) شرایط مفروض است. در حالی که در عمل، رسیدن به شرایط ایده آل

بسیار مشکل است و بعضی پارامترها و شرایط با حالت ایده آل خود فاصله دارند . تغییر پارامترهای آرایه نسبت به شرایط ایده‌آلی که عملکرد سیستم به صورت تئوری برای آن شرایط پیش بینی شده، سبب تضعیف عملکرد، مثلاً کاهش گین آرایه وتغییر پترن مطلوب می‌گردد.
روشهای مختلفی برای حل این مشکل و بهبود عملکرد سیستم در شرایط غیر ایده آل پیشنهاد شده است که به آنها تکنیک های پردازش سیگنال مقاوم (robust) می‌گویند. در ادامه به بررسی برخی از شرایط غیر ایده آل می‌پردازیم.

1.4. خطا در تشخیص جهت look

برای مقید کردن آرایه به داشتن پاسخ دلخواه در جهت look ، نیاز به آگاهی از این جهت (جهت سیگنال مطلوب که جهت look نامیده می‌شود) داریم. مثلاً وزنهای بیم فرمر بهینه، بر مبنای مینی‌موم کردن توان خروجی مشروط به پاسخ واحد در جهت look، حاصل می‌شوند. با منابعی که در جهت look قرار ندارند، مانند interference رفتار می‌شود. به این معنا که طی فرایند حداقل کردن توان، سیگنال آن منبع cancel می‌شود.
این نشان دهنده اهمیت اطلاع دقیق از جهت look است، به طوری که وجود خطا در این آگاهی سبب می‌شود با منبع مطلوب، مانندinterference رفتار شده در نتیجه سیگنال مطلوب تضعیف گردد. میزان تضعیف، وابسته به توان سیگنال و میزان خطاست و با افزایش این دو پارامتر افزایش می‌یابد. راه حل این مشکل پهن(broad)کردن بیم اصلی آرایه است که مثلاً با افزودن قید صفر بودن مشتق در جهت look حاصل می‌شود. در مواردی که نخواهیم بیم را پهن کنیم، مثلاً به دلیل امکان وجود interference قوی در محدوده ی بیم، روشهایی برای تعیین جهت رسیدن سیگنال (direction of arrival (DOA)) با دقت زیاد به کار می‌رودکه نسبت به روش های معمول که به این منظور به کار می روند، پیچیدگی بیشتری دارند.
به طور کلی در زمینه‌ی این نوع از خطا پردازنده‌های beam-space بهتر از بیم فرمرهای element-space عمل می‌کنند که در این زمینه در بخش پردازنده های beam-space توضیح داده شد.

2.4. خطا در آگاهی از محل المان های آرایه واثر خرابی المان ها

وجود خطا در آگاهی ما از محل دقیق المان های آرایه، سبب
تضعیف عملکرد بیم فرمر به خصوص در حالت مقید (constrained) می‌شود. از جمله دلایل این امر خطای ایجاد شده در $\underline{s}_0$ است. به طور کلی اثر این خطا، ایجاد پترنی شبیه پترن یک تک المان به همراه پترن مطلوب آرایه می‌باشد.
خرابی المانهای آرایه سبب افزایش سطح لبهای فرعی و دور شدن وزنها از حالت بهینه می‌گردد. در این حالت باید با شناسایی المانهای خراب، وزنهای بهینه مجدداً محاسبه گردند.

3.4. خطا در وزن های آرایه

دامنه و فاز وزنها تحت تأثیر عوامل مختلفی در مراحل مختلف یک سیستم، دچار خطا می‌شوند (یعنی از حالت بهینه فاصله می‌گیرند) که برخی از این عوامل عبارتند از:
1) موج رسیده به آرایه واقعاً صفحه ای نباشد، در حالی که وزنها با فرض صفحه‌ای بودن موج بهینه شده اند.
2) خطا در اطلاعات مربوط به مکان و ویژگیهای المانها ی آرایه که در محاسبه وزنها به کار می‌رود.
3) خطا در تخمین ما از ماتریس R (ناشی از متوسط گیری روی تعداد محدودی نمونه از سیگنالها و نیز محدود بودن طول کلمات در محاسبات ریاضی)
4) خطا در بردارهای $\underline{s}_i$ یا سیگنال مرجع که در محاسبه وزنها به کار می‌روند.
5) خطای محاسباتی ناشی از داشتن دقت محدود در عمل
6) خطای کوانتیزه کردن، ناشی از تبدیل وزنها از آنالوگ به دیجیتال برای ذخیره سازی
7) خطای پیاده سازی ناشی از خطای تقویت کننده‌ها و phase-shifter ها که برای پیاده‌سازی بهره و فاز به کار می‌روند.
با مدل کردن خطای وزنها به صورت نوسانات تصادفی در وزنها یا مدل کردن آن با خطای دامنه و خطای فاز، اثر این خطا روی گین آرایه، کاهش عمق null های پترن، کاهش قابلیت interference-rejection ، تغییر سطح لبهای فرعی و ... مورد بررسی قرار گرفته است. گین آرایه (نسبت SNR خروجی به SNR ورودی) در اثر این خطا کاهش می‌یابد. میزان این کاهش، به تعداد المانهای آرایه و گین آرایه در غیاب خطا، حساس است. به طوری که برای یک آرایه با تعداد المان زیاد وگین زیاد در غیاب خطا، خطای

نسبتاً زیادی در وزنها می‌تواند گین آرایه را به 1 کاهش دهد.

فاز وزنها هم پارامتر مهمی است که ایجاد خطا در آن، مثلاً در هنگامی که از آرایه برای تشخیص DOA استفاده می‌شود، می‌تواند سبب ایجاد خطا در DOA تعیین شده شود.

یکی از پارامترهایی که طراح آرایه باید در نظر داشته باشد، خطای RMS فاز است.

نشان داده شده است که خطای RMS فاز، سبب تضعیف سیگنال مطلوب در بیم فرمر بهینه‌ی مقید می‌شود و میزان این تضعیف متناسب با حاصل ضرب توان سیگنال در واریانس این خطای تصادفی می‌باشد.

به عنوان نمونه یکی از خطاهای phase-shifter خطای کوانتیزاسیون است. یک phase-shifter p بیتی کوچکترین فاز قابل تغییر $\frac{2\pi}{2^p}$ است. با فرض توزیع یکنواخت خطا بین $-\frac{\pi}{2^p}$ و $\frac{\pi}{2^p}$، واریانس این خطا برابر $\frac{\pi^2}{3\times 2^{2p}}$ است.

5. نتیجه گیری

آنتن های هوشمند با استفاده از روش های پردازش آرایه، نقش مهمی در برآوردن تقاضاهای روز افزون برای سرویس های مخابرات بی سیم ایفا می کنند.در این راستا، یکی از قابلیت های مهم آنتن های هوشمند شکل دادن به بیم (beam-forming) است.

در این مقاله به معرفی روش های مختلف شکل دادن به بیم پرداختیم و به محاسن، معایب وموارد استفاده ی هر یک اشاره کردیم. همچنین به بررسی چند الگوریتم adaptive برای بیم فرمینگ پرداختیم و دیدیم که این الگوریتم ها طی چند مرحله تکرار ما را به تخمینی از پاسخ ایده آل میرسانند.در این زمینه به عوامل موثر در سرعت این الگوریتم ها اشاره کردیم و دیدیم چگونه خواسته ها و نیازهای ما در سیستم در انتخاب این عوامل اثر می گذارد .همچنین اثر وجود شرایط غیر ایده آل بر عملکرد بیم فرمر بررسی شد.

مراجع :

[1] L. C. Godara, “Application of antenna arrays to mobile communications, part II: beam-forming and direction of arrival considerations,” *proc. IEEE*, vol. 85, pp. 1195-1245, 1997.

[2] B. D. Van Veen and K. M. Buckley, ”Beamforming: a versatile approach to spatial filtering,” *IEEE ASSP Mag*., pp. 4-24, April 1988.

[3] M. Ghavami, “Wideband smart antenna theory using rectangular array structures,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 50, pp. 2143-2151, 2002.

[4] C. B. Dietrich, W. L. Stutzman, B. Kim and K. Dietze, “Smart antennas in wireless communications: base-station diversity and handset beamforming,” *IEEE Antennas and Propagation Mag.*, pp. 142-151, October 2000.

[5] S. Bellofiore, J. Foutz, C. A. Balanis and A. S. Spanias, “Smart antenna system for mobile communication networks, part 2: beamforming and network throughput,” *IEEE Antennas and Propagation Mag.*, pp. 106-114, August 2002.